

جریان‌های شبکه‌ای

(مدل‌ها و الگوریتم‌ها با رویکرد کاربردی)

www.ketab.ir

دکتر حسن رسائی

عضو هیئت علمی گروه مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی کرمانشاه

دکتر امیر محمد گل محمدی

عضو هیئت علمی گروه مهندسی صنایع دانشگاه اراک

سرشناسه	: رسایی، حسن، ۱۳۶۳ -
عنوان و نام پدیدآور	: جریان‌های شبکه‌ای (مدل‌ها و الگوریتم‌ها با رویکرد کاربردی) / حسن رسایی، امیرمحمد گل محمدی.
مشخصات نشر	: کرمانشاه: دانشگاه صنعتی کرمانشاه، انتشارات، ۱۴۰۰.
مشخصات ظاهری	: ۲۳۸ص: جدول، نمودار.
فروست	: انتشارات دانشگاه صنعتی کرمانشاه؛ ۱۶.
شابک	: 978-622-96037-6-5
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۲۳۸.
موضوع	: برنامه‌ریزی خطی
موضوع	: Linear programming
موضوع	: برنامه‌ریزی شبکه‌ای
موضوع	: Network analysis (Planning)
موضوع	: بهینه‌سازی ریاضی
موضوع	: Mathematical optimization
موضوع	: سیمپلکس (ریاضیات)
موضوع	: Simplexes (Mathematics)
شناسه افزوده	: گل محمدی، امیرمحمد، ۱۳۶۷ -
شناسه افزوده	: دانشگاه صنعتی کرمانشاه
رده بندی کنگره	: T۵۷/۷۴
رده بندی دیویی	: ۵۱۹/۷۲
شماره کتابشناسی ملی	: ۸۴۶۶۷۲۸
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فیبا

شناسنامه کتاب:

عنوان کتاب: جریان‌های شبکه‌ای (مدل‌ها و الگوریتم‌ها با رویکرد کاربردی)

مؤلفان: حسن رسایی، امیرمحمد گل محمدی.

ناشر: انتشارات دانشگاه صنعتی کرمانشاه

تاریخ و نوبت چاپ: ۱۴۰۰ - اول

شمارگان: ۲۰۰ جلد

قطع: وزیری

قیمت: ۵۲۰۰۰۰ ریال

ISBN: 978-622-96037-6-5

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۹۶۰۳۷-۶-۵



دانشگاه صنعتی
کرمانشاه

پیشگفتار

به طور کلی، جریان‌های شبکه‌ای را می‌توان حالت خاصی از مسائل برنامه‌ریزی خطی دانست. برای حل مسائل برنامه‌ریزی خطی الگوریتم‌های متعددی ارائه شده که مشهورترین آنها الگوریتم سیمپلکس است که نخستین بار توسط دانتزیک ارائه شد. اگر چه الگوریتم سیمپلکس و سایر الگوریتم‌های حل مسائل برنامه‌ریزی خطی را می‌توان برای حل مسائل جریان‌های شبکه‌ای به کار برد؛ اما به دلیل ساختار خاص مسائل جریان شبکه‌ای، الگوریتم‌های بسیار کاراتری برای حل این مسائل ایجاد شده است. علاوه بر این در دنیای واقعی و به ویژه در صنعت کاربردهای عملی مختلفی را می‌توان از مسائل جریان‌های شبکه‌ای مثال زد. مسئله حداقل هزینه جریان (MCF) یکی از اساسی‌ترین مسائل جریان شبکه است. در حقیقت بسیاری از مسائل جریان‌های شبکه‌ای را می‌توان به صورت حالت خاصی از مسئله MCF مدل‌سازی کرد. مسئله MCF را می‌توان به این صورت بیان کرد: هدف تأمین تقاضای یک سری از گره‌های مشخص در یک شبکه به وسیله یک سری از گره‌های عرضه است به طوریکه هزینه ارسال محصول در این شبکه حداقل شود. مسئله کوتاه‌ترین مسیر و مسئله حداکثر جریان دو نمونه مشهور دیگر از مسائل جریان‌های شبکه‌ای هستند. هر دو حالت خاصی از مسئله MCF اند. در مسئله کوتاه‌ترین مسیر برای عبور جریان از هر کمان هزینه‌ای منظور می‌شود اما محدودیتی برای ظرفیت کمان‌ها وجود ندارد. این در حالی است که در مسئله حداکثر جریان، هزینه‌ها برای ارسال جریان منظور نمی‌شود اما ظرفیت کمان‌ها محدود است و هدف گرفتن حداکثر جریان از شبکه با توجه به محدودیت ظرفیت کمان‌ها است.

