

# کاربرد روش‌های اجزای محدود و هم‌هندسی در جامدات و سازه‌ها

تصنیف کننده :

شیرکو فاروقی

عضو هیات علمی دانشگاه صنعتی ارومیه



انتشارات دانشگاه صنعتی ارومیه



سرشناسه

فاروقی، شیرکو، ۱۳۵۸-

Farughi, Shirko

عنوان و نام پدیدآور : کاربرد روش‌های اجزای محدود و هم‌هندسی در جامدات و سازه‌ها/تصنیف‌کننده شیرکو فاروقی.

مشخصات نشر : ارومیه: دانشگاه صنعتی ارومیه، انتشارات، ۱۳۹۸.

مشخصات ظاهری : ۴۷۲ ص.

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۹۹۶۷۷۹-۷

وضعیت فهرست‌نویسی : فیا

موضوع : روش المان‌های محدود -- مسائل، تمرین‌ها و غیره

موضوع : Finite element method -- Problems, exercises, etc

موضوع : تحلیل سازه

موضوع : Structural analysis (Engineering)

موضوع : تحلیل ماتریسی

موضوع : Structural analysis (Engineering) -- Matrix methods

موضوع : مهندسی مدانیک

موضوع : Mechanical engineering

شناسه افزوده : دانشگاه صنعتی ارومیه، انتشارات

رده بندی کنگره : TA۳۴۷

رده بندی دیویی : ۶۲۰/۰۰۱۵۱۸۲۵

شماره کتاب‌شناسی ملی: ۶۰۸۳۸۴۳

کلیه حقوق نشر و فروش برای انتشارات دانشگاه صنعتی ارومیه محفوظ است.



انتشارات دانشگاه صنعتی ارومیه

نوبت و تاریخ چاپ: نوبت اول - زمستان ۱۳۹۸

ناشر: انتشارات دانشگاه صنعتی ارومیه

شمارگان: ۵۰۰ جلد

بهای کتاب و دوره: ۶۵۰۰۰۰ ریال - دوره اول

شابک (جلد اول): ۹۷۸-۶۰۰-۹۹۶۷۷-۹-۷

طرح روی جلد: محمدحسین گوشه‌گیر

تصنیف: شیرکو فاروقی

لیتوگرافی/چاپ و صحافی: پرنیتاگرام

آدرس مؤسسه: ارومیه، خیابان آیت‌الله مدنی ۲، نرسیده به مسجد ابوطالب، انتشارات دانشگاه صنعتی ارومیه، صندوق پستی: ۴۱۹-۵۷۱۵۵، تلفن: ۰۴۴۳۱۹۸۰۲۵۱، نمابر: ۰۴۴۳۱۹۸۰۲۵۱، آدرس ایمیل: [press@uut.ac.ir](mailto:press@uut.ac.ir)

## پیشگفتار

امروزه استفاده از روش‌های عددی در محاسبات مهندسی، اهمیت زیادی دارد و به‌عنوان ابزاری کارآمد در طراحی و ساخت مسائل مهندسی به‌کار می‌رود. روش اجزای محدود به‌عنوان روش عددی، جهت مدل‌نمودن پدیده‌های مختلف فیزیکی کاربرد وسیعی در شاخه‌های مختلف علوم و مهندسی دارد و اکنون یکی از عمومی‌ترین روش‌ها جهت مدل‌سازی عددی در مسائل مهندسی است. روش اجزای محدود بدلیل فرمول‌بندی ساده ریاضی و مفاهیم فیزیکی مشهود به‌عنوان یکی از موثرترین و متداول‌ترین روش حل مسائل مختلف در مکانیک محیط‌های پیوسته بکار گرفته شده است. تعداد بسیاری از کارهای علمی، تحقیقاتی و کتاب در زمینه اجزای محدود به چاپ رسیده‌اند که در آنها اصول اولیه تئوری، روش و دیدگاه‌های مختلف آن شرح داده می‌شود. طی چند سال اخیر، روش اجزای محدود چنان خود را جلوه‌گر ساخت که امروزه به‌عنوان یکی از بهترین و پربازده‌ترین روش‌ها در حل طیف وسیعی از مسائل علمی، قلمداد می‌گردد اما اجزای محدود دارای ضعف و راضی‌ناستی یکی از عمده‌ترین ضعف‌ها، نحوه مش‌بندی سطوح منحنی‌وار، دارای نوک تیز و ... است. یکی از روش‌های نسبتاً جدید برای حل این مشکل، روش هم‌هندسی است که در واقع سحاف این اجزای محدود و طراحی به کمک کامپیوتر را از بین برده است. در روش هم‌هندسی از همان تراز که برای ترسیم هندسه مسئله استفاده می‌شود، برای تحلیل میدان جابه‌جایی اجزای محدود استفاده می‌گردد.

