

✓ ۳۱۶۶ ۱۳

۱۹/۱۲ - ۲۴

بسم الله الرحمن الرحيم

نظریہ اندازہ

باتاکید بر حل مسئلہ

م. ر. ا. شکیل

فصل ہای آیت ۵

مترجمین:

دکتر محمد رضا گلونی

دکتر سید مسیح آیت

سرشناسه	: اسپیکل، ماری آر، ۱۹۴۳ - م.
عنوان و نام پدیدآور	: Spiegel, Murray R
مشخصات نشر	: نظریه اندازه باتاکید بر حل مسئله: فصل‌های ۱ تا ۵/ م. ر. اسپیکل مولفین [صحیح: مترجمین] محمدرضا گلوئی، سیدمسیح آیت.
مشخصات ظاهری	: تهران: گسترش علوم پایه، ۱۳۹۵.
شابک	: ۹۷۸-۹۶۴-۴۹۰-۶۷۵-۶
وضعیت فهرست نویسی	: ۴۴ص. مصور
یادداشت	: فیفا
موضوع	: کتاب حاضر ترجمه فصل‌های ۱ تا ۵ Theory And Problems Of Real Variables میباشد.
موضوع	: آمار -- مسائل، تمرین‌ها و غیره
شناسه افزوده	: احتمالات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره
شناسه افزوده	: گلوئی، محمدرضا، ۱۳۴۸ -، مترجم
رده بندی کنگره	: آیت، سیدمسیح، ۱۳۵۵ -
رده بندی دیویی	: ۲۰۷۶/۵۱۹
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۱۶۹۴۰۵

نام کتاب: نظریه اندازه باتاکید بر حل مسئله (م. ر. اسپیکل) فصل‌های ۱ تا ۵
مترجمین: دکتر محمدرضا گلوئی - دکتر سید مسیح آیت
ناشر: انتشارات گسترش علوم پایه
مدیر فنی: مهدی زنگنه
طراحی جلد: حاتمی کیا
لیتوگرافی: توس
چاپخانه: بهار
سال نشر: ۱۳۹۵
نوبت چاپ: اول
شمارگان: ۵۰۰ جلد
قیمت کتاب: ۱۰۰۰ ریال
شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۴۹۰-۶۷۵-۶ ISBN 978-964-490-675-6

حق چاپ و نشر محفوظ و مخصوص ناشر می‌باشد.

دفتر انتشارات و بخش شهرستان: میدان انقلاب، ابتدای کارگر جنوبی، کوچه مهدی زاده، پلاک ۹ طبقه همکف

تلفن: ۱۵ ~ ۶۶۹۰۵۳۱۲ تلفکس: ۶۶۹۰۵۳۱۶-۲۱

دفتر سفارشات تهران: خ آزادی، خ جمال زاده جنوبی، خ دیلمان، پلاک ۱۴ واحد ۲

تلفن: ۱۴ ~ ۶۶۵۹۵۵۱۳

فروشگاه الیاس: خیابان انقلاب، نبش ۱۲ فروردین، پلاک ۱۴۴۴

تلفن: ۶۶۴۰۵۰۸۴

E-mail: Gostaresh_op@yahoo.com

www.Gostaresh-pub.com

(توجه) فروشنده و خواننده گرامی: این کتاب دارای برچسب اصالت کالا (هولوگرام) در روی جلد است که ضمن دقت در این مورد ما را در صورت عدم وجود هولوگرام مطلع سازید.

با تشکر از همکاری شما

فهرست مطالب

viii	پیش‌گفتار
ix	مقدمه
۱	فصل اول: مفاهیم بنیادین
۱	مجموعه‌ها
۱	زیر مجموعه‌ها
۲	مجموعه جهانی و مجموعه تهی
۲	اعداد حقیقی
۳	اصل کمال یا کوچکی کران بالا
۲	نمودار ون
۴	عملگرهای مجموعه‌ای
۵	برخی قضایای مربوط به مجموعه‌ها
۶	اصل دوگانگی
۶	ضرب دکارتی
۶	توابع
۷	تابع یک‌به‌یک، تناظر یک‌به‌یک
۷	شماری
۸	اعداد اصلی
۹	مجموعه کانتور
۹	فضاهای اقلیدسی n بعدی
۱۰	فضاهای متریک
۱۰	برخی از تعاریف مهم مجموعه نقاط
۱۱	چند قضیه مهم در مورد مجموعه نقاط
۱۲	مجموعه‌های فشرده
۱۲	حدود توابع
۱۲	توابع پیوسته

