

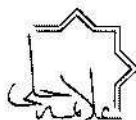
مجموعه کتاب های علامه حلی

حساب دیفرانسیل و انتگرال

مؤلف

حامد ضیاءفر

سرشناسه	ضیافر، حامد، ۱۳۵۹ -
عنوان و نام پدیدآور	حساب دیفرانسیل و انتگرال، ویژه مدارس استعدادهای درخشان
مشخصات نشر	تهران: انتشارات حلی، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	۲۸۸ص: جدول، نمودار؛ ۲۲ × ۲۹ س.م.
فروست	مجموعه کتاب‌های علامه حلی
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۹۴۷۸۰-۸-۸
وضعیت فهرست نویسی	فیبای مختصر
یادداشت	این مدرک در آدرس http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
شماره کتابشناسی ملی	۳۶۲۸۵۷۹



عنوان کتاب، حساب دیفرانسیل و انتگرال، ویژه مدارس استعدادهای درخشان

مؤلف، حامد ضیاءفر

ویراستار علمی، محمدمهدی آقاجانی و محمدرضا حسین‌زاده

حروف نگاری و صفحه‌آرایی، فاطمه معصومی

طراح جلد، الهه شرفی

ناشر، انتشارات حلی

شمارگان، ۱۵۰۰ عدد

قیمت، ۱۸۸۰۰

توبت چاپ، اول

سال چاپ، پاییز ۱۳۹۳

شماره شابک، ۹۷۸-۶۰۰-۹۴۷۸۰-۸-۸

دانش‌آموزان عزیز برای مشاهده پاسخ نهایی سوالات و اطمینان از صحت پاسخ‌های خود می‌توانند با استفاده از کد

به سایت موسسه علامه حلی به آدرس www.m.helli.ir مراجعه کنند.

به نام خدا

پیشگفتار

وقتی دیپلم گرفتن غایت آرزوهای یک دانش‌آموز بود، بازار کتاب درسی پر بود از کتاب‌های تقویتی و حل‌المسائل و «چگونه در امتحانات نهایی رفوزه نشویم»! بعد کم‌کم مردم دانشگاه برو شدند و در نتیجه سر و کله کتاب‌های نکته و تست کنکور پیدا شد و «چگونه از روی موفقیت احرام سماوی و حرکت کرات آسمانی تست‌های کنکور امسال را پیش‌بینی کنیم»! کنکور و دانشگاه که همه‌گیر شد، ملت رفتند دنبال المپیاد و خوارزمی و *ITP* و ... و کتاب‌های «۵۰۰ سال با المپیاد» هم روانه بازار شدند! الان هم که دوره «نابغه شدن» است و کتاب‌های ... و البته محتواهای دیجیتال «چگونه فرزند دلبندمان از دوران جنینی مسائل فیتاغورث را حل کند»!

شکی در این نیست که تمامی این محصولات، در هر دوره، پاسخ به نیازی بوده است که در فضای آموزشی آن روز، به طور عمومی و گسترده احساس می‌شده است. اما به نظر می‌آید در پاسخگویی به این نیازها، همیشه یک قدم اولیه و اصلی فراموش شده است.

واقعیت این است که در پاسخگویی به هر نیاز آموزشی - از موفقیت در امتحانات نهایی گرفته تا المپادی شدن و نابغه شدن (!) - اولین و مهم‌ترین قدم همان «آموزش» است. بسیاری از موفقیت‌های مهم و چشمگیر در این عرصه هم، حاصل آموزش درست، مفهومی و دقیقی بوده است که دانش‌آموز را به خوبی با مفاهیم درسی مواجه کرده و ذهن او را به چالش کشیده است. اگر این فرآیند به درستی اتفاق بیفتد، با کمی تلاش بیشتر می‌توان در هر کدام از عرصه‌های آموزشی مثل کنکور، المپیاد و ... موفقیت‌های خوبی به دست آورد.

