

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بررسی پایداری مجانبی در بی نهایت

تألیف:

پرستو هیئتیان نائینی

(عضو هیئت علمی دانشگاه پیام نور)



انتشارات شکر

سرشناسه	: هیتیان نائینی ، پرستو ۱۳۶۰
عنوان و نام پدیدآور	: بررسی پایداری مجانبی در بی نهایت / تالیف : پرستو هیتیان نائینی
مشخصات نشر	: همدان، انتشارات سُکر، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	: ۸۴ص
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۷۵۳۸-۲۱-۰ ریال: ۱۲۵۰۰۰
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیا
یادداشت	: کتابنامه
موضوع	: مجانب‌ها
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۴ ب ۴ QA ۳۳۱/ ۰۹
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۵/۹
شماره کتابشناسی ملی	: ۸۸۱-۲۹۴

بررسی پایداری مجانبی در بی نهایت

مولف: پرستو هیتیان نائینی

ناشر: انتشارات سُکر



انتشارات سُکر

چاپ و صحافی: سرافراز

نوبت چاپ: اول

تاریخ انتشار: ۱۳۹۴

شابک : 978-600-7538-21-0

صفحه آرای: لایلا عواطفی اکمل

تیراژ: ۱۰۰۰

بها: ۱۲۵۰۰۰ ریال

«تمامی حقوق برای ناشر و مؤلفان محفوظ است»

فصل اول: تعاریف و مفاهیم اساسی

۱۳	۱-۱. منیفلد
۱۳	۲-۱. فضای مماس
۱۳	۳-۱. میدان برداری
۱۴	۴-۱. معادله دیفرانسیل
۱۵	۵-۱. شار
۱۵	۶-۱. مجموعه‌های پایا مثبت و منفی
۱۶	۷-۱. نقطه تعادل و نقطه تبدیل هذلولوی
۱۶	۸-۱. چاه، چشمه، گره
۱۶	۹-۱. پایداری و پایداری مجانبی نقاط سادل
۱۷	۱۰-۱. پایداری جواب
۱۷	۱۱-۱. کره پوانکاره
۲۴	۱۲-۱. کره ریمن
۲۵	۱۳-۱. مباحثی در وجود و یکتایی جواب
۲۳	۱۴-۱. تقاطع اریب
۲۳	۱۵-۱. تقاطع
۲۳	۱۶-۱. لم عدد لیبگ
۲۳	۱۷-۱. مجموعه‌های α, ω - حدی
۲۴	۱۸-۱. قضیه پوانکاره - بندیکسون
۲۴	۱۹-۱. درجه براور
۲۵	۲۰-۱. جواب تناوبی
۲۵	۲۱-۱. نیم مسیر مثبت و منفی
۲۵	۲۲-۱. شاخص

فصل دوم: پایداری مجانبی در بی‌نهایت

۴۳	۱-۲. میدان‌های برداری مشتق پذیر
۵۱	۲-۲. بخش‌های متقاطع به میدان‌های برداری پیوسته
۵۴	۳-۲. بخش هذلولوی پزودو در بی‌نهایت
۵۸	۴-۲. دایره‌های متقاطع حول بی‌نهایت
۶۵	۵-۲. پایداری مجانبی در بی‌نهایت
۶۶	۶-۲. یادآوری انتی‌ای
۶۹	ضمیمه
۸۳	منابع

چکیده

بررسی پایداری مجانبی میدان‌های برداری یکی از مسائل مطرح در نظریه معادلات دیفرانسیل است. بویژه بررسی پایداری در بی‌نهایت به لحاظ دشواری‌هایی حاضر از اهمیت خاصی برخوردار است به این دلیل به بررسی شرایط پایداری میدان‌های برداری دیفرانسیل پذیر در صفحه می‌پردازیم. فرض می‌کنیم که X یک میدان برداری در صفحه باشد که در خارج از یک همسایگی به شعاع $\delta > 0$ در مبدأ مشتق‌پذیر (و نه لزوماً C^1) باشد. ما به این پرسش که تحت چه شرایطی این میدان برداری در بی‌نهایت صفحه تعمیم یافته ریمان پایدار مجانبی است پاسخ خواهیم داد. به عنوان مثال برای X شاخصی بصورت $I(X) \in \mathbb{R}$ تعریف خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که علامت این شاخص نشان‌دهنده پایداری یا ناپایداری میدان برداری می‌باشد.

