



آشنایی با توپولوژی

www.ketab.ir

تألیف: فولکر رنده

ترجمه:

فریبرز آذرپناه

(عضو هیئت علمی دانشگاه شهید چمران اهواز)



آشنایی با توپولوژی

تألیف: فولکر رنده

ترجمه: فریبرز آذریناه

ویراستار: همایون معین، محمد جلوداری ممقانی

نمونه خوان: ترانه طاهری

حروفچین و صفحه‌آرا: شیدا افشانی

طراح جلد: سمیه عابدینی

ناظر چاپ: حمیدرضا دمیرچی

مرکز نشر دانشگاهی

چاپ اول ۱۴۰۰

تیراژ ۱۰۰

چاپ و صحافی: توس

۸۵۰۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، روبه روی سینما
سپیده، پاساژ خیبری، تلفن: ۶۶۴۰۸۸۹۱، ۶۶۴۱۰۶۸۶

فروش اینترنتی: www.iup.ac.ir

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است
فهرست نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه: رونده، فولکر، ۱۹۶۵ - م.

عنوان و نام پدیدآور: Runde, Volker

وضعیت ویراست: آشنایی با توپولوژی / تألیف: فولکر رنده، ترجمه: فریبرز آذریناه.

مشخصات نشر: تهران مرکز نشر دانشگاهی، ۱۴۰۰.

مشخصات ظاهری: چهار، ۲۴۲ ص.

فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۶۰۵. علوم پایه (ریاضی)؛ ۱۸۷.

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۰۱-۱۶۰۵-۰

وضعیت فهرست نویسی: فیبا

یادداشت: عنوان اصلی: A taste of topology, 2005.

موضوع: توپولوژی

موضوع: Topology

شناسه افزوده: آذریناه، فریبرز، ۱۳۳۰ - مترجم

شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی

شناسه افزوده: Iran University Press

رده بندی کنگره: QA ۶۱۱

رده بندی دیویی: ۵۱۴

شماره کتابشناسی ملی: ۸۴۶۰۵۸۲



17229165022941011111

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۵	مقدمه
۹	۱ نظریه مجموعه‌ها
۹	۱-۱ مجموعه‌ها و تابع
۱۹	۲-۱ اعداد اصلی
۲۵	۳-۱ حاصلضرب‌های دکارتی
۳۳	۲ فضای متریک
۳۴	۱-۲ تعریف‌ها و مثال‌ها
۳۹	۲-۲ مجموعه باز و مجموعه بسته
۴۸	۳-۲ همگرایی و پیوستگی

۵۶	۴-۲ کمال
۷۲	۵-۲ فشردگی فضاهای متریک
۸۳	۳ توپولوژی عمومی
۸۴	۱-۳ فضاهای توپولوژیک — تعریف‌ها و مثال‌ها
۹۸	۲-۳ پیوستگی و همگرایی توها
۱۰۸	۳-۳ فشردگی
۱۲۲	۴-۳ همبندی
۱۳۷	۵-۳ ویژگی‌های تفکیک
۱۴۹	۴ دستگاه‌های توابع پیوسته
۱۴۹	۱-۴ لم اوریسون و کاربردهای آن
۱۵۹	۲-۴ فشردن ساختن استون - چخ
۱۶۶	۳-۴ قضایای استون و پیوستگی
۱۸۰	۵ توپولوژی جبری مقدماتی
۱۸۱	۱-۵ هوموتوبی و گروه‌های بنیادی
۱۹۹	۲-۵ فضاهای پوششی
۲۱۱	پیوست الف
۲۱۶	پیوست ب
۲۲۰	پیوست ج
۲۲۴	نمادها
۲۲۷	مراجع
۲۳۱	نمایه

پیشگفتار

چنان‌که ریاضیات را به مثابهٔ زبان بسیار مهم، آموختن درس توپولوژی در دورهٔ کارشناسی، به فراگیری شتابزدهٔ واژه‌ها و به‌خاطر سپردن افعال بی‌قاعده می‌ماند: امری ضروری ولی نه چندان دلچسب، که همواره پیش از خواندن آثار بزرگ ادبی به زبان اصلی باید صورت پذیرد تا سرانجام زیبای آن، تلاش طاقت‌فرسای گذشته را جبران کند.

