



توابع فازی

تفاضل تعمیم یافته و مشتق پذیری تعمیم یافته

توابع فازی-مقدار

n-بعدی

بابک سدری

سرشناسه :	سدري، بابک، ۱۳۶۱-
عنوان و نام پديدآور:	توابع فازی: تفاضل تعميم يافته و مشتق پذيری تعميم يافته توابع فازی - مقدار n-fund/بابک سدري.
مشخصات نشر:	کرمان: مهرتا، ۱۴۰۰.
مشخصات ظاهري:	۱۰۶ ص.
شابک:	۹۷۸-۶۲۲-۹۸۶۱۹-۰-۵
وضعيت فهرست نویسی:	فبا
عنوان ديگر:	تفاضل تعميم يافته و مشتق پذيری تعميم يافته توابع فازی - مقدار n-fund.
موضوع:	رياضيات فازی
	Fuzzy mathematics
	مجموعه های فازی
	Fuzzy sets
	توابع
	Functions
	مشتق گیری
	Fractional calculus
رده بندی کنگره:	QA۴۹/۲
رده بندی ديویی:	۵۱۰
شماره کتابشناسی ملی:	۸۷۳۴۶۵۸۵

توابع فازی (تفاضل تعميم يافته و مشتق پذيری تعميم يافته توابع فازی)

- نویسنده: بابک سدري
- صفحه آرايی: اتابک سدري
- ویراستار: مرجان اندیشمند
- نوبت چاپ: اول/زمستان ۱۴۰۰
- تیراژ: ۵۰۰ جلد
- ناشر: انتشارات مهرتا
- مدير هنري و اجرايی: محمد مهدي کاربخش راوري
- شابک: ۹۷۸-۲۶۶-۹۸۶۱۹-۰-۵
- قيمت: ۵۶۰۰۰ ريال



نشانی: کرمان، بلوار کشاورز، نبش کوچه
شماره ۹، مجتمع تجاری اداری فولاد کرمان
(الف)، طبقه دوم، واحد ۲۲.

تلفن: ۰۳۴-۳۲۱۲۵۷۹۱-۲

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
6	سخن مولف
۱۲	فصل اول: تعاریف و پیش نیازها
۱۲	۱-۱ مقدمه
۱۲	۱-۲ نماد گذاری
۱۳	۱-۳ فضای برداری و ضرب داخلی
۱۵	۱-۴ تعاریف و قضایای اساسی آنالیز محدب در فضای R^n
۱۸	۱-۵ تعاریف اساسی از بهینه سازی
۱۸	۱-۶ زیر مجموعه های مهم در فضای R^n
۱۹	۱-۷ تابع نکیه گاه
۲۲	۱-۸ فضای متریک و متر هاسدورف
۲۶	فصل دوم: مفاهیم اساسی مجموعه های فازی
۲۶	۲-۱ مقدمه
۳۲	۲-۲ مفاهیم و تئوری فازی
۳۴	۲-۳ مجموعه های تراز (۲-برش ها)
۳۵	۲-۴ مجموعه های فازی محدب
۳۵	۲-۵ اعداد فازی
۳۹	۲-۶ اصل گسترش زاده

- ۴۳ ۲-۷ متر هاسدورف روی اعداد فازی Π -بعدی
- ۴۴ ۲-۸ تابع تکیه گاه روی اعداد فازی Π -بعدی
- ۴۶ ۲-۹ تفاضل ها کوهارا برای مجموعه ها و اعداد فازی Π -بعدی
- ۴۷ ۲-۱۰ تفاضل ها کوهارای تعمیم یافته برای مجموعه ها و اعداد فازی Π -بعدی
- ۵۲ ۲-۱۱ تفاضل تعمیم یافته برای اعداد فازی و تابع تکیه گاه روی اعداد فازی Π -بعدی

فصل سوم: مشتق پذیری تعمیم یافته برای توابع فازی مقدار

Π -بعدی

- ۶۳ ۳-۱ مقدمه
- ۶۴ ۳-۲ مشتق پذیری تعمیم یافته برای توابع فازی مقدار Π -بعدی
- ۸۲ ۳-۳ بررسی توابع فازی مقدار S - محدب و بهینه سازی فازی
- ۹۱ منابع
- ۹۵ واژه نامه