هدف این کتاب، معرفی سیستماتیک جنبه‌های مختلف روش هم‌هندسی و اجزای محدود است که در مسائل مهندسی کاربرد دارند که مفاهیم تازه و نو همراه با مثال‌ها نشان داده می‌شوند و چند برنامه کامپیوتری به زبان متلب همراه با کاربردهای نمونه ارائه می‌گردد و همچنین تمامی برنامه‌های موجود در این کتاب توسط مولف نوشته شده است.

کتاب حاضر از ۵ فصل تشکیل شده است. فصل اول مقدمه و مروری کلی بر انواع روش‌های عددی است. روش هم‌هندسی که برای حل انواع مختلف مسائل کاربردی مهندسی اعم از استاتیکی و دینامیکی خطی و غیرخطی، در فصل دوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل سوم روش هم‌چرخشی برای تحلیل و بررسی مسائل استاتیکی و دینامیکی غیرخطی، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نحوه بدست‌آوردن ماتریس جرم فوق همگرا، برای المان‌های یک و دوبعدی روش اجزای محدود و روش هم‌هندسی با استفاده از روش معکوس، در فصل چهارم مورد مطالعه قرار

می‌گیرد. در فصل پنجم حل مسائل مربوط به مسائل کاربردی مهندسی مکانیک و سازه ارائه می‌گردد.

این کتاب ماحصل تدریس اجزای محدود در دوره‌های کارشناسی و کارشناسی ارشد و کلیه کارهای تحقیقاتی است که توسط نویسنده انجام شده است. کتاب حاضر دو هدف اصلی را دنبال می‌کند. هدف اول استفاده از یک روش عددی جدید، به نام روش هم‌هندسی، که ضعف اصلی روش اجزای محدود را برطرف می‌نماید، که برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی مسائل کاربردی، بیان می‌شود. هدف دوم ارائه و بررسی مسائل کاربردی مهندسی با استفاده از روش اجزای محدود است که در کتاب‌های موجود، به این مسائل کمتر پرداخته شده است. در نتیجه این کتاب می‌تواند برای دانشجویان مکانیک، هوافضا و عمران مضمّن ثمر واقع گردد. علاوه بر این، مطالعه کتاب برای کلیه مهندسين، علاقه‌مندان که با طراحی و استفاده از نرم‌افزارهای کامپیوتری سروکار دارند، توصیه می‌گردد.

ضمناً از مساعدت و تلاش مسئولین حوزه انتشارات دانشگاه صنعتی ارومیه به خاطر کمک‌های بی‌دریغ خود در چاپ کتاب قدردانی می‌گردد. از تلاش یاری کلیه همکاران عزیز که در تصنیف این کتاب کمک نموده‌اند، قدردانی می‌گردد. از همسر و فرزندانم که در طول تصنیف نهایت صبر و خویشتن‌داری را مبذول و با محبت زیاد و بی‌دریغ خود رهنمونم، بام این مهم را که قطعاً بدون همدلی و یاری آنها میسر نبود فراهم نمودند، سپاسگزاری می‌گردد.

در خاتمه بعرض می‌رساند که سعی و تلاش زیاد و فراوان به عمل آمده است. تصنیفی شیوا و عاری از اشتباه ارائه گردد. با این حال از اساتید معظم و دانشجویان گرامی صمیمانه تقاضا نمودم در صورت برخورد با هر نوع اشتباه تایپی، مفهومی و غیره، مراتب را با نویسنده یا پست الکترونیکی [sh.farughi@uut.ac.ir](mailto:sh.farughi@uut.ac.ir) در میان بگذارند تا در چاپ‌های بعدی لحاظ گردد. ضمناً از هر گونه پیشنهاد در ارائه بهتر تصنیف حاضر استقبال نموده و قطعاً در چاپ‌های بعدی مدنظر قرار خواهد گرفت.