۱۲	فضایای توابع پیوسته
۱۳	پیوستگی یکنواخت
۱۳	دنباله‌ها
۱۴	حد سوپریم و حد اینفیم
۱۴	بازه‌های تو در تو
۱۴	دنباله کشی
۱۴	کمال
۱۵	دنباله‌های توابع، همگرایی یکنواخت
۱۵	سری‌ها
۱۶	مسائل حل شده
۱۶	مجموعه‌ها و اعداد حقیقی
۱۷	عملگرهای مجموعه‌ای، نمودارهای ون، فضای اعداد حقیقی
۱۹	توابع
۲۱	شمارایی و اعداد اصلی
۲۴	تعریف‌های مستقیم بر مجموعه نقاط
۲۵	فضایای مجموعه‌های نقاط
۲۸	حدها و پیوستگی
۳۱	دنباله‌ها و سری‌ها
۳۷	مسائل تکمیلی
۳۷	مجموعه‌ها و اعداد حقیقی
۳۸	عملگرهای مجموعه‌ای، نمودارهای ون و فضایای روی مجموعه‌ها
۳۹	توابع
۴۰	شمارش پذیری و اعداد اصلی
۴۲	تعاریف و قضیه‌های شامل مجموعه نقاط
۴۳	حدود و پیوستگی
۴۴	دنباله‌ها و سری‌ها
۴۷	فصل دوم- نظریه اندازه

۴۷	طول یک بازه
۴۷	مساحت و حجم
۴۷	طول اجتماع بازه‌های مجزا. طول مجموعه‌ی تهی
۴۷	طول یک مجموعه‌ی باز
۴۸	طول یک مجموعه‌ی بسته
۴۸	مفهوم اندازه
۴۹	اندازه‌ی خارجی یک مجموعه
۴۹	مجموعه‌های اندازه پذیر
۵۰	اندازه‌ی خارجی لبگ
۵۱	اندازه‌ی لبگ
۵۲	قضایای اندازه
۵۳	تقریباً همه جا
۵۳	مجموعه‌های بورل
۵۳	قضیه‌ی پوشش ویتال
۵۳	مجموعه‌های اندازه ناپذیر
۵۴	مسائل حل شده
۵۴	طول‌های مجموعه‌ها
۵۴	اندازه‌ی خارجی
۵۴	مجموعه‌های اندازه پذیر و قضایای اندازه
۶۰	قضیه‌ی پوشش ویتال
۶۲	مجموعه‌های اندازه ناپذیر
۶۲	مسائل تکمیلی
۶۴	طول مجموعه‌ها
۶۴	اندازه‌ی خارجی
۶۴	مجموعه‌های اندازه پذیر و قضایای اندازه
۶۷	فصل سوم- توابع اندازه پذیر
۶۷	تعریف تابع اندازه پذیر

۶۷	فضایای توابع اندازه پذیر
۶۹	کلاس‌های بنر
۶۹	قضیه ی آگوروف
۶۹	مسائل حل شده
۷۵	کلاس‌های بنر
۷۵	قضیه ی آگوروف
۷۶	مسائل تکمیلی
۷۹	فصل چهارم- انتگرال لیگ برای توابع کراندار
۷۹	انتگرال ریمان
۷۹	تعریف انتگرال لیگ برای توابع اندازه پذیر کراندار
۸۰	تعبیر هندسی انتگرال لیگ
۸۱	نمادها برای انتگرال‌های ریمان و لیگ
۸۱	انتگرال لیگ تعریف شده روی یک مجموعه اندازه پذیر کراندار
۸۱	انتگرال لیگ به عنوان حد مجموع
۸۲	فضایای در مورد انتگرال لیگ
۸۳	قضیه همگرایی کراندار لیگ
۸۳	قضیه همگرایی کراندار برای سری‌های نامتناهی
۸۳	ارتباط انتگرال‌های ریمان و لیگ
۸۴	مسائل حل شده
۸۴	تعریف انتگرال لیگ برای توابع اندازه پذیر کراندار
۸۹	انتگرال لیگ به عنوان حد مجموع
۹۰	فضایای در مورد انتگرال لیگ
۹۶	قضیه همگرایی کراندار لیگ
۹۸	ارتباط بین انتگرال‌های ریمان و لیگ
۱۰۰	مسائل تکمیلی
۱۰۰	تعریف انتگرال لیگ برای توابع اندازه پذیر کراندار
۱۰۰	فضایای در مورد انتگرال لیگ