سخن مولف

اصطلاح فازی¹ به معنی ابهام و نامشخص است. در زندگی عادی نیز گاهی با موقعیت‌هایی مواجه می‌شویم که نمی‌دانیم تصمیم درست یا نادرست کدام است و عملکرد صحیح از چشمان مخفی شده است. در این هنگام، منطق فازی²، یک منطق چند ارزشی و انعطاف پذیر می‌شود. به این ترتیب برای هر موقعیتی می‌توان میزان عدم قطعیت را هم تعیین کرد. به همین علت گاهی به منطق فازی، منطق مشکک هم می‌گویند، زیرا نتایج آن با شک و تردید ایجاد شده‌اند. مفهوم و مطالعه در مورد منطق فازی از سال ۱۹۲۰ آغاز شد، ولی مفهوم منطق فازی اولین بار، توسط پروفیسور لطفی عسگرزاده در سال ۱۹۶۵ در دانشگاه برکلی به کار رفت. ایشان با توجه به منطق به کار رفته در دستگاه‌های دیجیتال، متوجه شد که این دستگاه‌ها توانایی شبیه‌سازی تفکرات و ایده‌های ذهن انسان را دارا نیستند و نمی‌توانند مانند انسان فکر کنند. زیرا منطق دیجیتال برای هر تصمیم فقط دو وضعیت «درست» و «غلط» را در نظر می‌گیرد، در حالی که تفکر انسانی در جاتی از درستی یا نادرستی را برای تصمیم در بر دارد. می‌توان رویکرد منطق فازی را به شکلی تصور کرد که به جای در نظر گرفتن دو وضعیت مثلاً سیاه یا سفید، طیفی از رنگ خاکستری را جایگزین کرد که از یک طرف به رنگ سفید و از طرف دیگر به رنگ سیاه محدود می‌شود. در حوزه‌های مختلفی مانند هوش مصنوعی³ و نظریه کنترل⁴ از منطق فازی استفاده می‌شود.

بنابراین با استفاده از منطق فازی در این زمینه‌ها، رایانه‌ها هم قادر هستند براساس داده‌های غیرقطعی و ابهام، محاسبات را انجام دهند. مشاهده می‌شود که برخلاف منطق دودویی ارسطویی، پدیده

1 - Fuzzy

2 - Fuzzy Logic

3 - Artificial Intelligence

4 - Control Theory

های واقعی فقط سیاه یا فقط سفید نیستند، بلکه تا حدودی خاکستری هستند. در واقع پدیده‌های واقعی به صورت فازی، مبهم و نادقیق هستند. عمده ابزارهای متداول برای مدل سازی، استدلال و محاسبات از نوع قطعی، معین و کاملاً مشخص هستند. منظور از قطعی بودن، دویخشی بودن است: بله یا خیر، به جای بیشتر یا کمتر. در منطق دودویی مرسوم، یک عبارت می تواند درست یا غلط باشد. در تئوری مجموعه ها، یک عنصر به مجموعه تعلق دارد یا ندارد. در بهینه سازی مسئله، یک راه حل امکان پذیر است یا نیست. نظریه مجموعه‌های فازی یک ابزار قوی برای مدل کردن مسائل نادقیق در حالت ابهام و برای پردازش اطلاعات مبهم در مدل‌های ریاضی است که برای طیف وسیعی از مسائل واقعی و حقیقی برای علوم و مهندسی به کار می رود. این نظریه برای اولین بار توسط پروفسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ برای مدل بندی مفاهیم نادقیق و مبهم معرفی شد. از زمانی که مفهوم و نظریه‌ی مجموعه فازی توسط لطفی زاده^۱ بیان شده است، مطالعات بسیاری روی جنبه های نظری و کاربردهای مجموعه‌های فازی انجام شده است. از آن زمان به بعد، نویسندگان مختلف، اعداد فازی را به صورت گسترده مورد پژوهش قرار داده اند. از آنجا که مفهوم مشتق پذیری نقش اساسی و کلیدی در بهینه سازی فازی دارد^۲. با تعریف مشتق فازی، بهینه سازی فازی جایگاه مهم و ویژه ای از دیدگاه نظری و کاربردی پیدا کرد و در سال های اخیر نویسندگان زیادی طیف گسترده ای از نتایج را در هر دو زمینه نظری و کاربردی ارائه دادند. پیشگامان در این نظریه فازی، به طور معمول روش های مبتنی بر مشتق ها کوهارا را دنبال می کردند. در برخی مسائل این روش ها یک مشکل و نقطه ضعف داشتند.

در واقع برای چنین مسائلی طول تکیه گاه جواب، در امتداد زمان، بطور صعودی افزایش پیدا کرده است و این ضعف باعث شد که این روش نتواند رفتار فیزیکی سیستم را منعکس کند. اما این

^۱-L. A. Zadeh, Fuzzy sets, Inform Control, 8 (1965) 338-353.