پاییز ۱۳۹۸

**فاروقی**

## فهرست مطالب

### فصل اول

#### مفاهیم اساسی و روش‌های تغییراتی مستقیم

|    |                                           |
|----|-------------------------------------------|
| ۲  | ۱-۱ روش تفاضل محدود.....                  |
| ۲  | ۲-۱ حساب تغییرات.....                     |
| ۲  | ۱-۲-۱ عملگر تغییرات.....                  |
| ۴  | ۲-۲-۱ ابعی.....                           |
| ۵  | ۳-۲-۱ تغییرات اول یک تابع.....            |
| ۶  | ۴-۲-۱ ضمیمه‌ی اساسی حساب تغییرات.....     |
| ۸  | ۳-۱ انتگرال و بی.....                     |
| ۱۱ | ۱-۳-۱ روش رینی ریتن.....                  |
| ۱۸ | ۲-۳-۱ روش باقیمانده، وزن.....             |
| ۲۰ | ۳-۳-۱ روش پترو - گالرکین.....             |
| ۲۱ | ۴-۳-۱ روش حداقل مربعات.....               |
| ۲۲ | ۵-۳-۱ روش تجمع نقطه‌ای.....               |
| ۲۶ | ۴-۱ نظریه اغتشاشات.....                   |
| ۳۱ | ۵-۱ نظریه هموتویی.....                    |
| ۳۳ | ۱-۵-۱ روش اغتشاشات هموتویی افزایشی.....   |
| ۳۴ | ۲-۵-۱ کاربردها.....                       |
| ۳۴ | ۱-۲-۵-۱ مدل‌سازی ریاضی جاذب‌های شوک.....  |
| ۴۱ | ۶-۱ روش اجزای محدود.....                  |
| ۴۹ | ۱-۶-۱ چندجمله‌ای‌های درون‌یابی.....       |
| ۵۵ | ۲-۶-۱ انتخاب درجه چند جمله درون‌یابی..... |
| ۵۷ | ۳-۶-۱ فرمول‌بندی المان محدود.....         |
| ۶۰ | ۱-۳-۶-۱ حالت یک المان.....                |
| ۶۲ | ۲-۳-۶-۱ سه المان یک بعدی.....             |
| ۶۷ | ۷-۱ تحلیل هم‌هندسی.....                   |
| ۶۹ | ۸-۱ هدف و سازماندهی کتاب.....             |

## فصل دوم

### تئوری روش هم‌هندسی و کاربرد آن در مکانیک جامدات و سازها

- ۱-۲ درک مبتنی بر وجود توابع نربز..... ۷۲
- ۲-۲ بی‌اسپیلاین و نربز..... ۷۶
- ۳-۲ روش‌های ریزسازی توابع پایه در تحلیل هم‌هندسی..... ۸۶
- ۴-۲ وصله‌های چندگانه..... ۹۲
- ۵-۲ تحلیل کامپوزیت‌های چندلایه مسطح..... ۹۷
- ۶-۲ تحلیل تنش استاتیکی در صفحه کامپوزیتی با بازشو..... ۱۰۳
- ۷-۲ ارائه مدل تحلیل تیر کامپوزیتی چندلایه بر پایه تغییر مکان..... ۱۱۴
- ۸-۲ پایداری دینامیک صفحه کامپوزیتی ناهمسانگرد..... ۱۳۴
- ۹-۲ پایداری دینامیک صفحه کامپوزیتی ناهمسانگرد..... ۱۳۱
- ۱۰-۲ نتیجه‌گیری..... ۱۸۶

## فصل سوم

### تئوری روش هم‌چرخشی و کاربرد آن در مکانیک جامدات و سازها

- ۱-۳ اصول اولیه روش هم‌چرخشی..... ۱۹۲
- ۲-۳ فرمولاسیون هم‌چرخشی در المان میله سه بعدی..... ۱۹۶
- ۲-۲-۳ محاسبه بردار نیروی داخلی و ماتریس سختی مماسی..... ۱۹۸
- ۳-۲-۳ محاسبه بردار نیروی اینرسی و ماتریس جرم..... ۲۰۰
- ۴-۲-۳ کلیاتی درباره سازه تنسگریتی..... ۲۰۹
- ۱-۴-۲-۳ تحلیل استاتیک غیر خطی یک واحد چهارگوش..... ۲۱۲
- ۲-۴-۲-۳ تحلیل استاتیک غیر خطی دولایه چهارگوشه..... ۲۱۶
- ۳-۴-۲-۳ تحلیل دینامیک غیر خطی یک واحد چهارگوش..... ۲۲۰
- ۴-۴-۲-۳ تحلیل دینامیک غیر خطی دولایه چهارگوشه..... ۲۲۵
- ۳-۳ فرمولاسیون هم‌چرخشی المان غشاء سه بعدی برای تحلیل استاتیکی غیر خطی..... ۲۳۱
- ۱-۳-۳ فرمولاسیون هم‌چرخشی المان غشاء سه بعدی استاتیک..... ۲۳۲
- ۱-۱-۳-۳ پارامتریک نمودن چرخش‌های سه بعدی..... ۲۳۳
- ۱-۲-۳-۳ سیستم‌های مختصاتی، سینماتیک المان..... ۲۳۳
- ۱-۳-۳-۳ انتخاب سیستم محلی..... ۲۳۵