کتاب حاضر در ۸ فصل تدوین شده است. رویکرد کتاب به مسائل جریان‌های شبکه‌ای عمدتاً کاربردی بوده است. در تمام فصول کتاب سعی شده است با ارائه مثال‌های عملی از صنعت، حمل و نقل، برنامه‌ریزی تولید و سایر بحث‌های مدیریتی کاربرد مسائل جریان‌های شبکه‌ای را در دنیای واقعی نشان دهیم. علاوه بر این در انتهای هر فصل چندین مسئله کاربردی حل شده است که به خواننده این مطلب ارائه شود که جریان‌های شبکه به چه صورت در مورد مسائل دنیای واقعی و در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی رخ می‌دهد.

فصل اول مسائل مختلف جریان‌های شبکه را که شامل ۹ مسئله عمده است به طور مختصر معرفی می‌کند. این مسائل شامل: مسئله حداقل هزینه جریان، مسئله کوتاه‌ترین مسیر، مسئله حداکثر جریان، مسئله تخصیص، مسئله حمل و نقل، مسئله گردش، مسئله جریان چند محصولی، مسئله حداقل درخت در برگیرنده و مسئله جور کردن است. در انتهای فصل چند مسئله عمدتاً کاربردی حل شده است.

فصل دوم کتاب شامل ۳ بخش اصلی است. در ابتدا یک مقدمه‌ای در مورد نظریه گراف ارائه شده و سپس این امر مورد بحث قرار گرفته است که یک گراف و یا شبکه را به چه صورت در قالب یک ماتریس می‌توانیم ارائه بدهیم. ماتریس مجاورت گره-کمان و ماتریس مجاورت گره-گره در این قسمت مورد بحث قرار خواهد گرفت. این نماد گذاری ماتریسی شبکه‌ها و گراف‌ها به ویژه در پیاده‌سازی الگوریتم‌های کامپیوتری برای حل مسائل جریان‌های شبکه‌ای اهمیت پیدا می‌کند. در قسمت سوم فصل دوم در مورد یک سری تبدیلات شبکه‌ای بحث خواهد شد که به کمک آن می‌توانیم شبکه‌های معادل ایجاد کنیم. به عنوان مثال نشان می‌دهیم که به چه صورت کماتی با حد پایین غیرصفر را به کماتی با حد پایین صفر بدل کرد. در انتهای این فصل چندین مسئله حل شده است.

فصل سوم و چهارم کتاب به معرفی مسئله کوتاه‌ترین مسیر اختصاص داده شده است. در فصل سوم مسئله کوتاه‌ترین مسیر معرفی شده و در مورد مدل‌سازی چند مسئله کاربردی در صنعت (از جمله طراحی ایستگاه‌های بازرسی در خط تولید) در قالب مسئله کوتاه‌ترین مسیر بحث شده است. در فصل چهارم ابتدا مفهوم ترتیب توپولوژیکال تشریح شده و براساس این مفهوم الگوریتم‌های حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر ارائه می‌شود. الگوریتم مشهور دایجسترا نیز در این فصل مورد بحث واقع شده است. در انتهای فصل با ارائه ۳ مسئله مختلف نحوه استفاده از الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر نشان داده شده است.

