

کتابخانه
۲۹۲۱۸۰

بسم الله الرحمن الرحيم

مبانی ترکیبیات

محرم ایردموسی

استادیار دانشگاه شهید بهشتی

انتشارات کوشیار فردا

۱۴۰۱

سرشناسه	: نژاد ایردموسی، محرم، ۱۳۴۹
عنوان	: مبانی ترکیبیات
مشخصات نشر	: تهران، انتشارات کوشیار فردا، ۱۴۰۱=۲۰۲۲ م.
مشخصات ظاهری	: د+۲۱۴ ص. مصور، جدول.
فروست	: مجموعه کتابهای دانشگاهی؛ ۱
شابک	: ۹۷۸-۶۲۲-۹۸۵۷۳-۱-۱
یادداشت	: عنوان فرعی: جلد نخست از مجموعه ترکیبیات
موضوع	: علوم پایه، ریاضیات



۰۰۲

انتشارات کوشیار فردا

عنوان کتاب: مبانی ترکیبیات، جلد نخست از مجموعه ترکیبیات

تألیف: محرم نژاد ایردموسی

ویراستار ادبی: آذر معصومی مهوار

صفحه‌آرا و طراح جلد: پارسا نژاد ایردموسی

ناشر: انتشارات کوشیار فردا

تاریخ و نوبت چاپ: ۱۴۰۱-اول

شمارگان: ۱۰۰

قیمت: ۱۵۰۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۹۸۵۷۳-۱-۱

قطع: رحلی

مسئولیت درستی مطالب به عهده نویسنده است.

حق چاپ برای ناشر محفوظ است.

Combinatorics ۱

۲ هرچند بسیاری از زیرشاخه‌های ترکیبیات مانند نظریه گراف، به مجموعه‌های نامتناهی نیز گسترش پیدا کرده‌اند.

یکی از موضوعات کاربردی ریاضیات، مبحث ترکیبیات^۱ است. در ترکیبیات عموماً با مسائل مربوط به مجموعه‌های متناهی^۲ روبرو هستیم. این مجموعه‌های متناهی را که به یک یا چند رابطه مجهز هستند ساختارهای ترکیبیاتی می‌نامیم. مسائل ترکیبیات تنوع بسیاری دارند اما می‌توان در یک تقسیم‌بندی کلی آنها را به پنج دسته تقسیم کرد: (یک) مسائل وجودی درباره وجود یک مجموعه یا ساختار ترکیبیاتی با یک ویژگی خاص، (دو) مسائل شمارشی درباره تعداد مجموعه‌ها یا ساختارهای ترکیبیاتی که یک ویژگی خاص دارند، (سه) پیدا کردن روشها و الگوریتم‌هایی برای تولید ساختارهای ترکیبیاتی خاص، (چهار) بررسی همسان بودن یا متفاوت بودن ساختارهای ترکیبیاتی (با صرف نظر از نام و برجسب اشیاء دخیل در آن ساختارها) و (پنج) بهینه سازی کمیت‌ها و کیفیت‌های مرتبط با ساختارهای ترکیبیاتی.

در دوره های تحصیلی دانشگاهی، مباحث ترکیبیات تحت عناوین مختلفی در رشته‌های مهندسی و علوم پایه ارائه می‌شوند. در برنامه مقطع کارشناسی رشته ریاضیات و کاربردها، سه درس در زمینه ترکیبیات گنجانده شده است که عبارت‌اند از (۱) مبانی ترکیبیات، (۲) نظریه گراف و کاربردهای آن و (۳) ترکیبیات و کاربردهای آن. کتاب پیش‌رو، برای ارائه و مطالعه نخستین درس از این سه درس یعنی مبانی ترکیبیات نگارش شده است.

تلاش بر این بوده‌است که سرفصل‌های درس مبانی ترکیبیات با ارائه مثالها و تمرین‌های متنوع و در سطح دانشجویان سالهای اول دوره کارشناسی ارائه شود. همچنین این انعطاف در مطالب کتاب وجود دارد که درصدی از بخش‌های هر فصل به عنوان مطالعه انفرادی به دانشجویان واگذار شود. یکی از مزیت‌های کتاب تنوع مثالهای حل‌شده و مسائل انتهایی فصل‌هاست. حدود ۳۰۰ مثال و بیش از ۵۰۰ مساله و تمرین در کتاب گنجانده شده‌اند که می‌تواند منبع مناسبی برای دانشجویان علاقمند به حل مساله و مسابقات ریاضی فراهم آورد. حتی این کتاب، با صرف‌نظر از مطالعه درصد کمی از مطالب، می‌تواند مورد استفاده دانش‌آموزان علاقمند به شرکت در المپیادهای ریاضی و رایانه در دوره

متوسطه دوم قرار گیرد.

