

ریاضی عمومی با نگرش خود آگاهی

امید ضابطی و مریم علی پور کلائی

اعضای هیات علمی دانشگاه سیستان و بلوچستان

سرشناسه: ضابطی، امید، ۱۳۶۴

عنوان و نام پدیدآور: ریاضی عمومی یک با نگرش خودآگاهی / مؤلفین: امید ضابطی، مریم علی پور کلانی

مشخصات نشر: زاهدان، دانشگاه سیستان و بلوچستان، ۱۴۰۱

مشخصات ظاهری: ۲۷۷ ص، ۲۲۳

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۸۵۸-۱۶-۸

وضعیت فهرست نویسی: فیا

یادداشت: واژه نامه - کتابنامه: ص ۲۷۳ - نمایه

موضوع: ریاضیات - راهنمای آموزشی (عالی) - مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)

شناسه افزوده: علی پور کلانی، مریم، ۱۳۶۲

ویراستار ادبی: جواد جمالزاده

شناسه افزوده: دانشگاه سیستان و بلوچستان

شناسه افزوده: University of Sistan and Baluchestan

رده بندی کنگره: QA ۳۷/۳

رده بندی دیویی: ۵۱۰/۷۶

شماره کتابشناسی ملی: ۸۸۳۲۷۲۳۰



دانشگاه سیستان و بلوچستان

ناشر: انتشارات دانشگاه سیستان و بلوچستان

ریاضی عمومی یک با نگرش خودآگاهی

مؤلفین: دکتر امید ضابطی / دکتر مریم علی پور کلانی

چاپ: چاپخانه المهدی دانشگاه سیستان و بلوچستان

نوبت چاپ: اول ۱۴۰۱، قیمت: ۹۱۰۰۰ تومان، شمارگان: ۲۰۰

شابک ۹۷۸-۶۲۲-۶۸۵۸-۱۶-۸

این کتاب با کاغذ حمایتی منتشر شده است.

تمام حقوق چاپ و نشر این اثر طبق قرارداد محفوظ است، هر گونه چاپ و تکرار از محتویات این کتاب بدون اجازه کتبی ممنوع است، متخلفان به موجب قانون حمایت از حقوق مولفان، مصنفان و هنرمندان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

پیش گفتار

مقدمه‌ای از دکتر مجید میرزاویری

فعالیت تخصصی در زمینه ریاضیات را می‌توان به سه رویکرد ترویجی، آموزشی و پژوهشی تقسیم کرد. مروجان ریاضیات کسانی هستند که با بهره‌گیری از زبانی غیرتخصصی به معرفی ریاضیات می‌پردازند و زمینه‌های علاقه‌مندی به یادگیری و تحقیق در ریاضیات را فراهم می‌آورند. آموزشگران، زبان تخصصی، دقیق و مستحکم ریاضی را برای انتقال مفاهیم و حقایق ریاضی بر می‌گزینند و پژوهشگران، به گسترش مرزهای دانش ریاضی مبادرت می‌ورزند.

در این بین، هستند افرادی که ویژگی‌ها و توانایی‌های مشترکی از این سه دسته را برای قوت بخشیدن به حرکت در مسیر خود انتخاب می‌کنند. تصور می‌کنم این افراد نقش مهمی در رشد ریاضیات هر کشور دارند. مثلاً می‌توان با بهره‌گیری از جذابیت‌های ترویجی ریاضیات، به آموزش عمیق آن پرداخت. آموزشگران مروج ریاضیات، کسانی هستند که نه تنها به انتقال عمیق مفاهیم و حقایق ریاضی پایبند هستند، بلکه ایجاد انگیزه، علاقه‌مندی و جذابیت را نیز مورد توجه قرار داده‌اند.

توجه به کاربردهای ریاضیات در زندگی، کلیدی طلایی برای نگاهی ترویجی به آموزش ریاضیات است. این رویکرد باعث می‌شود که شیوه ارائه شده، چیزی بیشتر از گزارش ریاضیات باشد و آن را به ابزاری توانمند برای آموزش جذاب تبدیل می‌کند.

کتاب حاضر که توسط دکتر امید ضابطی و دکتر مریم علی‌پور به رشته تحریر درآمده است تجربه‌ای موفق برای آموزش ریاضی عمومی است که جذابیت‌های پنهان در ترویج ریاضیات را نیز به شکلی اثربخش به کار گرفته است.