^۲-برای اولین بار مفهوم مشتق فازی توسط چانگ و زاده معرفی شد و بدنبال آن دیوا و پراد اصل توسیع را تعریف و استفاده نمودند.

ضعف با تعریف مشتق تعمیم یافته قوی توسط بده و گال بیان شد و نظریه کامل تری از بهینه سازی فازی ارائه کردند. سپس استقائینی در سال ۲۰۱۰ تفاضل تعمیم یافته ها کوهارا g-تفاضل را تعریف کرد. در ادامه همکارش بده در سال ۲۰۱۳ مفهوم مشتق پذیری تعمیم یافته g-مشتق پذیری بر اساس تفاضل تعمیم یافته g-تفاضل، که مبنای g-تفاضل بر اساس تعریف g-تفاضل می باشد را بیان کرد. اعداد فازی، ابزاری قوی برای مدلسازی عدم قطعیت و پردازش اطلاعات مبهم و ذهنی به شکل مدل های ریاضی هستند. مسیرهای توسعه آنها، متنوع هستند و در بسیاری از مسائل عملی مانند بهینه سازی فازی^۱، مسائل حمل و نقل فازی^۲، معادله دیفرانسیل فازی^۳، و غیره مورد استفاده قرار گرفته اند. محققان مشتق پذیری و انتگرال پذیری نگاشت های فازی را به عنوان بخشی از مطالعات لازم برای توسعه نظریه هایی راجع به اعداد فازی و کاربردهای آن، مورد بررسی قرار داده اند. در ابتدا پوری و رالسکو^۴، مشتق نگاشت های فازی را از یک زیرمجموعه ی باز فضای نرم دار به فضای اعداد فازی Π به فضای E^n توسعه دادند؛ آنها در واقع مفهوم مشتق پذیری ها کوهارا را برای نگاشت های مجموعه-مقدار تعمیم و بسط دادند.

در سال ۱۹۸۷، کالوا^۵ مفهوم g-مشتق پذیری را مورد بحث و بررسی قرار داد و یک شرط کافی برای H-مشتق پذیری نگاشت های فازی از $[a, b]$ به فضای E^n و همچنین یک شرط لازم

1 -M.A. Jimenez, A.R. Lizana, Y.C. Cano, H.R. Flores, Generalized convexity in fuzzy vector optimization through a linear ordering, Inform Sci. 312 (2015) 13-24./ J.H. Ruan, P. Shi, C.C. Lim, X.P. Wang, Relief supplies allocation and optimization by interval and fuzzy number approaches, Inform Sci. 303 (2015) 15-32.

2 -A. Ebrahimnejad, New method for solving Fuzzy transportation problems with LR flat fuzzy numbers, Inform Sci. 357 (2016) 108-124.

3 -N.A. Gasilov, S.E. Amrahov, A.G. Fatullayev, I.F. Hashimoglu, Solution method for a boundary value problem with fuzzy forcing function, Inform Sci. 317 (2015) 349-368./ V. Lupulescu, Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations on time scales, Inform Sci. 248 (2013) 50-67.

4 -Puri & Ralescu

5 -M.L. Puri, D.A. Ralescu, Differentials of Fuzzy Functions, J.Math.Anal.Appl. 91 (1983) 552-558.

6 -Kaleva & O. Kaleva, Fuzzy differential equations, Fuzzy Sets Syst. 24 (1987) 301-317.

برای H -مشتق پذیری نگاشت های فازی از $[a, b]$ به فضای E^n بدست آورد. در سال ۲۰۰۳، ونگ و وو^۱، مشتق جهتی^۲، و زیردیرانسیل نگاشت های فازی از E^n به فضای E^n با استفاده از تفاضل ها کوهارا را پیشنهاد کردند. با این وجود، تفاضل ها کوهارا بین دو عدد فازی، تنها در شرایط بسیار محدود شده وجود دارد^۳ و H -تفاضل دو عدد فازی همواره موجود نیست^۴. به کمک مفهوم g -تفاضل که توسط استفانینی و گومس و باروس^۵ پیشنهاد شده است، نواقص و مشکلات مفاهیم فوق الذکر حل شدند. با توجه به اینکه g -تفاضل دو عدد فازی همواره وجود دارد، بده^۶ بر اساس گسترش تفاضل ها کوهارا تعمیم یافته برای مجموعه های فازی، مفهوم جدید مشتق پذیری تعمیم یافته g -مشتق پذیری، برای توابع فازی مقدار را، در سال ۲۰۱۳ معرفی کرده و مورد مطالعه قرار داد.^۷ در اینجا با توجه به این مفهوم جدید و اهمیت مفهوم مشتق پذیری برای نگاشت های فازی، مفهوم g -مشتق پذیری توابع فازی مقدار n -بعدی معرفی می شود، این مدل از g -مشتق پذیری، مبتنی بر تعمیم تفاضل ها کوهارا تعمیم یافته برای مجموعه های فازی است که توسط استفانینی^۸ پیشنهاد شده است. همچنین روابط بین g -مشتق پذیری، S -مشتق پذیری و g -مشتق پذیری توابع فازی مقدار n -بعدی که در این کتاب وجود دارند، در نظر گرفته