در روزگار ما، آموزش از مرحله «معلم گوینده و دانش‌آموز شنونده» عبور کرده و به فعالیتی تعاملی و دو طرفه تبدیل شده است. در این شیوه جدید، دانش‌آموز محور آموزش قرار می‌گیرد. با چالش‌ها مواجه می‌شود و سعی می‌کند پاسخ‌ها را پیدا کند. در این روند، معلم به عنوان همراه و راهنمای دانش‌آموز به او کمک می‌کند تا این مسیر را به درستی و به صورت هدفمند طی کند تا به نتیجه برسد. واضح است که برای پیاده‌سازی این روش، باید روند آموزش را پر کرد از مشاهده، آزمایش، جستجو، مطالعه و آزمون و خطا. البته واضح‌تر است که این کار بسیار سخت، هزینه‌بر، پردردسر و وقت‌گیر است! اما در نهایت نتیجه‌ای ماندگار و برسود دارد و دانش‌آموز را در مسیری پیش می‌برد که نتیجه آن تولید علم و کاربردی کردن آن در قالب تکنولوژی است. علاوه بر این که با این شیوه آموزش، بسیاری از دردسرهای پرخرج و وقت‌گیر مثل کلاس جبرانی و کتاب حل‌المسائل و ... هم، خودبه‌خود موضوعیت خود را از دست می‌دهند و از اساس دیگر نیازی به این موارد نیست. پس هر طور که حساب کنیم، این شیوه آموزش به صرفه‌تر خواهد بود.

چند سال پیش، چند معلم که دغدغه «آموزش» داشتند، دور هم جمع شدند و موسسه علامه حلی را درست کردند. این معلم‌ها - که خودشان از فارغ‌التحصیلان مدارس استعدادهای درخشان شهر تهران بودند - سال‌ها در مدارس سمپاد، به دنبال پیاده سازی روش‌های جدید و موثر آموزش «فعالیت محور» و «دانش آموز محور» بوده‌اند و در نهایت تصمیم گرفتند تا نتیجه این تجربیات را در موسسه علامه حلی در اختیار دیگر فعالان در عرصه آموزش بگذارند.

مجموعه کتاب‌های علامه حلی، یکی از محصولات این تلاش جمعی است. در این کتاب‌ها تلاش شده است تا علاوه بر تامین محتوای مناسب برای دانش‌آموزان برتر کشور، روش‌های جدیدتر و موثرتر آموزشی هم در انتقال این محتوا به کار گرفته شده و پیاده سازی شود. فعال کردن دانش‌آموز در روند آموزش و ارجاع او به انجام مشاهدات، فعالیت‌ها و آزمایش‌های مناسب برای انتقال مفاهیم آموزشی و همچنین ترغیب دانش‌آموز به مراجعه به منابع گسترده‌تر چون سایت‌های علمی اینترنتی و ترم‌افزارهای آموزشی، از ویژگی‌های این سیستم آموزشی جدید است. علاوه بر این که برای کمک به معلمان عزیز هم محصولات جانبی چون متن راهنمای تدریس کتاب، محتوای الکترونیک و ... در کنار هر کتاب تولید شده است.

مجموعه کتاب‌های علامه حلی، در سال جاری با همکاری جمع زیادی از مولفین و معلمان با تجربه مدارس سمپاد تهیه شده است. اما غایت آرزوی ما در این موسسه، این است که از حضور تمامی معلمان دلسوز و با تجربه مدارس سمپاد، و دیگر مراکز آموزشی کشور عزیزمان، در تالیف کتاب‌ها و دیگر محصولات آموزشی، بهره ببریم. پس خواهشمندیم تجربه‌های خود را، در زمینه استفاده از این کتاب و آموزش آن در کلاس، برای ما به آدرس الکترونیک ketab@mhelli.ir ارسال فرمایید تا ما در چاپ‌های بعدی کتاب، از تجربیات، نظرات و حتی تصاویر ارسالی شما - از انجام آزمایش‌ها، فعالیت‌ها، بازدهی‌ها و ... - در کتاب ... و البته با ذکر نام ارسال کننده - استفاده کنیم. البته دانش‌آموزان خوب و بر تلاش هم می‌توانند در این کار همکاری کنند و با معلمان خود در اجرای این طرح همراه شوند. امیدواریم روزی برسد که در موسسه علامه حلی شاهد تولید کتاب‌هایی با مشارکت تمامی معلمان و دانش‌آموزان عزیز باشیم.