ما در دورانی زندگی می‌کنیم که علاقه‌مندی به ریاضیات کاهش یافته است، آثار اثربخش

تألیفی در زمینه ریاضیات کمرنگ شده‌اند و شمع تلاش بی‌چشمداشت برای ترویج ریاضی رو به خاموشی می‌نهد.

در این دوران باید قدردان تلاش چنین افرادی باشیم که هنوز مُصرانه بر روشن نگاه داشتن مشعل آموزش ریاضیات ترویج مدارانه، ابرام می‌ورزند و برای تألیف آثاری از این دست همت می‌گمارند.

مجید میرزاویری

بهار ۱۴۰۱

خودآگاهی بنابر ساده‌ترین تعریف، استخراج اطلاعات و افکار به صورت ارادی است که ماهیت ذهن را مشخص می‌کند و از ناخودآگاه سرچشمه می‌گیرد. به بیان دیگر، تجربه شخصی، تحلیل افکار و احساسات و همچنین مطلع بودن از موجودیت درونی یا بیرونی، تعبیر نمایان خودآگاهی می‌باشند. نویسندگان به دلیل علاقه و استعداد در زمینه خودآگاهی، این مبحث شیرین را با کاربردهای بی‌نظیر ریاضی عجین کرده و با تحلیل ریاضی مباحث خودآگاهی، بر زیبایی‌ها و کاربردپذیری ریاضی افزوده‌اند.

حال به یک سوال مهم که عموماً ذهن دانشجویان را مشغول کرده و غالباً می‌پرسند، پاسخ می‌دهیم. و آن سوال این است: کاربرد ریاضی در کجاست؟ خوب این سوال خیلی کلی است و شبیه این مورد است که شما به داروخانه رفته و می‌پرسید این داروها به چه درد می‌خورند. قطعا دکتر داروساز جوابی برای آن نخواهد داشت تا زمانی که شما به یک داروی خاص اشاره کرده و این سوال رو مجدد بپرسید. ریاضی نیز چنین است هر مبحث گفته شده در ریاضی کاربردهای فراوانی دارد که در این کتاب سعی کردیم با مثال‌های شهودی و همچنین بحث خودآگاهی این مطالب را باز کرده و کاربرد آن‌ها را بیان نماییم.

درس ریاضی عمومی تقریباً در تمام رشته‌های دانشگاهی وجود دارد و به نوعی پایه یادگیری تمام مطالب تحلیلی و محاسباتی در سایر رشته‌ها می‌باشد. اگر چه سخن گفتن در باب کاربردهای بی‌نظیر ریاضیات در سایر علوم، در این مجال کوتاه نمی‌گنجد، اما در اهمیت ریاضیات ذکر این نکته ضروری است که ریاضیات زبان نوشته شده پدیده‌های طبیعی و تفکرات بشری از دیرباز تا به امروز می‌باشد. به بیان بهتر، ریاضیات زبان مشترک تمام علوم است. تمام نظریه‌ها در

حوزه‌های علوم طبیعی، مهندسی و علوم انسانی با ریاضیات موجه و ثابت می‌شوند.

ریاضیات عمومی الفبای ریاضیات است. در واقع، یادگیری نظریه‌های پیچیده ریاضی مستلزم یادگیری پایه آن می‌باشد. جالب است بدانید که تمام نظریه‌های پیچیده ریاضی در تمام شاخه‌های آن، به نوعی ایده اولیه خود را از ریاضیات عمومی می‌گیرند و ریاضیات عمومی تماماً بر اساس نیازهای سایر علوم به رده بندی و منظم نمودن فرضیه‌ها و نظریه‌ها به وجود آمده‌اند و گسترش پیدا کرده‌اند.

بنابراین، تقریباً تمامی رشته‌های علوم به ریاضیات عمومی نیاز دارند. به خصوص، ریاضیات عمومی یک که شامل مباحث تابع، حد، مشتق و انتگرال می‌باشد به طور وسیعی در علوم دیگر نمود پیدا می‌کند.

این کتاب که شامل تمام مباحث ریاضی عمومی یک می‌باشد دارای سه ویژگی متمایز (همزمان با هم) است که حاصل تجربه نویسندگان با بیش از ده سال تدریس این درس در دانشگاه‌های مختلف کشور و رشته‌های متفاوت بوده است.