کتاب پیش‌رو از ده فصل تشکیل شده است. فصل اول به موضوع شمارش اختصاص دارد که در تمامی بخش‌های ترکیبیات به ابزارهای آن احتیاج خواهیم داشت. در فصل دوم به معرفی اصل لانه کبوتر که در واقع یک قضیه کاربردی در مسائل وجودی ترکیبیات است خواهیم پرداخت و به کاربردهای متنوعی از آن در مباحث گوناگون ریاضیات اشاره خواهیم کرد. در فصل سوم، روش استقرای ریاضی و انواع آن معرفی خواهند شد. روش استقرای ریاضی، روشی سودمند در اثبات گزاره‌های ریاضی است و محدود به مبحث ترکیبیات هم نیست. در فصل چهارم به سراغ تعمیم اصل جمع که اصل شمول و عدم شمول نامیده می‌شود و در حقیقت یک قضیه است خواهیم رفت و از آن در مسائل شمارش استفاده خواهیم کرد. در فصل پنجم به معرفی دنباله‌های بازگشتی و کاربرد آنها در مسائل شمارش خواهیم پرداخت. در فصل ششم با مبحث توابع مولد آشنا خواهیم شد. در حقیقت تابع مولد یک سری توانی است که متناظر با هر دنباله حقیقی تعریف می‌شود. از این ابزار نیز بیشتر در مسائل شمارش و اثبات برخی برابریهای ترکیبیاتی درباره افزایش اعداد طبیعی استفاده می‌شود. می‌توان گفت فصل‌های چهار، پنج و شش تکمیل‌کننده فصل اول کتاب هستند که به موضوع مهم شمارش اختصاص دارد.

در چهار فصل پایانی کتاب به معرفی سه ساختار ترکیبیاتی یعنی مربع لاتین، طرح‌های بلوکی و گراف خواهیم پرداخت. به توجه به اینکه این ساختارهای ترکیبیاتی هر کدام جزء مباحث اصلی ترکیبیات هستند، هدف در این چهار فصل آشنایی خوانندگان با مقدمات این مباحث خواهد بود. علاقمندان می‌توانند در دو درس دیگر دوره کارشناسی که به طور خاص به این مباحث می‌پردازند، علاقه خود را پی بگیرند و آشنایی بیشتری با محتوی، مسائل و کاربردهای این ساختارهای ترکیبیاتی پیدا کنند. البته به چند نمونه از کاربردهای این ساختارهای ترکیبیاتی در مدل‌سازی ریاضی مسائل دنیای واقعی اشاره خواهیم کرد.

یک نکته مهم درباره فصل‌های ارائه شده در این کتاب این است که در بخشهای پایانی هر فصل، سعی شده است که مطالبی خارج از سرفصل درس اما مرتبط با موضوع آن فصل گنجانده شود تا خوانندگان علاقمند بتوانند علاقمندی خود را پی بگیرند.

در پایان لازم می‌دانم پیشاپیش مراتب سپاسگزاری خود را از خوانندگانی که ایرادات موجود در کتاب را برای بهتر شدن ویرایش‌های بعدی کتاب، با نویسنده در میان می‌گذارند، ابراز کنم. برای این منظور پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس ایمیل iradnusa@gmail.com ارسال کنید.

محرم ایردموسی

تهران، بهار یکهزار و چهارصد و یک.

فهرست مطالب

پیش‌گفتار

ث

www.ketab.ir

۱	شمارش بدون شمارش	۱
۱	۱.۱ دو اصل ساده اما کارا	۱.۱
۱	۱.۱.۱ اصل جمع	۱.۱.۱
۳	۲.۱.۱ اصل ضرب	۲.۱.۱
۵	۲.۱ رشته‌ها، جایگشت‌ها و انتخاب‌ها	۲.۱
۱۰	۳.۱ مساله توزیع اشیاء در جعبه‌ها	۳.۱
۱۰	۱.۳.۱ اشیاء و جعبه‌ها متمایز	۱.۳.۱
۱۰	۲.۳.۱ اشیاء نامتمایز اما جعبه‌ها متمایز	۲.۳.۱
۱۲	۳.۳.۱ اشیاء متمایز اما جعبه‌ها نامتمایز	۳.۳.۱
۱۳	۴.۳.۱ اشیاء و جعبه‌ها نامتمایز	۴.۳.۱
۱۴	۴.۱ جایگشت‌های اشیاء نامتمایز و جایگشت‌های نامتمایز اشیاء	۴.۱
۱۷	۵.۱ تناظر یک به یک	۵.۱
۲۱	۶.۱ شمارش دوگانه	۶.۱
۲۳	۷.۱ برابری‌های ترکیبیاتی	۷.۱

