

بنگاه اوزجاف و خف

ریاضیات مقدماتی

تألیف:

دکتر اصغر ارژنگ

(عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سرج)

انتشارات هیجده

سرشناسه	ارژنگ، اصغر، ۱۳۵۷.
عنوان و پدیدآور	ریاضیات مقدماتی / تألیف: اصغر ارژنگ.
مشخصات نشر	تهران: هیمه، ۱۳۹۷.
مشخصات ظاهری	۲۵۴ ص: جدول، نمودار
شابک	۲۷۰۰۰۰ ریال 5-67-6060-978
وضعیت فهرست نویسی	فیا
موضوع	ریاضیات - - راهنمای آموزشی (عالی).
موضوع	ریاضیات - - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی).
ده‌بندی کنگره	۱۳۹۷ ۴۹ الف/ QA
ردیف دیویی	۵۱۰/۷۶
سازمان اسناد و کتابخانه ملی	۵۴۵۳۹۲۱



نام کتاب: ریاضیات مقدماتی
تألیف: دکتر اصغر ارژنگ (عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی - واحد کرج)
ناشر: هیمه

نوبت چاپ: اول ۱۳۹۷
حروفچینی و صفحه آرایی: گروه فنی انتشارات هیمه
تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

چاپ و صحافی: شریف
قیمت: ۲۷۰۰۰ تومان

ISBN: 978-600-6060-67-5

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۰۶۰-۶۷-۵



۶۶۵ ۶۶۵ ۴۰-۱



۶۶۵۶۹۳۸۸



www.HimehPublication.ir

آدرس دفتر مرکزی:

تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی،

نبش کوچه شعله‌ور، پلاک ۴، واحد ۱

به نام خدا

مقدمه مؤلف

کتابی که پیش روی شماست برای تمامی دانشجویان قابل استفاده است. نبود کتابی به همراه مثال‌های کاربردی، بنده را بر آن داشت تا مجموعه‌ای را منطبق با آخرین سرفصل‌های وزارت علوم، تحقیقات و فناوری تهیه و تنظیم نمائیم.

کتاب شامل ده فصل است که به ترتیب عبارتست از: مجموعه، عبارت‌های جبری، معادلات و نامعادلات، لگاریتم، دستگاه مختصات، مثلثات، تابع و اعداد مختلط.

از آنجایی که بسیاری از دانشجویان اطلاعی درباره‌ی منطق ریاضی ندارند، پیوستی را تحت عنوان منطق ریاضی در انتهای کتاب قرار داده‌ایم که مقدمه‌ای از منطق ریاضی می‌باشد. برای این که دانشجوی بتواند خود را مورد سنجش قرار دهد، در پایان هر فصل، تمرین‌های مختلف و متنوع آورده شده است.

در خاتمه لازم است از زحمات و دروغ مؤسسه انتشاراتی هیمه به خصوص آقای دکتر اسماعیل یوسفی و تمامی کسانی که در راستای هیمه چاپ این کتاب ما را یاری نموده‌اند خصوصاً سرکار خانم مهندس پاک‌نژاد که با حوصله و ظرافت خاص وحدت حروفچینی و صفحه‌آرایی این کتاب را بر عهده داشتند کمال تشکر را داشته باشیم.

بدون تردید این اثر خالی از اشکال نخواهد بود، لذا از همه عزیزان تقاضا داریم که با یادآوری ایرادها و ارائه پیشنهادها سازنده، بنده را مرهون لطف خود سازند.

پاییز ۱۳۹۷

اصغر ارژنگ

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	مجموعه	۱
۱	مفهوم عضویت	۱
۱	مجموعه اعداد	۱
۱	مجموعه اعداد طبیعی	۱.۱
۲	مجموعه اعداد حسابی	۲.۱
۲	مجموعه اعداد صحیح	۳.۱
۲	مجموعه اعداد گویا	۴.۱
۲	مجموعه اعداد اسم با گنگ	۵.۱
۲	مجموعه اعداد حقیقی	۶.۱
۲	نمایش مجموعه	۳.۱
۲	نمایش مجموعه به کمک آک براد	۱.۳.۱
۲	نمایش مجموعه به کمک علائم ریاضی	۲.۳.۱
۳	نمایش مجموعه به کمک نمودار هندس و ...	۳.۳.۱
۳	مجموعه متناهی و نامتناهی	۴.۱
۴	مجموعه تهی	۵.۱
۴	زیرمجموعه	۶.۱
۵	مجموعه توان	۷.۱
۵	تساوی دو مجموعه	۸.۱
۵	مجموعه مرجع (جهانی)	۹.۱
۵	اعمال روی مجموعه ها	۱۰.۱
۵	اجتماع	۱.۱۰.۱
۶	اشتراک	۲.۱۰.۱
۷	تفاضل	۳.۱۰.۱
۸	تفاضل متقارن	۴.۱۰.۱