۱۰۲	قضیه همگرایی کراندار لبگ
۱۰۳	فصل پنجم - انتگرال لبگ توابع بی کران
۱۰۳	انتگرال لبگ توابع بی کران نامنفی
۱۰۳	انتگرال لبگ توابع بی کران دلخواه
۱۰۴	قضایای مربوط به انتگرال های لبگ توابع بی کران
۱۰۶	قضیه همگرایی تسلطی لبگ
۱۰۶	قضیه همگرایی تسلطی برای سری های نامتناهی
۱۰۷	قضیه فاتو
۱۰۷	قضیه همگرایی یکنوا
۱۰۷	تقریب توابع انتگرال پذیر به وسیله توابع پیوسته
۱۰۸	انتگرال لبگ روی مجموعه های بی کران
۱۰۸	قضایای برای انتگرال های لبگ روی مجموعه های بی کران
۱۰۹	مقایسه با انتگرال ریمان برای مجموعه های بی کران
۱۰۹	مسائل حل شده
۱۰۹	تعریف انتگرال لبگ برای توابع بی کران نامنفی
۱۱۱	تعریف انتگرال لبگ برای توابع دلخواه
۱۱۲	قضایای انتگرال لبگ برای توابع بی کران
۱۱۹	قضیه همگرایی تسلطی لبگ
۱۱۹	قضیه فاتو
۱۲۱	تقریب توابع انتگرال پذیر به وسیله توابع پیوسته
۱۲۷	انتگرال های لبگ روی مجموعه های بی کران
۱۲۸	مسائل تکمیلی
۱۲۸	تعریف انتگرال لبگ برای توابع بی کران
۱۲۸	قضایای مربوط به انتگرال لبگ توابع بی کران
۱۲۹	قضیه همگرایی تسلطی لبگ
۱۳۰	قضیه فاتو
۱۳۰	انتگرال لبگ روی مجموعه های بی کران

یکی از مهم‌ترین بخش‌های آنالیز ریاضی مدرن، نظریه اندازه و انتگرال گیری می‌باشد که در خلال سال‌های ابتدایی قرن بیستم میلادی توسط هنری لِبِگ^۱ بسط و گسترش یافت. اندازه و انتگرال لِبِگ برتری بیشتری بر انتگرال ریمان معسولی از نقطه نظر کاربرد و نیز تنوعی دارد. این یک بخش ضروری پایه‌ای برای رشته‌های مختلف از جمله نظریه احتمالات و آمار و سری‌های فوریه می‌باشد.

در سال‌های اخیر، نظریه لِبِگ به بخشی اساسی از درس متداول نظریه‌ی توابع متغیر حقیقی که به اختصار متغیرهای حقیقی یا آنالیز حقیقی نامیده می‌شود، تبدیل گردیده است. هدف این کتاب ارائه مبانی اندازه لِبِگ و انتگرال لِبِگ به همراه جنبه‌های مهم نظریه متغیرهای حقیقی می‌باشد که مورد نیاز جهت فهم این نظریه است.

کتاب به عنوان پیوستی برای تمامی کتاب‌های درسی یا خود به عنوان کتاب درسی در یک دوره‌ی رسمی متغیرهای حقیقی محسوب می‌شود. به علاوه، مسلماً این کتاب در دیگر دروس رشته‌ی ریاضی که به میزانی از نظریه لِبِگ احتیاج دارد، سودمند می‌باشد. هم چنین علاوه بر خوانندگانی که زمینه تخصصی آن‌ها ریاضی است، برای خوانندگانی با زمینه‌های تخصصی علوم یا مهندسی نیز ارزشمند به نظر می‌رسد، زیرا که به عنوان ابزاری برای این نظریه مهم محسوب می‌گردد.

