

# معادلات دیفرانسیل و کاربرد آنها

www.ketab.ir

مؤلف:

دکتری جواد طیبی ممقانی

(عضو هیات علمی پژوهشگاه وزارت نیرو- مجتمع آموزشی و پژوهشی آذربایجان)

انتشارات ا طهران



سازمان اسناد و کتابخانه ملی  
جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه : طبیبی ممقانی، جواد، ۱۳۴۴ -  
عنوان و نام پدیدآور : معادلات دیفرانسیل و کاربرد آنها / مؤلف جواد طبیبی ممقانی.  
مشخصات نشر : تبریز: اطرهان، ۱۴۰۰.  
مشخصات ظاهری : ۳۶۰ ص.  
شابک : ۹۷۸-۶۲۲-۷۸۰۰-۰۲-۹ : ریال ۱۰۵۰۰۰۰  
وضعیت فهرست نویسی : فبیای مختصر  
شماره کتابشناسی ملی : ۸۴۲۰۵۶۰  
اطلاعات رکورد کتابشناسی : فبیا



انتشارات آشینا

شابک: 978-622-7800-02-9



انتشارات اطرهان

نام کتاب : معادلات دیفرانسیل و کاربرد آنها  
مؤلف : دکتر جواد طبیبی ممقانی عضو هیات علمی پژوهشگاه وزارت نیرو -  
مجتمع آموزشی و پژوهشی آذر بایجان)  
ناشر : انتشارات اطرهان  
نوبت چاپ : اول - ۱۴۰۰  
تعداد صفحه و قطع : ۳۶۰ صفحه - وزیری  
تیراژ : ۱۰۰۰ نسخه  
لیتوگرافی : چاردیز  
چاپ و صحافی : لکلری  
قیمت : ۱۰۵۰۰۰ تومان

کلیه مسئولیت مطالب به عهده مؤلف بوده و حق چاپ برای ناشر محفوظ می باشد. هرگونه کپی برداری پیگرد قانونی دارد.

مراکز پخش:

انتشارات آشینا - انتشارات فن آذر - انتشارات اطرهان

تبریز - خیابان امام - بازار بزرگ تربیت - طبقه پائین - پلاک ۷ : ۳۵۵۳۶۱۹۶

## فهرست

| عنوان                                                     | شماره صفحه |
|-----------------------------------------------------------|------------|
| <b>فصل اول</b>                                            | <b>۷</b>   |
| ۱- تعریف معادله دیفرانسیل                                 | ۹          |
| ۲- تعریف مرتبه و درجه معادله دیفرانسیل                    | ۹          |
| ۳- تعریف جواب عمومی و خصوصی معادله دیفرانسیل              | ۹          |
| ۴- معادله با متغیرهای جداشدنی                             | ۱۰         |
| ۵- معادلات قابل تبدیل به معادله جداشدنی                   | ۱۰         |
| ۶- تعریف تابع همگن                                        | ۱۱         |
| ۷- معادلات همگن و نحوه حل معادلات همگن                    | ۱۲         |
| ۸- معادلات کامل و نحوه حل معادلات کامل                    | ۱۳         |
| ۹- فاکتور انتگرال                                         | ۱۴         |
| ۱۰- معادلات با ضرایب خطی                                  | ۱۵         |
| ۱۱- معادلات خطی مرتبه اول و حالت‌های خاص آن               | ۱۷         |
| ۱۲- معادله برنولی                                         | ۲۱         |
| ۱۳- معادله کلرو                                           | ۲۲         |
| ۱۴- معادله لاگرانژ                                        | ۲۳         |
| ۱۵- معادلات مرتبه اول با درجات بالاتر                     | ۲۴         |
| ۱۶- تشکیل معادله دیفرانسیل از روی یک رابطه اولیه          | ۲۵         |
| ۱۷- تعیین مسیرهای متعامد در مختصات دکارتی                 | ۲۶         |
| ۱۸- تعیین مسیرهای متعامد در مختصات قطبی                   | ۲۷         |
| ۱۹- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل اول    | ۲۹         |
| ۲۰- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل اول      | ۴۵         |
| ۲۱- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل اول | ۵۵         |
| ۲۲- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل اول   | ۹۰         |

## فصل دوم ..... ۱۰۷

- ۱- معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم ..... ۱۰۹
- ۲- معادلات دیفرانسیل همگن با ضرایب ثابت ..... ۱۰۹
- ۳- روش ضرایب نامعین ..... ۱۱۰
- ۴- استقلال خطی جواب‌های معادله دیفرانسیل ..... ۱۱۲
- ۵- معادلات مرتبه دوم غیر همگن غیر استاندارد ..... ۱۱۴
- ۶- کاهش مرتبه ..... ۱۱۵
- ۷- معادله اوپلر ..... ۱۱۷
- ۸- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل دوم ..... ۱۱۸
- ۹- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل دوم ..... ۱۴۲
- ۱۰- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل دوم ..... ۱۵۶
- ۱۱- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل دوم ..... ۱۸۷