۸	۱۱.۱	مجموعه مضم
۹	۱۲.۱	قوانین مجموعه‌ها
۱۲	۱۳.۱	تمرین

۲. عبارت‌های جبری

۱۷	۱.۲	توان
۱۷	۱.۱.۲	قوانین توان‌ها
۱۸	۲.۱	رادیکال‌ها
۱۹	۱.۲.۲	قوانین رادیکال‌ها
۲۱	۲.۲.۱	رادیکال‌های مرکب
۲۲	۳.۲	پ. جمله‌ها
۲۲	۱.۳.۲	عبارت جبری
۲۲	۲.۳.۲	یک جمله‌ای
۲۲	۳.۳.۲	چند جمله‌ای
۲۲	۴.۳.۲	درجه یک جمله‌ها
۲۲	۵.۳.۲	درجه چند جمله‌ای
۲۲	۶.۳.۲	جملات مشابه
۲۳	۷.۳.۲	جمع و تفریق یک جمله‌ای‌ها
۲۳	۸.۳.۲	ضرب یک جمله‌ای در یک جمله‌ای
۲۳	۹.۳.۲	ضرب یک جمله‌ای در چند جمله‌ای
۲۳	۱۰.۳.۲	ضرب دو چند جمله‌ای
۲۳	۱۱.۳.۲	تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای
۲۴	۱۲.۳.۲	تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای
۲۵	۴.۲	اتحادها
۲۵	۱.۴.۲	اتحادهای مهم
۲۸	۵.۲	نماد فاکتوریل
۲۸	۶.۲	بسط دوجمله‌ای نیوتن
۲۹	۷.۲	تجزیه
۳۱	۸.۲	بزرگ‌ترین عامل مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک
۳۱	۹.۲	گویا کردن مخرج کسرها

۳. معادلات و نامعادلات

۳۹

۱.۳ معادلات

۳۹

۱.۱.۳ حل معادله

۳۹

۲.۱.۳ معادله درجه اول

۴۰

۳.۱.۳ معادله درجه دوم

۴۱

۱.۳.۱.۳ حالت‌های خاص معادله

۴۱

۲.۳.۱.۳ حل معادله درجه دوم کامل $ax^2 + bx + c = 0$

۴۲

۳.۳.۱.۲ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها در معادله درجه دوم

۴۶

۴.۱.۱ روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم

۴۷

۵.۳.۱.۳ بحث در مورد تعداد و علامت ریشه‌های معادله درجه دوم

۴۹

۶.۱.۱.۳ سکیر معادله درجه دوم با مفروض بودن ریشه‌های آن

۵۰

۷.۳.۱.۳ تشکیل معادله درجه دوم تحت شرایط خاص

۵۱

۸.۳.۱.۳ معادله‌ای که در معادله درجه دوم تبدیل می‌شوند

۵۳

۴.۱.۳ تعیین علامت عبارت جبری

۵۳

۱.۴.۱.۳ تعیین علامت درجه اول $p = ax + b$

۵۳

۲.۴.۱.۳ تعیین علامت سه جمله درجه دوم $p = ax^2 + bx + c$

۵۴

۳.۴.۱.۳ تعیین علامت عبارت‌های جبری قابل تجزیه به عوامل درجه اول

۵۶

و درجه دوم

۵۸

۴.۴.۱.۳ تعیین علامت عبارت‌های گویا

۵۹

۲.۳ نامعادلات

۱.۲.۳ نامساوی و خواص آن

۵۹

۲.۲.۳ مفهوم قدرمطلق

۶۰

۱.۲.۲.۳ تعبیر هندسی در قدرمطلق

۶۰

۲.۲.۲.۳ خواص قدرمطلق

۶۱

۳.۲.۳ نامعادله یک مجهولی

۶۳

۱.۳.۲.۳ حل کردن نامعادله

۶۳

۳.۳ دستگاه معادلات خطی

۶۸

۱.۳.۳ دستگاه دو معادله و دو مجهول

۶۸

۷۱	دستگاه سه معادله و سه مجهول	۲.۳.۳
۷۳	تمرین	۴.۳

۴. لگاریتم

۸۰	خواص لگاریتم	۱.۴
۸۲	معادلات لگاریتمی	۲.۴
۸۵	نامعادلات لگاریتمی	۳.۴
۸۷	معادلات نمایی	۴.۱
۸۹	تمرین	۵.۴