- ۲۳۷.....انتخاب متغیرهای جابه‌جایی.....۱-۴-۳-۳
- ۲۳۸.....انتقال نیروها و سختی.....۱-۵-۳-۳
- ۲۴۰.....فرمول‌بندی المان‌های محلی.....۶-۳-۳
- ۲۴۱.....مدل مادی الاستیک خطی.....۱-۶-۳-۳
- ۲۴۱.....مدل مادی فوق الاستیک خطی.....۲-۶-۳-۳
- ۲۴۳.....نیروهای داخلی المان حاصل از تنش.....۳-۶-۳-۳
- ۲۴۳.....مثال عددی.....۷-۳-۳
- ۲۴۴.....کره تحت فشار داخلی.....۱-۷-۳-۳
- ۲۴۷.....شعاع چهار ضلعی تحت فشار بیرونی از یک طرف.....۲-۱-۳-۳
- ۲۴۹.....تورم بال.....۲-۱-۳-۳
- ۲۵۶.....فرمولاسیون هم‌چرخشی المان غشاء سه بعدی برای تحلیل دینامیک غیرخطی.....۴-۳
- ۲۵۶.....بردار نیروی اینرسی، ماتریس جرم و ماتریس مماسی دینامیکی برای المان.....۱-۴-۳
- ۲۶۱.....معادلات دینامیکی.....۲-۴-۳
- ۲۶۲.....مثال عددی.....۳-۴-۳
- ۲۶۲.....غشاء طاقچه‌ای.....۱-۳-۴-۳
- ۲۶۴.....هرم کم‌عمق.....۲-۳-۴-۳
- ۲۶۶.....مسئله نیم کره.....۳-۴-۳-۳
- ۲۶۹.....مسئله استوانه.....۴-۴-۳-۳
- ۲۷۱.....فرمولاسیون هم‌چرخشی در المان چهار گرهی برای تحلیل دینامیک غیرخطی.....۵-۳
- ۲۷۱.....سیستم‌های مختصات در سینماتیک صفحه‌ای چهار گرهی.....۱-۵-۳
- ۲۷۳.....بردار نیروی داخلی و ماتریس سختی مماسی.....۲-۵-۳
- ۲۷۴.....بردار نیروی اینرسی، ماتریس جرم و ماتریس دینامیکی مماسی.....۳-۵-۳
- ۲۷۶.....معادله دینامیک غیرخطی.....۴-۵-۳
- ۲۷۷.....مثال عددی.....۵-۵-۳
- ۲۷۷.....قاب زاویه‌دار ۹۰ درجه.....۱-۵-۵-۳
- ۲۸۱.....قاب زاویه‌ای کمانی.....۲-۵-۵-۳
- ۲۸۴.....۶-۳ نتیجه‌گیری.....۶-۳