## فصل سوم ..... ۲۰۹

- ۱- تعریف نقطه عادی و غیر عادی معادله دیفرانسیل ..... ۲۰۹
- ۲- تعریف نقطه غیر عادی منظم و نامنظم معادله دیفرانسیل ..... ۲۰۹
- ۳- حل معادلات به روش سری‌ها ..... ۲۱۰
- ۴- حل معادلات به روش سری‌ها حول یک نقطه غیر عادی منظم (روش فروبنیوس) ..... ۲۱۲
- ۵- معادله دیفرانسیل لژاندر و محاسبه چند جمله‌ای‌های لژاندر ..... ۲۱۳
- ۶- روابط بازگشتی، خواص و معادله وابسته لژاندر ..... ۲۱۴
- ۷- معادله دیفرانسیل و خواص تابع بسل ..... ۲۱۵
- ۸- تبدیل برخی از معادلات دیفرانسیل به معادله بسل ..... ۲۱۷
- ۹- معادله دیفرانسیل چیشف و لاگر ..... ۲۱۸
- ۱۰- معرفی توابع گاما، بتا و خواص آن‌ها ..... ۲۱۸
- ۱۱- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل سوم ..... ۲۲۲
- ۱۲- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل سوم ..... ۲۳۴
- ۱۳- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل سوم ..... ۲۴۰
- ۱۴- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل سوم ..... ۲۵۳

## فصل چهارم ..... ۲۶۱

- ۱- تعریف تبدیل لاپلاس ..... ۲۶۳
- ۲- استفاده از تعریف تبدیل لاپلاس جهت محاسبه انتگرال‌ها ..... ۲۶۵
- ۳- معرفی توابع ضربه، پله و شیب واحد ..... ۲۶۶
- ۴- تبدیل لاپلاس توابع ضربه، پله و شیب واحد ..... ۲۶۷
- ۵- مشتق‌گیری از تبدیل لاپلاس ..... ۲۶۹
- ۶- کانولوشن یا پیچش دو تابع ..... ۲۷۱
- ۷- خواص کانولوشن ..... ۲۷۲
- ۸- معادلات انتگرالی، قضیه مقدار اولیه و نهایی ..... ۲۷۳
- ۹- حل معادلات دیفرانسیل به کمک تبدیل لاپلاس ..... ۲۷۴
- ۱۰- تبدیل لاپلاس توابع متناوب ..... ۲۷۵
- ۱۱- تبدیل لاپلاس انتگرال‌های تابع ..... ۲۷۶
- ۱۲- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل چهارم ..... ۲۷۸
- ۱۳- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل چهارم ..... ۲۹۷
- ۱۴- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل چهارم ..... ۳۱۱
- ۱۵- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل چهارم ..... ۳۳۰

## فصل پنجم ..... ۳۴۵

- ۱- دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی و غیرخطی مرتبه اول ..... ۳۴۵
- ۲- روش‌های حل دستگاه معادلات دیفرانسیل ..... ۳۴۵
- ۳- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل پنجم ..... ۳۵۰
- ۴- تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل پنجم ..... ۳۵۳
- ۵- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه سراسری فصل پنجم ..... ۳۵۵
- ۶- حل تست‌های طبقه‌بندی شده کنکور دانشگاه آزاد فصل پنجم ..... ۳۵۹

## «به نام طراح هستی»

### مقدمه مؤلف

با توجه به رقابت روز افزون داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد و علاقمندی زیاد دانشجویان و فارغ التحصیلان به ادامه تحصیل در مقاطع بالاتر و از طرفی کمبود منابعی که شامل سؤالات طبقه‌بندی شده و همچنین سؤالات کنکورهای سراسری و آزاد سال‌های اخیر باشد وجود مجموعه‌ای مدون و دارای ویژگی‌های برتر که برای داوطلبان عزیز مفید واقع شود بیش از پیش احساس می‌شد. کتابی که پیش روی شما قرار دارد حاصل تجربه به دست آمده از چندین دوره تدریس درس معادلات دیفرانسیل به عنوان واحد درسی و نیز برگزاری بیش از ۲۰ دوره کلاس کنکور کارشناسی ارشد معادلات دیفرانسیل برای رشته‌های مختلف توسط اینجانب می‌باشد. در این کتاب سعی شده از منابع معتبر در پاسخ‌های تشریحی استفاده کرده و راه‌حل‌های کوتاه با زبانی ساده و مفید در حل مسائل بیان شود. مطالعه این کتاب علاوه بر آن که برای داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد توصیه می‌شود به واسطه در برداشتن تعداد زیادی مثال حل شده می‌تواند به جهت درک بهتر مفاهیم این درس برای دانشجویانی که این درس را به عنوان واحد دانشگاهی اخذ کرده‌اند بسیار مفید واقع شود علیرغم اینکه کتاب توسط همکاران گرامی مطالعه گردیده و اهتمام بر این بوده که مجموعه‌ای بدون اشکال ارائه شود موجب امتنان خواهد بود که اساتید گرامی و دانشجویان عزیز با یادآوری ایرادها و اشکال‌ها بنده را مورد لطف خود قرار دهند. در خاتمه بر خود وظیفه می‌دانم از زحمات کلیه همکاران، دوستان و اساتید محترم که در جمع‌آوری، تدوین و تألیف این اثر بنده را یاری نموده‌اند به خصوص آقای داود ظهیری و خانم‌ها حکیمه سلیمان‌پور و زهرا ابراهیمی که در مراحل مختلف تایپ و غلط‌گیری کتاب بنده را یاری کرده‌اند تشکر و قدردانی نمایم.

در انجام هر کار دشوار امید، تأمین کننده نیروی حرکت به سمت هدف است. امیدهای من جهت حرکت در زندگی از پدرم با واهنمایی‌هایش، مادرم با دعاهايش، همسر با سازگاری‌اش سرچشمه می‌گیرد.

دکتر جواد طیبی ممقانی