۵. تصاعد

۹۳	تصاعد حسابی	۱.۵
۹۴	جمله عمومی تصاعد حسابی	۱.۱.۵
۹۶	درج n و خط حسابی بین دو عدد	۲.۱.۵
۹۷	مجموع n جمله تصاعد حسابی	۳.۱.۵
۱۰۰	تصاعد هندسی	۲.۵
۱۰۰	جمله عمومی تصاعد هندسی	۱.۲.۵
۱۰۳	درج n واسطه هندسی بین دو عدد	۲.۲.۵
۱۰۴	مجموع جملات تصاعد هندسی	۳.۲.۵
۱۰۵	حد مجموع جملات تصاعد هندسی	۴.۲.۵
۱۰۷	تمرین	۳.۵

۶. دستگاه محورهای مختصات قائم

۱۱۱	محورهای مختصات قائم	۱.۶
۱۱۲	طول پاره خط	۲.۶
۱۱۳	مختصات وسط یک پاره خط	۳.۶
۱۱۴	معادله خط	۴.۶
۱۱۵	عرض از مبدأ و طول از مبدأ	۵.۶
۱۱۵	شیب خط	۶.۶
۱۱۶	شرط موازی و عمود بودن دو خط	۷.۶
۱۱۸	تعیین معادله خط	۸.۶

۱۱۹	محل تقاطع دو خط	۹.۶
۱۲۱	فاصله یک نقطه از یک خط	۱۰.۶
۱۲۱	زاویه بین دو خط	۱۱.۶
۱۲۲	عمود منصف یک پاره خط	۱۲.۶
۱۲۲	میانۀ مثلث	۱۳.۶
۱۲۲	ارتفاع مثلث	۱۴.۶
۱۲۴	کاربرد خطوط مستقیم در بازرگانی و اقتصاد	۱.۶
۱۲۴	منحنی‌های عرضه و تقاضای خطی	۱.۱۵.۶
۱۲۶	منحنی‌های عرضه خطی	۱.۶
۱۲۷	تعادل بازار	۳.۱۵
۱۲۸	تبدیل سرب سر	۴.۱۵.۶
۱۳۰	تمرین	۱۶.۶

۱۳۳. ۷. مثلثات

۱۳۳	زاویه (در صفحه)	۱.۷
۱۳۴	تبدیل واحدهای اندازه‌گیری به یکدیگر	۲.۷
۱۳۵	جهت‌ها و زاویه مثلثاتی	۳.۷
۱۳۵	دایره جهت‌دار و اندازه جبری زاویه	۱.۳.۷
۱۳۶	جهت مثلثاتی	۲.۳.۷
۱۳۶	زاویه مثلثاتی	۳.۳.۷
۱۳۶	دایره مثلثاتی	۴.۷
۱۳۶	محورها	۵.۷
۱۳۷	ناحیه‌های مثلثاتی	۶.۷
۱۳۷	نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه	۷.۷
۱۳۹	تغییرات نسبت‌های مثلثاتی	۸.۷
۱۳۹	روابط بین نسبت‌های مثلثاتی	۹.۷
۱۴۲	ساده کردن عبارت‌های مثلثاتی	۱۰.۷
۱۴۳	اتحادهای مثلثاتی	۱۱.۷
۱۴۴	نسبت‌های مثلثاتی بعضی از زوایا	۱۲.۷
۱۴۵	کمان‌های نسبت‌های مثلثاتی	۱۳.۷

۱۴۵	زوایای قرینه	۱.۱۳.۷
۱۴۵	زوایای مکمل	۲.۱۳.۷
۱۴۶	زوایای به تفاضل π رادیان	۳.۱۳.۷
۱۴۶	زوایای متمم	۴.۱۳.۷
۱۴۷	زوایا به تفاضل $\frac{\pi}{3}$ رادیان	۵.۱۳.۷
۱۴۷	فرمول‌های به تفاضل $2k\pi$ رادیان	۶.۱۳.۷
۱۴۹	بسط‌های مثلثاتی	۱۲.۷
۱۵۲	محاسبه مقادیر نسبت‌های مثلثاتی زاویه 2α و 3α	۱۵.۷
۱۵۶	اتحاد مثلثاتی	۱۶.۷
۱۵۷	تبدیل مجموع یا تفاضل دو تابع مثلثاتی به حاصل ضرب	۱۷.۷
۱۵۸	تبدیل حاصل ضرب دو تابع مثلثاتی به حاصل ضرب	۱۸.۷
۱۵۹	معادله $\sin x = a$	۱۹.۷
۱۵۹	معادله $\cos x = a$	۱.۱۹.۷
۱۶۴	تمرین	۲۰.۷