## فصل چهارم

### بدست آوردن ماتریس جرم فوق همگرا در اجزای محدود و روش هم‌هندسی

|     |                                                         |
|-----|---------------------------------------------------------|
| ۲۹۱ | ۱-۱-۴ تعیین مدل المان میله به روش معکوس.....            |
| ۲۹۷ | ۲-۱-۴ شرایط عمومی ماتریس‌های جرم و سختی.....            |
| ۲۹۹ | ۲-۴ المان میله سه گرهی.....                             |
| ۲۹۹ | ۱-۲-۴ تعیین ماتریس جرم عمومی در المان میله سه گرهی..... |
| ۳۰۰ | ۲-۲-۴ تبدیل خطا بر روی المان میله سه گرهی.....          |
| ۳۰۶ | ۳-۴ المان صفحه خمشی.....                                |
| ۳۰۶ | ۱-۳-۴ تعیین ماتریس جرم عمومی در المان صفحه خمشی.....    |
| ۳۰۹ | ۲-۳-۴ تحلیل خطا بر روی المان صفحه خمشی.....             |
| ۳۱۵ | ۳-۳-۴ مثال عددی.....                                    |
| ۳۱۹ | ۴-۴ تجزیه و تحلیل ارتعاشی ساختاری هم‌هندسی.....         |
| ۳۱۹ | ۱-۴-۴ المان یک‌بعدی میله.....                           |
| ۳۲۰ | ۲-۱-۴-۴ معادلات گسسته‌سازی هم‌هندسی.....                |
| ۳۲۱ | ۳-۱-۴-۴ ماتریس جرم و سختی المان میله هم‌هندسی.....      |
| ۳۲۱ | ۴-۱-۴-۴ فرمول‌بندی ماتریس جرم مرتبه بالای هم‌هندسی..... |
| ۳۲۸ | ۵-۱-۴-۴ مثال عددی.....                                  |
| ۳۳۲ | ۴-۲-۴ المان دوبعدی غشاء.....                            |
| ۳۳۹ | ۱-۲-۴-۴ مثال عددی.....                                  |
| ۳۴۱ | ۵-۴ نتیجه‌گیری.....                                     |

## فصل پنجم

### کاربرد روش عددی در مسائل کاربردی

|     |                                                              |
|-----|--------------------------------------------------------------|
| ۳۴۶ | ۱-۵ تحلیل و بررسی نانو ساختارها با استفاده از روش عددی.....  |
| ۳۴۷ | ۱-۲-۵ ارتعاش و انتشار امواج در ورق ضخیم.....                 |
| ۳۴۷ | ۲-۲-۵ تئوری گرادیان-کرنش غیرمحل مرتبه بالای تعمیم‌یافته..... |
| ۳۵۰ | ۳-۲-۵ مدل ورق مندلین بر مبنای تئوری GNSG.....                |
| ۳۵۹ | ۴-۲-۵ آروند حل معادلات حرکت نانوورق به روش ریتز.....         |

|     |                                                                           |
|-----|---------------------------------------------------------------------------|
| ۳۶۴ | ۵-۲-۵ روابط پراکنش موج در نانوورق‌های GNSG                                |
| ۳۶۸ | ۵-۲-۶ حل ارتعاش آزاد مدل ورق ضخیم غیرمحلّی تعمیم یافته                    |
| ۳۸۷ | ۵-۲-۷ بررسی روابط پراکنش موج در مدل ورق ضخیم                              |
| ۳۹۶ | ۵-۳-۱ تحلیل استاتیک و دینامیک ورق‌های انتگرال-دیفرانسیلی                  |
| ۳۹۸ | ۵-۳-۲ تئوری انتگرال-دیفرانسیلی غیرمحلّی دوفازی در دوبعد                   |
| ۴۰۱ | ۵-۳-۳ روش ریتز در تئوری ورق انتگرال-دیفرانسیلی                            |
| ۴۰۴ | ۵-۳-۳-۱ ساخت توابع جدید BCOP دوبعدی                                       |
| ۴۰۹ | ۵-۳-۴ مثال عددی                                                           |
| ۴۱۱ | ۵-۳-۶-۱ تحلیل استاتیک                                                     |
| ۴۱۹ | ۵-۳-۶-۲ تحلیل دینامیک                                                     |
| ۴۲۹ | ۵-۳-۵ کلیاتی دربارهٔ محاسباتی                                             |
| ۴۳۳ | ۵-۴-۴ تحلیل هم‌محوری میله‌های انتگرال دیفرانسیلی                          |
| ۴۳۵ | ۵-۴-۱ فرمول‌بندی عمومی هم‌محوری مدل انتگرال-دیفرانسیلی غیرمحلّی دوفازی    |
| ۴۳۹ | ۵-۴-۲ مدل هم‌هندسی برای نماز میله انتگرال-دیفرانسیلی غیرمحلّی دوفازی      |
| ۴۴۱ | ۵-۴-۳ مثال عددی                                                           |
| ۴۴۱ | ۵-۴-۳-۱ همگرایی و دقت نتایج                                               |
| ۴۵۲ | ۵-۴-۳-۲ تابع پاسخ فرکانسی (FRF) برای مدل انتگرال-دیفرانسیلی غیرمحلّی میله |
| ۴۵۶ | ۵-۵ نتیجه‌گیری                                                            |