۱. مهمترین ویژگی این کتاب، تحلیل ریاضی مبحث زیبای خودآگاهی می‌باشد. خودآگاهی به بیان ساده یعنی کامل شدن و از بین بردن کاستی‌های فکری و رفتاری با استفاده از شناخت خود.

به بیان دیگر، زندگی، افکار و اهداف هر یک از ما می‌تواند توسط ریاضی بیان شود. البته چنین ویژگی کاملاً قابل پیش‌بینی می‌باشد. چرا که علم زمانی واقعی، تحلیلی و حقیقی می‌باشد که با ریاضی بیان شود. چرا که ریاضیات زبان مشترک تمام علوم و در واقع، زبان تعیین کننده حقیقت علوم است. ویژگی منحصر به فرد این کتاب، بیان مفاهیم ریاضیات عمومی یک با زبان خصلت‌ها، تفکرات و رفتارها می‌باشد. بیانی ساده، عمیق و تاثیرگذار.

۲. در برخی از موارد سعی می‌شود تا ریاضیات را علمی کاملاً مجرد و به دور از کاربرد معرفی نمایند. اما واقعیت امر این است که ریاضیات در تمامی علوم وجود دارد و بدون ریاضی، علوم دیگر حالت رسمی و واقعی پیدا نمی‌کنند. این نشان دهنده کاربردهای بی‌نظیر ریاضی در زندگی ما می‌باشد. لذا، ریاضیات یک علم دوست داشتنی (با عناصری لطیف و مهربان) است که باید با همگانی سازی و آشنایی با این موجودات دوست داشتنی، لذت فهم ریاضیات را درک نمود. در این کتاب سعی بر همگانی سازی ریاضیات و آشنا نمودن دانشجویان با طعم واقعی

ریاضیات یعنی خواندن و یادگرفتن لذت بخش ریاضی، می باشد. به ویژه، پیدا کردن تفکر تحلیلی و توانایی حل مسئله و همچنین بهره‌مندی از قدرت بیکران ذهن، از مهمترین کاربردهای یادگیری و انجام ریاضیات برای تمام افراد می باشد.

۳. تقریباً هر مفهوم انتزاعی که به طور مجرد در یک فصل آمده است دارای تعبیری شهودی در دنیای واقعی و به عنوان کاربرد آن می باشد. دانشجویان و به طور کلی جویندگان علم، همواره به دنبال ملموس سازی مفاهیم مجرد هستند و کاربرد در علوم دیگر بهترین وجه این شهودی سازی می باشد.

در پایان یادآور می شویم که به اعتقاد ما، ریاضیات به عنوان پایه و منشا تمام علوم، اهمیت خود را به خاطر همگانی بودن و کاربرد پذیری بی نظیر خود در تمام علوم دریافت می کند و لذا سعی نموده ایم با عمومی سازی آن و همچنین ایجاد حس دوستی و صمیمیت با آن، گامی کوچک در راستای اعتلای علمی فرزندان ایران عزیز برداریم. بدون شک، این کتاب همانند سایر متون علمی، عاری از اشتباه نمی باشد. لذا صمیمانه خواهشمندیم ما را از نظرات و پیشنهادات خود آگاه فرمایید تا در چاپ های بعدی به امید خدا اصلاح گردد.