در فصل ۵ مسئله حداکثر جریان مورد بحث قرار گرفته است. مسئله حداکثر جریان و مسئله کوتاه‌ترین مسیر مکمل یکدیگر می‌باشند. هر دو مسئله دارای کاربردهای گسترده‌ای در دنیای واقعی هستند. علاوه بر این بسیاری از الگوریتم‌هایی که برای حل مسئله حداقل هزینه جریان (MCF) طراحی شده است، در جریان حل، این دو مسئله را (مسئله حداکثر جریان و یا مسئله کوتاه‌ترین مسیر) به عنوان یک زیر مسئله حل می‌کنند. با این وجود این

دو مسئله دارای تفاوت‌هایی نیز هستند زیرا از دو جنبه مختلف مسئله حداقل هزینه جریان را مورد توجه قرار می‌دهند. بیان مسئله حداکثر جریان بسیار ساده است: در یک شبکه با ظرفیت محدود می‌خواهیم حداکثر جریان را بین دو گره ویژه که گره منبع s و گره مقصد t است ارسال کنیم به طوریکه این جریان از ظرفیت کمان‌های شبکه تجاوز نکند.

در این بخش همچنین در مورد الگوریتم‌های حل مسئله حداکثر جریان بحث خواهد شد. به ویژه الگوریتم مسیر افزایشی را مطرح می‌کنیم که محدودیت‌های بالانس جریان را برای هر گره در جریان حل حفظ می‌کند. این الگوریتم، جریان را به تدریج در مسیر گره s به t افزایش می‌دهد. چندین کاربرد صنعتی از مسئله حداکثر جریان ارائه شده است. این کاربردها نشان می‌دهد که مسئله حداکثر جریان در موارد متعددی مانند برنامه‌ریزی تولید، سیستم‌های ارتباطی و برنامه‌ریزی توزیع اتفاق می‌افتد.

ارتباط بین مسئله حداکثر جریان و حداقل برش در قسمت دیگری از این فصل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در حقیقت تئوری حداکثر جریان حداقل برش تطابق مهم بین جریان و برش را در شبکه‌ها نشان می‌دهد. با حل یک مسئله حداکثر جریان، مسئله مکمل آن یعنی مسئله حداقل برش را نیز حل می‌کنیم. مسئله حداقل برش بیان می‌کند که از میان تمام برش‌های شبکه که گره منبع و مقصد را از همدیگر جدا می‌کنند برشی با حداقل ظرفیت را انتخاب کنید. بحث می‌شود که تئوری حداکثر جریان حداقل برش حالت خاصی از تئوری مشهور دوگان قوی¹ در برنامه‌ریزی خطی است.

در فصل ۶ کتاب مسئله حداقل هزینه جریان (MCF) ارائه می‌شود. در حقیقت بسیاری از مسائل جریان‌های شبکه‌ای را می‌توان به صورت حالت خاصی از مسئله MCF مدل‌سازی کرد. مسئله MCF² را می‌توان به این صورت بیان کرد: هدف تامین تقاضای یک سری از گره‌های مشخص در یک شبکه به وسیله یک سری از گره‌های عرضه است به طوریکه هزینه ارسال محصول در این شبکه حداقل شود. در این فصل ابتدا مدل‌سازی مسئله MCF و فرضیات عمده این مسئله مهم تشریح شده است. آنگاه به مدل‌سازی چند مسئله کاربردی در قالب مسئله MCF خواهیم پرداخت. در همین فصل تکنیک‌هایی ارائه

¹ Strong Duality

شده که به کمک آن می‌توان بسیاری از مسائل برنامه‌ریزی خطی با ساختار خاص را در قالب یک مسئله MCF پیاده‌سازی کرد. همچنین بحث می‌شود که مسائل برنامه‌ریزی خطی با ساختار خاص به چه صورت ممکن است در کاربردهای واقعی (از جمله برنامه‌ریزی شیفت‌های کاری پرسنل بیمارستان) ظاهر شود.