وظیفه خود می‌دانم که از تیم تالیف کتاب که در تهیه و تنظیم این اثر، نهایت همکاری را با بخش کتاب موسسه داشتند، نهایت تشکر را داشته باشم. همچنین، از خانم‌ها شرفی، معصومی، دلوجی، فلاح، لک، سرایی، آقای فاضلی و دیگر همکاران در بخش کتاب که برای تایپ، صفحه‌آرایی، تصویرسازی، هماهنگی چاپ و دیگر مراحل تولید این اثر، تلاش کردند، تشکر می‌کنم. در پایان از تمامی همکاران و دوستانی که در بخش‌های مختلف موسسه علامه حلی، ما را در تالیف و تولید این کتاب یاری نمودند، به ویژه جناب آقای دکتر عابدی جعفری، مدیر عامل موسسه، که با ایجاد بستری مناسب، زمینه تولید این کتاب را فراهم نمودند، تقدیر و تشکر می‌کنم.

امیدواریم این قدم کوچک، گامی باشد به سوی سرافرازی و پیشرفت روزافزون میهن عزیزمان.

فاطمه عرفانی

مدیر بخش کتاب موسسه آموزشی علامه حلی

بسمه تعالی

مقدمه مؤلف

حساب دیفرانسیل و انتگرال احتمالاً کاربردی‌ترین شاخه‌ی ریاضی است که تولید آن به شکل امروزی چند هزار سال از ریاضی‌دانان وقت گرفته است.

شاید همان‌طور که فروشنده با جمع و تفریق سر و کار دارد، یک مهندس هم با مشتق و انتگرال و محاسبات آن‌ها درگیر است. اما مسأله‌ای که به‌طور جدی ذهن متصدیان آموزش این درس را درگیر کرده این است که یک مهندس چه مباحثی از حساب دیفرانسیل را و آن هم با چه حدی از دقت لازم است فرا گیرد.

این سؤال وقتی جدی‌تر می‌شود که شما به نرم‌افزارهایی بر می‌خورید که به راحتی تمام محاسبات که یک مهندس نیاز دارد را انجام می‌دهند و هر کس می‌تواند به آسانی از طریق یک گوشی تلفن همراه به این نرم‌افزارها دسترسی داشته باشد. نرم‌افزارها شاید حتی تعریف از واژه‌ی «دانش» را در موضوعات مختلف علمی تحت تأثیر قرار داده باشند. مثلاً روزگاری شاید کسی که چند صد هزار بیت شعر را در حافظه داشت، فرد مهمی در حیطه‌ی ادبیات به حساب می‌آمد. اما آلان هر کودکی می‌تواند با یک تبلت یا گوشی تلفن همان کاری را بکند که او می‌توانست.

آیا اگر دانش‌آموزان، در دوره راهنمایی بتوانند بسط اعشاری $\sqrt{30}$ را تا چند رقم اعشار محاسبه کنند آن هم بدون این‌که بدانند این روش محاسبه از کجا آمده است، فضیلتی برای آن‌ها به حساب می‌آید؟ مسلماً همه موافقت که نه! احتمالاً چیزی که آلان یک دانش‌آموز دوره‌ی پیش‌دانشگاهی به عنوان یک مهندس آینده باید از حساب دیفرانسیل و انتگرال بداند، در مرحله‌ی اول مفاهیم اصلی این درس و شهودی نموداری از این مفاهیم است. و در مرحله‌ی بعد کافی است تا حدی همین مفاهیم را به‌طور محاسباتی تمرین کند. آن هم نه در قالب محاسباتی سنگین و پیچیده.

طراحان کنکورهای سراسری هم در سال‌های اخیر سؤالات این درس را بر همین اساس طرح کرده‌اند. بنابراین ما در این کتاب از آوردن سؤالاتی که صرفاً محاسباتی خسته‌کننده دارند و نه کمکی به یادگیری مطلب می‌کنند و نه انتظار دیدن آن‌ها را در کنکور داریم. پرهیز کرده‌ایم.