امید ضابطی و مریم علی پور

زاهدان، بهار ۱۴۰۱

فهرست مطالب

پیش‌گفتار

ج

۱ اعداد مختلط ۱

۱.۱ معرفی و خواص ۱

۲.۱ اعمال و روابط ۶

۳.۱ تمرین ۱۰

۲ مجموعه و مفاهیم اولیه ۱۳

۱.۲ اعداد حقیقی ۱۴

۲.۲ قدر مطلق ۱۶

۳.۲ جز صحیح ۱۷

۴.۲ لگاریتم و سایر مباحث مربوطه ۱۸

۵.۲ تمرین ۲۵

۲۷	تابع	۳
۲۷	تابع و اهمیت آن	۱.۳
۳۲	تابع جبری	۲.۳
۳۳	توابع قدر مطلق و جزء صحیح	۳.۳
۴۰	توابع مثلثاتی	۴.۳
۴۶	توابع لگاریتمی و نمایی	۵.۳
۴۷	تابع یک به یک و ویژگی ها	۶.۳
۴۸	اعمال جبری روی توابع	۷.۳
۵۱	معکوس یک تابع	۸.۳
۵۵	توابع کراندار	۹.۳
۵۷	توابع یکنوا	۱۰.۳
۵۸	توابع هذلولوی	۱۱.۳
۶۲	تابع زوج و فرد	۱۲.۳
۶۵	توابع متناوب	۱۳.۳
۶۶	تمرین	۱۴.۳
۷۱	حد و پیوستگی	۴
۷۱	اهمیت حد و پیوستگی	۱.۴
۷۳	تعاریف اولیه	۲.۴
۷۴	پیوستگی	۱.۲.۴
۷۷	قضایای حد و پیوستگی	۳.۴
۷۷	صور مبهم: ویژگی ها و رفع ابهام	۴.۴
۷۹	همارزی	۱.۴.۴
۸۱	قاعده هسپیتال	۲.۴.۴
۸۳	رفع ابهام نمایی	۳.۴.۴
۸۵	حد در بی نهایت و حد بی نهایت	۵.۴

۶.۴	برخی قضایای مهم	۹۰
۷.۴	تمرین	۹۳

۵ مشتق ۹۷

۱.۵	اهمیت مشتق	۹۷
۲.۵	مقدمه	۱۰۰
۳.۵	شیب مماس و خط قائم بر منحنی	۱۰۲
۴.۵	مشتق چپ و راست	۱۰۴
۵.۵	قضایای پایه‌ای مشتق	۱۱۳
۶.۵	مشتق توابع مثلثاتی	۱۱۶
۷.۵	مشتق توابع	۱۱۸
۸.۵	مشتق تابع به معادله $y = f(x) $	۱۲۰
۹.۵	مشتق‌گیری تابع ضمنی	۱۲۰
۱۰.۵	مشتق تابع معکوس	۱۲۲
۱۱.۵	مشتق مراتب بالاتر	۱۲۴
۱۲.۵	مشتق پارامتری	۱۲۶

۶ کاربردهای مشتق ۱۳۱

۱.۶	ماکزیمم و مینیمم	۱۳۱
۱.۱.۶	ماکزیمم و مینیمم نسبی	۱۳۹
۲.۶	تقعر، تحدب و نقطه عطف	۱۵۰
۳.۶	رسم منحنی توابع	۱۵۵
۴.۶	رسم نمودار تابع	۱۵۹

۷ انتگرال ۱۶۳

۱.۷	اهمیت انتگرال	۱۶۴
۲.۷	قضایای انتگرال معین	۱۶۶

۳.۷	قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال	۱۶۸
۴.۷	انتگرال	۱۷۰
۵.۷	روش تعویض متغیر برای محاسبه انتگرال توابع	۱۷۱
۶.۷	انتگرال گیری از توابع مثلثاتی	۱۷۲
۷.۷	روش انتگرال گیری جز به جز	۱۷۷
۸.۷	انتگرال از توابع کسری	۱۸۰
۹.۷	انتگرال گیری با تغییر متغیرهای مثلثاتی	۱۸۵
۱۰.۷	محاسبه انتگرال های $\frac{1}{f(\sin x, \cos x)}$	۱۸۸
۱۱.۷	تغییر متغیرهای گویا ساز	۱۸۹
۱۲.۷	انتگرال های ناسره	۱۹۰

۸	کاربردهای انتگرال	۱۹۷
۱.۸	محاسبه مساحت یک منحنی با محور x ها	۱۹۸
۲.۸	حجم حادث از دوران	۲۰۲
۳.۸	طول قوس	۲۰۵

۹	دنباله و سری	۲۱۱
۱.۹	اهمیت دنباله و سری	۲۱۱
۲.۹	تعریف دنباله	۲۱۲
۳.۹	همگرایی و واگرایی	۲۱۳
۴.۹	زیردنباله	۲۲۰
۵.۹	سری های نامتناهی	۲۲۲
۶.۹	روش های برهان همگرایی	۲۲۴
۷.۹	سری به طور مشروط همگرا	۲۳۳
۱.۷.۹	آزمون نسبت و ریشه	۲۳۷
۸.۹	سری توانی	۲۳۹