

کنٹرول بہینہ

مترجم: مریم محمدی

The Optimal Control

تالیف: گروه مولفین



سازمان انتشارات و نشر
سنجش و دانش

- سرشناسه :
عنوان و نام پدیدآور :
مشخصات نشر :
مشخصات ظاهری :
شابک :
وضعیت فهرست نویسی :
یادداشت :
موضوع :
موضوع :
موضوع :
موضوع :
رده بندی کنگره :
رده بندی دیویی :
شماره کتابشناسی ملی :
- محمّدی، مریم، ۱۳۶۰ - مترجم، گردآورنده
کنترل بهینه = The Optimal Control / گروه مولفین ؛ مترجم [و گردآورنده] مریم محمدی،
تهران: سنجش و دانش، ۱۳۹۹.
VIII، ۸۶ص.؛ مصور، جدول، نمودار.
4-978-622-050968-0۳۵۰۰۰۰ریال
فیبا
کتابنامه: ص. ۸۵-۸۲.
بهینه‌سازی ریاضی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره. (عالی)
Mathematical optimization -- Problems, exercises, etc. (Higher)
نظریه کنترل -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
Control theory -- Problems, exercises, etc. (Higher)
۵۱۹/۳
۶۱۸۳۹

عنوان: کنترل بهینه

مترجم: مریم محمدی

ناشر: سنجش و دانش

نوبت چاپ: اول - ۱۳۹۸

تیراژ: ۵۰۰ نسخه

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۰۵-۰۹۶۸-۴

نشانی: میدان انقلاب، خیابان انقلاب، خیابان دانشگاه، پلاک ۱۲۶.

تلفن: ۰۲۱۶۱۲۶

«کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر محفوظ می باشد»

سنجش و دانش

www.sanjesh.ir

sanjeshodanesh@iran.ir

قیمت: ۳۵۰۰۰۰ ریال

ISBN: 978-622-05-0968-4



9

786220

509684

فهرست مطالب

I	فهرست مطالب
IV	لیست تصاویر
VI	لیست جداول
۱	۱ حسابان کسری
۱	۱.۱ تابع گاما
۲	۲.۱ تعریف اویلر از حساب کسری
۲	۳.۱ انتگرال‌های کسری ریمان-لیوویل و مشتقات کسری ریمان-لیوویل
۳	۴.۱ مشتقات کسری کاپوتو برای تابع مضای $AC^{\alpha,\alpha,h}$
۴	۵.۱ مشتق و انتگرال کسری توابع توانی $(x-a)^{\alpha}$
۶	۶.۱ مشتقات کسری گرانوالد لتشیکف
۸	۲ حساب تغییرات کسری
۸	۱.۲ تابعک
۹	۲.۲ مسأله اساسی حساب تغییرات
۹	۱.۲.۲ شرط مرتبه اول جهت اکسترمم یک تابعک
۹	۲.۲.۲ شرایط مرتبه دوم جهت اکسترمم یک تابعک (آزمون لژاندر)
۱۰	۳.۲.۲ معادله اویلر-لاگرانژ (شرط لازم جهت اکسترمم)
۱۰	۴.۲.۲ مسأله براجیستاجرون
۱۲	۳.۲ ساده‌ترین مسأله تغییراتی شامل مشتقات کسری ریمان-لیوویل
۱۲	۴.۲ ساده‌ترین مسأله تغییرات کسری شامل مشتقات کاپوتو
۱۳	۵.۲ تقریبات مشتقات کسری
۱۳	۱.۵.۲ فرمول‌های بسط جهت تقریب مشتقات کسری
۱۳	۲.۵.۲ تقریب به وسیله مجموعی از مشتقات مرتبه صحیح
۱۳	۳.۵.۲ تقریب به وسیله گشتاور یک تابع
۱۴	۴.۵.۲ تقریب مشتقات کسری ریمان-لیوویل
۱۴	تقریب مشتق کسری ریمان-لیوویل چپ