۱۶۷	تابع	۸.
۱۶۹	رابطه	۱.۸
۱۶۹	تابع	۲.۸
۱۷۰	روش های تعیین دامنه تابع	۳.۸
۱۷۲	روش های تعیین برد توابع	۴.۸
۱۷۲	تساوی دو تابع	۵.۸
۱۷۳	اعمال جبری توابع	۶.۸
۱۷۳	ترکیب توابع	۷.۸
۱۷۶	توابع خاص	۸.۸
۱۷۶	تابع زوج و فرد	۱.۸.۸
۱۷۷	تابع کراندار	۲.۸.۸
۱۷۹	تابع یکنوا	۳.۸.۸
۱۸۰	تابع یک به یک	۴.۸.۸
۱۸۲	تابع پوشا	۵.۸.۸
۱۸۲	تابع وارون	۶.۸.۸

۱۸۴	۹.۸ انواع تابع
۱۸۴	۱.۹.۸ تابع ثابت
۱۸۴	۲.۹.۸ تابع همانی
۱۸۴	۳.۹.۸ توابع چندجمله‌ای
۱۸۵	۴.۹.۸ توابع چندضابطه‌ای
۱۸۵	۵.۹.۸ تابع گویا
۱۸۶	۱.۵.۹.۸ تابع گویا به صورت $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$
۱۸۶	۲.۵.۹.۸ تابع گویا به فرم $y = \frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$
۱۸۷	۶.۹.۸ تابع قدرمطلق
۱۸۸	۷.۶.۹.۸ خواص تابع قدرمطلق
۱۸۹	۷.۶.۹.۸ رسم توابع قدرمطلق
۱۹۰	۷.۹.۸ تابع جزء صحیح
۱۹۰	۱.۷.۹.۸ خواص جزء صحیح
۱۹۲	۲.۷.۹.۸ رسم تابع جزء صحیح
۱۹۳	۸.۹.۸ تابع علامت
۱۹۴	۹.۹.۸ تابع پله‌ای واحد
۱۹۴	۱۰.۹.۸ تابع متناوب
۱۹۵	۱۱.۹.۸ توابع مثلثاتی
۱۹۷	۱.۱۱.۹.۸ توابع معکوس مثلثاتی (آرکها)
۲۰۱	۱۲.۹.۸ تابع نمایی
۲۰۱	۱.۱۲.۹.۸ رسم نمودار تابع نمایی
۲۰۲	۲.۱۲.۹.۸ خواص تابع نمایی
۲۰۲	۱۳.۹.۸ تابع لگاریتم
۲۰۳	۱.۱۳.۹.۸ خواص تابع لگاریتم
۲۰۴	۲.۱۳.۹.۸ نمودار تابع لگاریتم
۲۰۶	۱۰.۸ تمرین

۲۱۶	بیضی	۲.۹
۲۱۷	رأس های بیضی	۱.۲.۹
۲۱۸	خروجی از مرکز بیضی	۲.۲.۹
۲۱۹	دایره	۳.۹
۲۲۰	هذلولی	۴.۹
۲۲۱	رأس های هذلولی	۱.۴.۹
۲۲۱	مرکز هذلولی	۲.۴.۹
۲۲۲	خروجی از مرکز هذلولی	۳.۴.۹
۲۲۴	منحرف های درجه دو	۵.۹
۲۲۶	تمرین	۶.۹

۲۲۹ ۱۰. اعداد مختلط

۲۲۹	تناظر یک به یک اعداد مختلط و صفحه xy	۱.۱۰
۲۳۰	جمع اعداد مختلط	۲.۱۰
۲۳۰	خواص جمع	۱.۲.۱۰
۲۳۱	ضرب اعداد مختلط	۳.۱۰
۲۳۱	خواص ضرب	۱.۳.۱۰
۲۳۲	توان های صحیح i	۴.۱۰
۲۳۲	مزدوج عدد مختلط	۵.۱۰
۲۳۳	خواص مزدوج اعداد مختلط	۱.۵.۱۰
۲۳۴	تقسیم اعداد مختلط	۶.۱۰
۲۳۴	قدر مطلق یا اندازه اعداد مختلط	۷.۱۰
۲۳۶	خواص قدر مطلق اعداد مختلط	۱.۷.۱۰
۲۳۷	صورت قطبی اعداد مختلط	۸.۱۰
۲۴۰	توان n ام اعداد مختلط	۹.۱۰
۲۴۱	ریشه n ام اعداد مختلط	۱۰.۱۰
۲۴۴	تمرین	۱۱.۱۰
۲۴۶	پیوست	