ضمناً سعی کرده‌ایم ترتیب سؤالات کاملاً آموزشی باشد. با سؤالات ساده‌تر شروع کرده‌ایم و در پاسخ هر سؤال فقط مطالب قبلی را مورد استفاده قرار داده‌ایم.

هم‌چنین از آوردن سؤالاتی که در پاسخ آن‌ها اطلاعاتی خارج از کتاب درسی جدید مورد نیاز است پرهیز کرده‌ایم. البته چند مورد مثل قاعده‌ی هویتال به جهت کاربرد فراوان و سادگی آن، از این قاعده مستثنا شده‌اند.

سؤالات کنکورهای سراسری را در محل مناسب خود، یا در آزمون‌های انتهایی هر فصل آورده‌ایم ولی از آن‌جا که معمولاً دانستن شناسنامه‌ی سؤال فقط باعث کاهش تمرکز دانش‌آموز می‌شود، آن‌ها را مشخص نکرديم. به هر حال شما می‌توانید مطمئن باشید با فراگرفتن تمام سؤالات این کتاب قادر خواهید بود به سؤالاتی در حد کنکور و یا حتی کمی مشکل‌تر از آن جواب دهید. در پایان سه نکته در مورد کتاب قابل ذکر است:

۱. دو فصل قدرمطلق و جزء صحیح را همان‌طور که در کتاب‌های درسی آمده‌اند در کتاب ریاضیات پایه مطرح کرده‌ایم.
۲. سؤالات مربوط به اصل تمامیت را که در کتاب درسی در فصل دنباله‌ها مطرح شده است به فصل صفر منتقل کرده‌ایم در واقع فصل صفر، فصلی است که تمام اصول موضوعی را که برای ساختن حساب دیفرانسیل و انتگرال لازم است، شامل می‌شود.
۳. سؤالات مشکل‌تر را با علامت  مشخص کرده‌ایم. پیشنهاد، این است که تنها دانش‌آموزانی که به خوبی از عهده جواب دادن به سایر سؤالات برمی‌آیند برای این دسته از سؤالات وقت صرف کنند. این سؤالات در کنکور سراسری کم‌تر از ۲۰ درصد آزمون را تشکیل می‌دهند.
۴. برای نوشتن جواب تشریحی برای سؤالات، آقای علی شهبازی زحمت زیادی کشیده‌اند که از ایشان سپاسگزاری می‌کنم. هم‌چنین از دو دوست خوبم آقایان محمدرضا حسین‌زاده و محمدمهدی آقاچانی که در مراحل مختلف تهیه کتاب کمک بسیاری به من کرده‌اند، بی‌نهایت متشکرم.

حامد ضیاءفر

فهرست مطالب

فصل صفر: دستگاه اعداد حقیقی

۱۱	دستگاه اعداد حقیقی
۱۷	پاسخنامه

فصل اول: دنباله‌ها

۲۶	تعریف دنباله
۲۶	یکنواختی دنباله‌ها
۲۷	کران‌داری دنباله‌ها
۲۸	معرفی دنباله با رابطه‌های بازگشتی
۲۸	تعریف حد دنباله‌ها، دنباله‌های ثابت، حد دنباله $\left\{ \frac{an+b}{cn+d} \right\}$
۳۱	حد دنباله‌های $\{c^n\}$ و $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$ ، قضیه فشردگی
۳۲	دنباله‌های واگرا به ∞
۳۲	حد دنباله‌های $\{a_n \pm b_n\}$ ، $\{a_n b_n\}$ ، $\left\{ \frac{a_n}{b_n} \right\}$
۳۳	حد دنباله $\{f(a_n)\}$
۳۶	حد دنباله $\left\{ \frac{\sin a_n}{a_n} \right\}$ وقتی $a_n \rightarrow \infty$
۳۷	قضیه دنباله‌های یکنوا و کران‌دار
۳۸	بررسی دنباله $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
۴۱	پاسخنامه