تقریب مشتق کسری ریدان-لیوویل راست ۱۵

تقریب مشتقات کسری کاپوتو ۱۶

۳ کنترل بهینه

۱۸	
۱۹	۱.۳ فرمول بندی مسأله
۱۹	۲.۳ مدل ریاضی
۲۰	۳.۳ محدودیت های فیزیکی
۲۰	۴.۳ معیار عملکرد
۲۰	۵.۳ مسأله کنترل بهینه
۲۱	۶.۳ وابستگی سیستم
۲۱	۷.۳ معادلات حالت
۲۲	۸.۳ روش های عددی حل مسائل کنترل بهینه
۲۲	۱.۸.۳ روش های غیر مستقیم
۲۲	۲.۸.۳ روش های مستقیم
۲۳	۹.۳ ساده ترین مسأله که با بهینه و شرایط بهینگی لازم
۲۴	۱۰.۳ شرایط بهینگی
۲۴	۱۱.۳ اصل ماکسیسم (مینیمم) پونتر گین
۲۵	۱۲.۳ روش های مستقیم گسسته در حساب تغییرات کسری
۲۶	۱۳.۳ روش های مستقیم در قضیه کلاسیک اویلر
۲۶	۱۴.۳ تفاضلات متناهی جهت مشتقات کسری
۲۸	۱۵.۳ روش مستقیم شبه-اویلر برای مسائل تغییرات کسری
۳۴	۱۶.۳ ارائه روش گسسته دیگر جهت حل مسائل کنترل بهینه کسری
۳۸	۱۷.۳ مسائل کنترل بهینه کسری زمان آزاد
۴۰	۱.۱۷.۳ شرایط لازم کسری
۴۴	۲.۱۷.۳ شرایط بهینگی لازم مرتبه صحیح تقریب زده شده
۴۵	۳.۱۷.۳ تعمیم
۴۷	۴.۱۷.۳ شرایط بهینگی کافی
۴۸	۵.۱۷.۳ مثالها و رفتار عددی
۴۹	۶.۱۷.۳ زمان نهایی ثابت
۵۴	۷.۱۷.۳ زمان نهایی آزاد

۴ روش های مستقل از شبکه

۵۸	۱.۴ گام های عمومی روش های بدون شبکه
۶۱	۲.۴ توسعه روش چند مربعی
۶۶	۳.۴ انواع توابع پایه شعاعی استاندارد
۶۶	۴.۴ روش کالوکیشن RBF
۶۶	۵.۴ استفاده از توابع پایه شعاعی در حل معادلات انتگرالی غیرخطی

۶۷	گره‌ها و وزن‌های لژاندر-گوس-لوباتو	۶.۲
۷۱	روش توابع پایه شعاعی در حل مسائل کنترل بهینه	۷.۴
۷۳	روش کانوکیشن RRR^* در حل مسأله کنترل بهینه زمان پیوسته	۸.۴
۷۵	شرایط بهینگی	۱.۸.۴

پیش گفتار

مسائل کنترل بهینه^۱ به طور گسترده‌ای در بخش‌های مختلفی از علم، تکنولوژی و حتی در پزشکی به کار می‌رود. در حالی که کاربردهای قدیمی مسائل کنترل بهینه شامل کنترل و هدایت سیستم‌های هوایی و برنامه‌ریزی حرکت روبات هتوز جزء مسائل مورد علاقه هستند. کاربردهای جدیدشان در اقتصاد، زیست مهندسی، پزشکی و دیگر زمینه‌های علم توجه زیادی از محققان را به خود جلب نموده است. به عنوان مثال، مینیم کردن هزینه تولید و ذخیره یک محصول معین می‌تواند به عنوان یک مسأله کنترل بهینه مورد بحث باشد. به طور مشابه در پزشکی، مینیم نمودن تعداد سلول‌های سرطان روی یک بازه درمانی^۲ می‌تواند به عنوان یک مسأله کنترل بهینه با تعداد سلول‌های سرطان در وضعیت‌های^۳ t و مقدار مصرف دارو به عنوان کنترل^۴، فرمول‌بندی شود.

هدف از یک مسأله کنترل بهینه، بهینه نمودن تابع هزینه تحت شرایط مختلفی همچون شرط دینامیک‌های سیستم^۵ (همچون دینامیک‌های سطحی^۶ غیرخطی^۷ شرایط مرزی^۸ (همچون شرایط اولیه و نهایی)، محدودیت‌های مسیر^۹ (همچون دوری از مانع) و محدودیت‌های حرکت^{۱۰} (همچون محدودیت نیرو و گشتاور نیرو) است. در این مسائل جستجو جهت مینیم کننده‌های مسأله، به جز برای سیستم‌های ساده با دینامیک‌ها و محدودیت‌های خطی، به دلیل وجود هر دو معادله جبری و دیفرانسیلی که در حال تحمیل یک فضای جستجو با بعد نامتناهی غیرخطی هستند. به طور تحلیلی نمی‌تواند انجام شود. در عوض معمولاً رویکردهای عددی^{۱۱} مثل حل مسائل با معرفی سطحی از تقریب به کار برده می‌شوند.