هر فصل با تعاریف دقیق، اصول و قضایای مربوطه به همراه توضیحات و دیگر موارد توصیفی آغاز می‌گردد. در ادامه آن مجموعه‌ای بخش‌بندی شده از مسائل حل شده و مسائل تکمیلی آورده شده است. مسائل حل شده، در جهت توضیح و تشریح بیشتر نظریه، ارائه تمرکز بیشتر بر نکات ظریفی است که بدون دقت بر آن‌ها در جو خود را پی‌درپی در یک پیش زمینه غیر قابل اتکا می‌یابد و در نهایت مبروری بر روی مفاهیم پایه می‌باشند به طوری که منجر به یک آموزش موثر می‌گردند. اثبات‌های متنوع قضایا و استنتاج‌های نتایج اصلی نیز در میان مسائل حل نشده گنجانیده شده است. تعداد زیاد مسائل تکمیلی به سوره و گسترش بیش از پیش مباحث هر بخش می‌باشند.

موضوعاتی که مورد بحث قرار گرفته‌اند عبارتند از نظریه اندازه، توابع اندازه پذیر، انتگرال لِبِگ و ویژگی‌های آن، مشتق گیری و انتگرال گیری. فصول اضافی عبارتند از همگرایی میانگین و کاربردهای آن در سری‌های فوریه که شامل قضیه مهم ریس فیشر نیز می‌باشد. هم چنین سه پیوست شامل انتگرال ریمان، جمع پذیری سری‌های فوریه و انتگرال دوگانه لِبِگ، قضیه فوبینی نیز از مباحث این کتاب می‌باشند. در فصل نخست، مفاهیم پایه در خصوص نظریه متغیرهای حقیقی نظیر مجموعه‌ها، توابع، شمارایی، غیره ذکر گردیده‌اند که می‌توان در ابتدا آن‌ها را مطالعه نمود و یا آن‌که در هر زمان که لزوم آن با توجه به پیش زمینه خواننده، حس می‌گردد، به این فصل مراجعه نمود.

باید ذکر شود که بیشتر مباحثی که در این کتاب بیان گردیده است، در اکثریت طرح دروس نظریه اندازه نیز پوشانده می‌شوند. این ویژگی کتاب را بسیار انعطاف پذیر می‌نماید تا حدی که می‌تواند یک کتاب بسیار سودمند جهت مراجعات مکرر باشد و به علاوه جهت مطالعه بیشتر در این زمینه بسیار ترغیب کننده است.

می‌بایست از این فرصت جهت تشکر از دانیل شوم، نیکولا موتنی و هنری هایدن جهت همکاری عالی در ویراستاری این کتاب استفاده نمایم.

هر. ل. اشیکگل

انستیتو ملی تکنیک رنسلاند، اکتبر ۱۹۶۹

مقدمه

نظریه لیگ و انتگرال آن یکی از مهم ترین ارکان آنالیز ریاضی می باشد که کاربردهای فراوانی در سایر رشته های مختلف نظیر آمار و احتمالات و سری های فوریه و ... دارد.

کتاب حاضر ترجمه فصول ۱ تا ۵ از کتاب نظریه و مسائل متغیرهای حقیقی، اندازه و انتگرال لیگ با کاربردهایی روی سری های فوریه - م.ر. اشیپنگل می باشد. این کتاب به گونه ای طراحی گردیده است که با تعاریف دقیق و اصول و قضایای مربوطه در هر فصل شروع شده و برهان قضایا، استدلالات و توضیحات مربوطه در مسائل حل شده گنجانده شده است. مسائل تکمیلی پس از مسائل حل شده مروری بر کل مفاهیم، اثبات ها و استنتاج های اصلی می باشد به طوری که در انتها خواننده به درک عمیقی از این نظریه دست می یابد.

این کتاب می تواند سر فصل درس نظریه اندازه دوره کارشناسی را پوشش دهد و همچنین می تواند به عنوان یک کتاب کمک درسی مفید در درس آنالیز حقیقی دوره کارشناسی ارشد مورد استفاده قرار گیرد.

در انتها این اثر ممکن است دچار لغزش هایی گردیده باشد که از نظر دور مانده باشند. تذکرات و راهنمایی های سازنده ای اساتید و دانشجویان عزیز موجب سپاسگزاری ماند مترجمین در تصحیح و تکمیل کتاب در چاپ های بعدی خواهد بود.

دکتر محمد رضا گلویی دکتر ریاضی در دانشگاه صنعتی گرانس اتریش عضو هیئت علمی دانشگاه زابل

دکتر سید مسیح آیت دکتر ریاضی در دانشگاه تربیت مدرس عضو هیئت علمی دانشگاه زابل