تأثیر توپولوژی عمومی بر ریاضیات، چندان به‌واسطهٔ داشتن قضایای قدرتمند نیست (اگر چه چنین قضایایی نیز وجود دارد)، بلکه بیشتر به‌خاطر فراهم کردن چارچوبی واحد برای بسیاری از پدیده‌ها در پهنهٔ گسترده‌ای از شاخه‌های ریاضی است. درس مقدماتی توپولوژی به لحاظ مفهومی سنگین است و ماهیت موضوع چنین اقتضاء می‌کند. اگر معلم بخواهد مفاهیم این درس را با مثال توضیح دهد، بی‌درنگ این مشکل پیش خواهد آمد که آموخته‌های دانشجویان هنوز آن قدر نیست که بتوانند مثال‌های «طبیعی»، همچون مثال‌های آنالیزی و هندسی را درک کنند. بنابراین بسیاری از مثال‌ها در چنین درسی ساختگی و بی‌محتوا به نظر می‌رسند؛ ساختارهایی که گاه بسیار پیچیده‌اند و انگار هیچ فایده‌ای جز این ندارند که مثلاً نشان دهند ویژگی XY قوی‌تر از ویژگی YX است ولی عکس آن درست نیست. این خطر بسیار جدی است که دانشجویان درس توپولوژی به این باور برسند که همهٔ ریاضیات، یا دست کم توپولوژی، چیزی جز تردستی با تعاریف انتزاعی و مثال‌های ساختگی نیست.

کتاب حاضر حاصل جزوه‌هایی است که برای تدریس درس Math ۴۴۷ (توپولوژی عمومی)

در دانشگاه آلبرتا، برای سال چهارم دوره کارشناسی در نظر گرفته شده بود و آن را در ترم زمستانی ۲۰۰۴، تهیه کرده بودم. نخست قصد داشتم از [SIMMON ۶۳] به عنوان کتاب درسی استفاده کنم، زیرا من خود توپولوژی را از آن کتاب آموخته بودم. اما از آنجا که بعضی از مباحثی که می خواستم تدریس کنم در آن کتاب نیامده بود، شروع به نوشتن جزوه های خود کردم و برای دسترسی دیگران آنها را در اینترنت قرار دادم و سرانجام برای نوشتن کتاب خود بی تاب شدم. مخاطبان من از دانشجویان سال دو کارشناسی تا دانشجویان کارشناسی ارشد بودند، از این رو، ناگزیر زمینه توانایی های ریاضی آنها بسیار گوناگون بود. این واقعیت، بر روش بیان مطالب و به ویژه انتخاب مثال ها بسیار تأثیر می گذاشت. از این رو تلاش کردم تا مثال هایی ارائه دهم که در ابتدا فایده آنها منحصر به خودشان نباشد و سپس برای دانشجویانی که با آنالیز حقیقی و مختلط آشنا نیستند ولی با حساب دیفرانسیل و انتگرال و جبر مقدماتی آشنایی دارند نیز قابل درک باشد.

آشکار است که کتاب توپولوژی مقدماتی ظرفیت محدودی برای نوآوری دارد. بیشتر مباحث این کتاب را نیز می توان در هر کتاب دیگری که در همین زمینه باشد مشاهده کرد. با این حال تمام تلاش خود را کرده ام که تا آنجا که ممکن است مطالب به صورتی تازه و آسان ارائه شود؛ این که موفق شده ام یا نه، تا حد زیادی بستگی به سلیقه ها و گرایش های خوانندگان کتاب دارد. اما در مواردی محدود، دست کم تا آنجا که می دهم در این کتاب به موضوعات توپولوژی به صورت متفاوت با کتاب های دیگر پرداخته شده است، مثلاً

- قضیه بر از قضیه میناگ - لفلر بورباکی به دست آمده است.
- از تورها بسیار گسترده استفاده شده و به ویژه، با کمک تورها، اثباتی نسبتاً شهودی از قضیه تیخونوف، متعلق به پول ر. چرنوف [CHERNOFF ۹۲]، ارائه شده است.
- قضیه استون - وایرستراس مختلط از راه کوتاه و زیبای سیلیویو ماشادو اثبات شده است [MACHADO ۷۷].

با توجه به برنامه درسی مشخص و زمان محدود کلاس درس، آموزگار هر درسی ناچار است برای تدریس و یا کنار گذاشتن بخش هایی از کتاب تصمیم بگیرد. انتخاب این بخش ها، به ویژه زمانی که تصمیم به کنار گذاشتن می گیرد، همیشه به سلیقه ها و گرایش های او برمی گردد. مباحثی که نبود آنها در این کتاب بیشتر نمایان است عبارت اند از: پالایه ها و فضا های یکنواخت. به نظر من وقتی بحث همگرایی به میان می آید، تورها با توجه به شباهت های شان با دنباله ها، شهودی تر از پالایه ها هستند (البته شاید دیگران با من هم عقیده نباشند). تدریس فضا های یکنواخت در یک درس مقدماتی هم به اعتقاد من، به خاطر عدم وجود مثال های مقدماتی طبیعی که در ابتدا فضای متریک نباشند، دشوار است.