تمرین‌ها ۲۶

۲ اصل لانه کبوتری ۳۱

۱.۲ چند مثال مقدماتی ۳۲

۲.۲ تعمیم‌های اصل لانه کبوتری ۳۶

۳.۲ چند قضیه مهم ۴۰

۴.۲ آشنایی با اعداد رمزی ۴۳

۵.۲ نسخه نامتناهی اصل لانه کبوتری ۴۷

تمرین‌ها ۴۸

۳ روش استقرای ریاضی ۵۳

۱.۳ استقرای ریاضی: اصل، قضیه یا روش؟ ۵۴

۲.۳ چند مثال مقدماتی ۵۶

۳.۳ استقراء با گام اول متفاوت ۶۱

۴.۳ استقراء با دو مقدمه ۶۳

۵.۳ استقرای قوی ۶۴

۶.۳ استقرای دوگانه ۶۷

۷.۳ استقرای کوشی ۶۸

۸.۳ کارگاه طراحی استقراء! ۶۹

۹.۳ خوش‌ترتیبی به جای استقراء ۷۳

۱۰.۳ قوی‌تر اما رام استقراء! ۷۴

تمرین‌ها ۷۵

۴ اصل شمول و عدم شمول ۸۱

۱.۴ قضیه شمول و عدم شمول ۸۲

۲.۴ چند کاربرد مهم از اصل شمول و عدم شمول ۸۷

۱.۲.۴ پریش‌ها ۸۷

۲.۲.۴ تابع اویلر ۸۸

۳.۲.۴ تعداد توابع پوشا ۸۹

۳.۴ تعمیم‌هایی از اصل شمول و عدم شمول ۹۱

۱.۳.۴ تعمیم اول ۹۱

۲.۳.۴ تعمیم دوم ۹۲

تمرین‌ها ۹۳

۵ دنباله های بازگشتی ۹۷

۹۸	۱.۵ تعریف دنباله بازگشتی
۱۰۲	۲.۵ دو روش دم دستی برای حل دنباله های بازگشتی
۱۰۲	۱.۲.۵ کاربرد مکرر رابطه بازگشتی
۱۰۳	۲.۲.۵ حدس و استقراء
۱۰۴	۳.۵ دنباله بازگشتی خطی همگن
۱۰۸	۴.۵ دنباله کمکی
۱۱۰	۵.۵ دنباله های بازگشتی غیر همگن
۱۱۱	۶.۵ دنباله های بازگشتی معروف
۱۱۳	تمرین ها

۶ توابع مولد ۱۱۷

۱۱۸	۱.۶ تعریف تابع مولد
۱۲۴	۲.۶ تابع مولد دنباله های بازگشتی
۱۲۷	۳.۶ شمارش به کمک تابع مولد
۱۲۹	۴.۶ کشف جالب اویلر درباره افزایش های یک عدد طبیعی
۱۳۲	۵.۶ اثبات برابری های ترکیبیاتی
۱۳۳	تمرین ها

۷ مربع های لاتین ۱۳۷

۱۳۸	۱.۷ مربع لاتین و کاربرد آن
۱۴۰	۲.۷ مربع لاتین و آرایه متعامد
۱۴۱	۳.۷ روشهای ساخت مربع لاتین
۱۴۴	۴.۷ مجموعه های بحرانی یک مربع لاتین
۱۴۶	۵.۷ مربع های لاتین متعامد
۱۵۰	تمرین ها

۸ آشنایی با طرح های بلوکی ۱۵۳

۱۵۴	۱.۸ ۲- طرح های بلوکی
۱۵۸	۲.۸ سیستم سدتایی آشنایتر
۱۶۰	۳.۸ ۴- طرح های بلوکی
۱۶۳	۴.۸ روشهای ساخت طرح های بلوکی
۱۶۳	۱.۴.۸ تکرار بلوک ها