-Wang & Wu V. Lupulescu, Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations on time scales, Inform Sci. 248 (2013) 50-67.

^۱-Directional derivative

-O. Kaleva, Fuzzy differential equations, Fuzzy Sets Syst. 24 (1987) 301-317.

-L. Stefanini, A generalization of Hukuhara difference, in: D. Dubois, M.A. Lubiano, H. Prade, A.A. Gil, P. Grzegorzewski, O. Hryniewicz (Eds.), Soft Methods for Handling Variability and Imprecision, in: Series on Advances in Soft Computing, Springer, 2008/ L. Stefanini, A generalization of Hukuhara difference and division for interval and fuzzy arithmetic, Fuzzy Sets Syst. 161 (2010) 1564-1584.

-L. Stefanini, A generalization of Hukuhara difference and division for interval and fuzzy arithmetic, Fuzzy Sets Syst. 161 (2010) 1564-1584/ L.T. Gomes, L.C. Barros, A note on the generalized difference and the generalized differentiability, Fuzzy Sets Syst. 280 (2015) 142-145.

-Bede

-B. Bede, L. Stefanini, Generalized differentiability of fuzzy-valued functions, Fuzzy Sets Syst. 230 (2013) 119-141.

-L. Stefanini, A generalization of Hukuhara difference and division for interval and fuzzy arithmetic, Fuzzy Sets Syst. 161 (2010) 1564-1584.

می‌شود. هدف این کتاب، کاربرد $\mathcal{G}$ -تفاضل فازی که توسط بده¹ معرفی شده، برای تعریف و

مطالعه مشتق پذیری تعمیم یافته توابع فازی مقدار n -بعدی بر طبق دو مقاله

Generalized differentiability for n -dimensional fuzzy-number-valued functions and fuzzy optimization² And eneralized differentiability of fuzzy-valued functions³

تدوین گردیده است. ابتدا مفاهیم اساسی مورد استفاده در این کتاب بیان می‌شوند. سپس تفاضل فازی تعمیم یافته معرفی می‌شود و یک قضیه مشخصه برای مفهوم تفاضل تعمیم یافته اعداد فازی n -بعدی به کمک توابع نکیه گاه ارائه می‌گردد. مفهوم جدید مشتق تعمیم یافته برای توابع فازی مقدار n -بعدی و رابطه $\mathcal{G}$ -مشتق پذیری، S -مشتق پذیری و $\mathcal{A}$ -مشتق پذیری فازی مقدار n -بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. این کتاب جهت ارائه به دانشجویان دوره های کارشناسی ارشد و علاقه مندان به علم فازی و بر اساس ارائه پایان نامه مولف تدوین گردیده است. بر خود دانسته تا بتوانم در پیشبرد اهداف ریاضیات کاربردی دانشجویان قدمی بردارم تا در این مسیر شاهد رشد بیش از پیش ایشان در عتلاقی سطح ریاضیات کاربردی باشم. امیدوارم این مجموعه مورد استفاده دانشجویان کارشناسی ارشد کاربردی علوم پایه، مهندسی واقع گردد و راه را تا حدی بر ایشان و علاقه مندان به گرایش فازی و آشنایی با سیستم های فازی هموار سازد.

بابک سدري

پائیز ۱۴۰۰

1 -B. Bede, L. Stefanini, Generalized differentiability of fuzzy-valued functions, Fuzzy Sets Syst. 230 (2013) 119-141

2 -Shexiang Haia, Zengtai Gongb, Hongxia Lie School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, 730050, P.R. China College of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou, 730070, P.R.China College of Mathematics and Statistics, Longdong University, Qingyang, 745000, Gansu, P.R.China

3 -Barnabás Bedea, Luciano Stefanini Department of Mathematics, DigiPen Institute of Technology, 9931 Willows Rd NE, Redmond, Washington 98052, USA DESP - Department of Economics, Society and Political Sciences, University of Urbino "Carlo Bo", Italy