مقدمه

بررسی پایداری مجانبی میدان‌های برداری یکی از مسائل مطرح در زمینه معادلات و سیستم‌های دینامیکی است. بویژه بررسی پایداری در بی‌نهایت به علت دشواری‌های حاضر آن از مطالب مورد توجه است. در مراجع [۲۳، ۲۴] C.Glehn نشان می‌دهد که شرایط قوی بین پایداری مجانبی سراسری از میدان برداری $R^2 \rightarrow R^2: X$ و یک به یکی X (که یک نگاشت فرض شده است) وجود دارد که این شرایط در مراجع [۸، ۱۲، ۱۳، ۱۵، ۲۰] تقویت و گسترش یافته‌اند. در این نوشتار نیز به بررسی شرایط پایداری میدان‌های برداری دیفرانسیل پذیر در صفحه می‌پردازیم. علاوه بر این، برای بررسی رفتار موضعی از میدان‌های برداری حول نقاط منفردشان پرداخته‌اند که از جمله f.Taken, R.Roussair, J.Sotomayor, f.Dunortier, C.Chicone در [۱۰، ۱۱، ۲۸، ۳۰] را می‌توان نام برد. برای درک رفتار سراسری از میدان برداری مسطح لازم است به بررسی رفتارها حول بی‌نهایت بپردازیم. در یک نگاه کلی به نظر می‌رسد که میدان‌های برداری C^r ($r = 0, 2, \dots$) که در همسایگی از بی‌نهایت تعریف می‌شوند، نمادی از میدان‌های برداری C^r در نقاط منفرد جدا از هم می‌باشند. حال فرض می‌کنیم X یک میدان برداری در صفحه باشد که در خارج از یک همسایگی به شعاع $\delta > 0$ در مبدأ مشتق پذیر و (نه لزوماً C^1) باشد. ما به این بهمان که تحت چه شرایطی این میدان برداری در بی‌نهایت صفحه تعمیم یافته ریمان پایدار مجانبی است پاسخ خواهیم داد. به عنوان مثال برای X شاخصی به صورت $I(X) \in R$ تعریف خواهیم کرد. نشان خواهیم داد که علامت این شاخص نشان دهنده پایداری و ناپایداری میدان برداری می‌باشد. حال اگر به میدان برداری تعریف شده در بالا این شرط را اضافه کنیم که برای بعضی $\varepsilon > 0$ و $P \in R^2 - \bar{D}_\delta$ هیچ مقدار ویژه از $D_p X$ متعلق به $\{Z \in \mathbb{C} : R(Z) \geq 0\} \cup (-\varepsilon, 0]$ نباشد که $R(z)$ قسمت حقیقی عدد مختلط z را نشان می‌دهد. در نتیجه می‌توانیم به طرح قضیه اصلی A بپردازیم که بیان می‌کند:

الف) برای هر $p \in R^2 - \bar{D}_\delta$ نیم مسیر مثبت یکنایی از X که در p شروع می‌شود وجود

دارد.

ب) $I(X)$ شاخص در بی نهایت، یک عضو خوش تعریف از گسترش خط حقیقی $[-\infty, \infty]$ می باشد.

ج) بردار ثابت $v \in R^2$ وجود دارد به طوری که برای $I(X)$ کمتر از صفر (مساوی یا بزرگتر از صفر) نقطه‌ای در بی نهایت از کره ریمن $\{0\} \cup R^2$ ، جاذب (دافع) میدان برداری $X+v$ می باشد. اما این موضوع نیز قابل ذکر است که به دلیل اینکه شرط مشتق پذیر X به تنهایی بیان شده، با این مشکل روبرو هستیم که یکتایی جواب برای ما قطعی نمی باشد. برای اثبات قضیه اصلی a در طول a ، دو، قضیه ۱-۲-۷ نقش اساسی در پیشبرد اهداف ما دارد که با گذاشتن شروطی بر روی میدان برداری X آن را به یک همیومورفیسم موضعی یک به یک سراسری گسترش می دهد. با توجه به اهمیت این قضیه در ضمیمه به اثبات آن می پردازیم. در ارائه این قضیه ۱-۲-۱۰ به بیان روشی‌های جنین همیومورفیسم گسترش یافته‌ای می پردازد که هر یک از ویژگی‌ها در لمها و قضیه‌ها به بی کران برد دارند. همچنین قضیه ۱-۲-۱۰ نشان می دهد که گسترش X انتگرال پذیر تقریبی لب می باشد و اگر دو گسترش برای X وجود داشته باشد آنگاه شاخص این دو گسترش با یکدیگر برابر هستند و همچنین شاخص X خوش تعریف می باشد. در بخش دوم از فصل ۲ به بررسی بخش‌های متقاطع به میدان‌های برداری پیوسته پرداخته شده، که در آن از ابزاری مانند پیوستگی که وابسته به شارهایی با شرایط اولیه است و همچنین قضیه باکس از شارها استفاده شده است. سپس شار ماکسیمال وجودی $J(v_p)$ همچنین $J(p)$ ، را معرفی کرده و به بیان قضیه‌ای که در آن به این موضوع که مسیرهای جواب X که با کمی انحراف از میدان برداری X به وجود آمدند، هنوز بر X متقاطع می باشند پرداخته است. در بخش سوم، بخش هدلولوی یزودو در بی نهایت را معرفی می کنیم. هدف این بخش اثبات این موضوع است که به ازاء هیچ $s > s_0$ بخش هدلولوی یزودو برای Y وجود ندارد و برای اثبات این موضوع به بیان چندین لم پرداخته و در آخر بخش با استفاده از لم‌ها به اثبات موضوع پرداخته است.

عنوان بخش چهارم از فصل ۲ دایره‌های متقاطع حول بی نهایت می باشد که ابتدا به بیان شرطی که تحت آن یک دایره در موقعیت عمومی با یک میدان برداری مشتق پذیر قرار می گیرد.

پرداخته و کلاسی از این دایره ها که در موقعیت عمومی با X قرار دارند را با $GP(X, s)$ معرفی کرده است سپس بعد از بیان چندین لم و یادآوری این موضوع را بیان می کند که برای هر $s \geq s_0$ آنجا دایره C^1 متقاطع با Y شامل شده در $\overline{D} - R^2$ وجود دارد. در ادامه بخش ۶ تحت عنوان پایداری جانبی در بی نهایت مطرح می شود که به اثبات قضیه اصلی می پردازد. مراجعه اصلی این نوشتار که قضایا و لم های مرتبط اصلی از فصل های دوم و ضمیمه از آنها اقتباس شده است به ترتیب اولویت مراجع [۱۹] و [۱۶] می باشند.

www.ketab.ir