فصل دوم: تعریف پیوستگی، پیوستگی چپ و راست

۶۲	مفهوم شهودی حد
۶۳	تعریف حد، حد چپ و راست
۶۵	قضیه‌های محاسبه حد مجموع، تفاضل، ضرب و تقسیم توابع
۶۶	حدهای شامل برکت و قدر مطلق
۶۹	حد ترکیب توابع
۷۰	قضیه فشردگی

۷۲	حد $\frac{\sin x}{x}$ وقتی $x \rightarrow 0$
۷۳	قاعده هوییتال و هم‌ارزی‌ها
۷۷	تعریف پیوستگی، پیوستگی چپ و راست، ناپیوستگی‌های رفع شدنی و اساسی
۷۹	پیوستگی روی بازه، پیوستگی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم توابع
۸۳	قضیه مقدار میانی، پیوستگی تابع معکوس، اکسترم‌های مطلق تابع پیوسته
۸۴	حد در بی‌نهایت
۸۸	حد بی‌نهایت در نقطه و در بی‌نهایت
۹۱	ظاهر شدن عدد e در حد
۹۲	مجاانب قائم، مجاانب افقی
۹۴	مجاانب مایل
۹۶	پاسخ‌نامه

فصل سوم: مشتق و کاربرد مشتق

قسمت اول - مشتق

۱۵۰	تعریف مشتق، مشتق راست، مشتق چپ، مشتق پذیری
۱۵۳	تابع مشتق، قواعد محاسبه تابع مشتق، مشتق تابع مرکب، مشتق نسبت به متغیر دلخواه
۱۶۰	مشتق مراتب بالاتر
۱۶۲	مشتق توابع زوج و فرد
۱۶۲	مشتق‌گیری از ضابطه ضمنی
۱۶۳	مسائلی از خط مماس و قائم، مماس یا عمود شدن دو منحنی بر هم
۱۶۵	زاویه بین دو نیم‌مماس
۱۶۵	معادله مماس و قائم بر منحنی از نقطه‌ای خارج آن
۱۶۵	زاویه بین دو منحنی
۱۶۶	نمودار مشتق
۱۶۶	مشتق تابع معکوس
۱۶۸	آهنگ تغییرات
۱۷۰	یک مسأله اقتصادی

قسمت دوم - کاربرد مشتق

۱۷۱	تعریف اکسترم‌های نسبی و مطلق
۱۷۱	نقطه بحرانی
۱۷۳	برابری حدهای چپ و راست تابع مشتق با مشتق‌های چپ و راست

۱۷۴	جدول تغییرات و بررسی صعودی یا نزولی بودن تابع به کمک مشتق
۱۷۶	محاسبه اکسترم‌های نسبی، آزمون مشتق اول برای تعیین نوع اکسترم
۱۷۸	محاسبه اکسترم‌های مطلق
۱۷۹	تغیر تابع
۱۸۱	نقطه عطف
۱۸۲	آزمون مشتق دوم برای تعیین نوع اکسترم نسبی
۱۸۳	رسم منحنی
۱۸۸	نمودار تابع درجه دو
۱۸۹	نمودار تابع درجه سه
۱۹۱	نمودار تابع هموگرافیک
۱۹۲	سؤالات دیگری از رسم منحنی
۱۹۳	بهنه‌سازی
۱۹۶	پاسخ‌نامه

فصل چهارم: انتگرال

۲۶۲	تقریب نقصانی و اضافی مساحت، مجموع‌های ریمان
۲۶۲	خواص انتگرال معین، تعریف دقیق مساحت
۲۶۳	قضیه اساسی اول حساب دیفرانسیل و انتگرال
۲۶۵	قضیه اساسی دوم، محاسبه انتگرال نامعین
۲۶۹	قضیه مقدار میانگین در انتگرال
۲۷۰	محاسبه مساحت محصور بین دو منحنی
۲۷۱	حدهایی که به انتگرال تبدیل می‌شوند
۲۷۳	پاسخ‌نامه