در فصل ۷ الگوریتم سیمپلکس شبکه ارائه شده است. یکی از قدرتمندترین الگوریتم‌ها که برای بهینه‌سازی مسائل محدودیت دار ارائه شده است روش سیمپلکس است. این روش برای بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی خطی کاربرد دارد. از آنجا که مسئله MCF یک حالت خاص از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی است بنابراین می‌توان انتظار داشت که روش سیمپلکس را بتوان برای حل مسائل MCF به کار برد. اما اگر روش سیمپلکس را بدون توجه به ساختار شبکه‌ای برای حل مسائل MCF به کار ببریم نتیجه رضایت بخشی حاصل نخواهد شد. بدین مفهوم که زمان اجرای الگوریتم در مقایسه با الگوریتم‌هایی که برای حل مسائل MCF ارائه شده (مثلاً الگوریتم لغو سیکل) قابل مقایسه نیست. با این وجود اگر بتوان مراحل الگوریتم سیمپلکس را طوری تغییر داد که از ساختار خاص مدل‌های MCF بهره بگیرد آنگاه به الگوریتم‌های بسیار کارایی برای حل مسائل MCF می‌رسیم که یکی از آنها الگوریتم سیمپلکس شبکه است. مفهوم راه حل‌های درخت فراگیر^۱ به عنوان زیر بنای الگوریتم سیمپلکس شبکه در این فصل مطرح می‌شود.

در فصل ۸ کتاب به مسئله حمل و نقل که خود حالت خاصی از مسئله MCF است و مسئله تخصیص که به نوبه خود حالت خاصی از مسئله حمل و نقل است پرداخته شده است. بنابراین به طور طبیعی کلیه الگوریتم‌هایی که برای حل مسئله MCF ارائه شده‌است برای مسئله حمل و نقل نیز قابل کاربرد است. در این فصل ابتدا مدل‌سازی مسئله حمل و نقل ارائه شده است. سپس در مورد ایجاد جواب پایه اولیه شدنی و بهبود این جواب به کمک روش توزیع تعدیل شده بحث می‌شود. در ادامه فصل مسئله تخصیص و الگوریتم مشهور مجارستانی برای حل این مسئله ارائه شده است. در نهایت مسأله حمل و نقل غیرمستقیم یا حمل و نقل مرکب در این فصل ارائه شده است. مشابه سایر فصل‌ها، این فصل را نیز با حل چند مثال عمدتاً کاربردی به اتمام رسانیده‌ایم.

^۱ Spanning tree solutions

فهرست عناوین فصل‌ها

فصل ۱. معرفی برخی از مسائل جریان شبکه.....	۱۳
فصل ۲. مقدمه‌ای بر نظریه گراف، نمادگذاری ماتریسی برای نشان دادن یک شبکه و برخی از تبدیلات شبکه‌ای.....	۲۵
فصل ۳. مسئله کوتاه‌ترین مسیر.....	۵۹
فصل ۴. الگوریتم‌های حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر.....	۸۳
فصل ۵. مسئله حداکثر جریان.....	۹۵
فصل ۶. مسئله حداقل هزینه جریان.....	۱۳۵
فصل ۷. الگوریتم سیمپلکس شبکه.....	۱۷۱
فصل ۸. حمل و نقل و تخصیص.....	۲۰۱

فهرست مطالب

فصل ۱. معرفی برخی از مسائل جریان شبکه.....	۱۳
۱-۱. معرفی مقدماتی برخی از مسائل شبکه.....	۱۳
۱-۱-۱. مسئله حداقل هزینه جریان Minimum Cost Flow (MCF) problem.....	۱۳
۱-۱-۲. مسئله کوتاه‌ترین مسیر (Shortest path).....	۱۵
۱-۱-۳. مسئله حداکثر جریان (Maximum Flow).....	۱۶
۱-۱-۴. مسئله تخصیص (Assignment problem).....	۱۷
۱-۱-۵. مسئله حمل و نقل (Transportation Problem).....	۱۸
۱-۱-۶. مسئله گردش (Circulation problem).....	۱۸
۱-۱-۷. مسئله جریان چند محصولی (Multicommodity flow Problem).....	۱۹
۱-۱-۸. مسئله حداقل درخت در برگیرنده (Minimum Spanning Tree Problem).....	۱۹
۱-۱-۹. مسئله جور کردن (Matching Problem).....	۱۹
۱-۲. مسائل حل شده.....	۲۰
فصل ۲. مقدمه‌ای بر نظریه گراف، نمادگذاری ماتریسی برای نشان دادن یک شبکه و برخی از تبدیلات شبکه‌ای.....	۲۵
۲-۱. نمادها و تعاریف مربوط به نظریه گراف.....	۲۵

۳۵	۲-۲. نشان دادن شبکه‌ها به وسیله ماتریس
۳۵	۲-۲-۱. ماتریس مجاورت گره-کمان
۳۷	۲-۲-۲. ماتریس مجاورت گره-گره
۳۸	۲-۳. تبدیل‌های شبکه‌ای
۳۸	۲-۳-۱. تبدیل یک کمان بدون جهت به کمان جهت دار
۳۹	۲-۳-۲. تبدیل حد پایین غیر صفر به صفر
۴۰	۲-۳-۳. معکوس کردن یک کمان
۴۰	۲-۳-۴. برداشتن ظرفیت کمان
۴۲	۲-۳-۵. تقسیم گره
۴۴	۲-۴. مسائل حل شده
۵۹	فصل ۳. مسئله کوتاه‌ترین مسیر
۵۹	۳-۱. مقدمه
۶۰	۳-۲. معرفی نمادها و فرضیات مسئله
۶۱	۳-۳. انواع مختلف مسئله کوتاه‌ترین مسیر
۶۲	۳-۴. الگوریتم‌های تنظیم برجسب و تصحیح برجسب
۶۳	۳-۵. کاربردها
۶۳	۳-۵-۱. مسئله تاسیس ایستگاه‌های بازرسی در یک خط تولید
۶۵	۳-۵-۲. مسئله کوله پشتی
۶۹	۳-۵-۳. سیستم معادلات تفاضلی
۷۱	۳-۵-۴. برنامه‌ریزی اپراتورهای تلفن
۷۳	۳-۶. مسائل حل شده
۸۳	فصل ۴. الگوریتم‌های حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر
۸۳	۴-۱. ترتیب توپولوژیکال
۸۵	۴-۲. الگوریتم دایجسترا
۸۶	۴-۳. مسئله کوتاه‌ترین مسیر در شبکه‌های بدون سیکل
۸۷	۴-۴. شرایط بهینگی
۸۹	۴-۵. الگوریتم تصحیح برجسب
۹۰	۴-۶. مسائل حل شده

فصل ۵. مسئله حداکثر جریان	۹۵
۵-۱. مقدمه	۹۵
۵-۲. نمادها و فرضیات	۹۶
۵-۳. کاربردها	۹۸
۵-۳-۱. مسئله جریان شدنی	۹۹
۵-۳-۲. زمان بندی عملیات روی ماشین های موازی یکسان	۱۰۰
۵-۳-۳. مسئله زمان بندی تانکر	۱۰۳
۵-۴. جریان ها و برش ها	۱۰۷
۵-۵. الگوریتم مسیر افزایش در حالت کلی	۱۱۱
۵-۶. معرفی چند قضیه در مورد مسئله حداکثر جریان	۱۱۴
۵-۷. کاربردهای ترکیباتی تئوری حداقل برش - حداکثر جریان	۱۱۴
۵-۷-۱. همبندی شبکه ای	۱۱۵
۵-۷-۲. جورسازی و پوشش	۱۱۷
۵-۸. جریان هایی با حد پایین نامنفی	۱۲۰
۵-۸-۱. تعیین حداکثر جریان	۱۲۱
۵-۸-۲. ایجاد جریان شدنی	۱۲۳
۵-۸-۳. شرایط جواب شدنی	۱۲۳
۵-۹. خلاصه	۱۲۴
۵-۱۰. مسائل حل شده	۱۲۵
فصل ۶. مسئله حداقل هزینه جریان	۱۳۵
۶-۱. فرضیات و نمادها	۱۳۵
۶-۲. شبکه باقی مانده	۱۳۷
۶-۳. کاربردها	۱۳۷
۶-۳-۱. مسئله توزیع	۱۳۷
۶-۳-۲. مسئله ظرفیت خط هوایی	۱۳۹
۶-۳-۳. برنامه ریزی خطی با ساختارهای خاص	۱۴۱
۶-۴. شرایط بهینگی	۱۴۸
۶-۴-۱. شرط بهینگی سیکل منفی	۱۴۹