روش‌های عددی جهت حل مسائل کنترل بهینه مستقیم یا غیرمستقیم است. روش‌های غیرمستقیم^{۱۲}، قانون ماکسیم پونتریاگین^{۱۳} (PMP) و حساب تغییرات را به دست یافتن شرایط بهینگی مورد نظر به کار گرفته، و در حقیقت منجر به یک مسأله مقدار مرزی همیلتونی^{۱۴} ($HBVP$) می‌شود. با استفاده از یکی از روش‌های عددی متنوع حل می‌گردد. همچنین روش‌های غیرمستقیم دچار دشواری‌هایی در یافتن حدس اولیه هزینه‌ها (متغیرهای انحرافی) جهت مسأله مقدار مرزی همیلتونی ($HBVP$) هستند که آنها را به لحاظ عددی نامعاشن^{۱۵} ساخته است. علاوه بر این آنها نیاز به یک شناخت قیاسی از قوس‌های محدود شده و نامحدود در حالت محدودیت می‌میرانند. روی در مسأله کنترل بهینه دارند.

به عبارت دیگر روش‌های مستقیم^{۱۶} به طور گسترده جهت حل مسائل کنترل بهینه با استفاده از پارامترسازی و سپس گسسته‌سازی^{۱۷} برای مسأله اصلی به کار می‌روند. در یک روش مستقیم، سیستم یا کنترل‌ها به وسیله یک تابع خاص با ضرایب مجهول تقریب زده می‌شوند و مسأله کنترل بهینه با استفاده از مجموعه ضرایب مناسب (نقاط کالوکیشن^{۱۸} گسسته‌سازی می‌گردند تا در حقیقت مسأله به یک مسأله NLP ، (برنامه ریزی غیرخطی)^{۱۹} تبدیل شود. سپس مسأله (NLP) (برنامه‌ریزی غیرخطی) مورد نظر می‌تواند به وسیله حل‌کننده‌های تجاری در دسترس^{۲۰} حل گردد. زمانی که جواب روش مستقیم دارای دقتی به اندازه یک روش غیرمستقیم به صورت نتیجه‌ای از تقریب و گسسته‌سازی نباشد آنگاه در اینجا امتیازاتی در حل مسائل کنترل بهینه به روش مستقیم وجود داشته که شاید یکی از امتیازات روش مستقیم استفاده نکردن از قانون ماکسیم پونتریاگین جهت حل مسائل کنترل بهینه باشد در این صورت نیازی به مشتق‌گیری تحلیلی عبارات برای هزینه محدودیت‌های مورد نظر وجود ندارند. در کل روش‌های مستقیم همگرایی شعاعی^{۲۱} بزرگتری نسبت به روش‌های غیرمستقیم دارند، علاوه بر این روش‌های مستقیم جهت حدس اولیه پارامترها قوی‌تر بوده و نیاز به حدس هزینه‌های مورد

^۱Optimal Control Problem

^۲System Dynamic

^۳Boundary Condition

^۴Path Condition

^۵Actuator Constraints

^۶Indirect Method

^۷Pontryagin's Maximum Principle

^۸Hamiltonian Boundary Value Problem

^۹Direct Method

^{۱۰}Parametrization-Then-Discretization

^{۱۱}Collocation Points

^{۱۲}Nonlinear Programming

^{۱۳}The Radii of Convergence

نظر ندارد و بدون آنکه دوباره کلی مسأله فرمول‌بندی شود به آسانی می‌تواند اصلاح شود.

روش‌های مستقیم بیشتر بر اساس درونیایی چندجمله‌ای، خواه چندجمله‌ای کلی^۱ و یا چندجمله‌ای موضعی^۲ است. در روش‌های چندجمله‌ای موضعی همچون رویکرد هرمیت-سیمپسون^۳ (HFS) و روش‌های تقریب اسپلاین^۴ وضعیت‌ها و کنترل‌ها معمولاً در یک مجموعه از نقاط (هم فاصله یا ناهم فاصله^۵) در دامنه زمان گسسته‌سازی شده و بخش‌های بین هر گره به وسیله چندجمله‌ای‌های مرتبه پایین تقریب زده می‌شوند. به عبارت دیگر، روش‌های چندجمله‌ای کلی، یک چندجمله‌ای کلی درجه بالا (چندجمله‌ای چیشیف^۶ یا لاگرانژ از مرتبه^۷ N) را برای پارامترسازی و یک مجموعه از نقاط متعامد^۸ را که متناظر با خانواده چندجمله‌ای مورد نظر است برای گسسته‌سازی به کار می‌برند. روش‌های چندجمله‌ای کلی نرخ همگرایی کلی^۹ دارند. بنابراین، سریع‌تر از روش‌های چندجمله‌ای موضعی با نرخ همگرایی جبری، برای یک تعداد کمی از گره‌ها همگرا می‌شوند. گرچه روش‌های چندجمله‌ای با وابسته بودن به شبکه‌ای از گره‌ها محدود می‌گردند و از نظر محاسبه آسان هستند و فواید ساده‌ای دارند، اما انواع دیگری از تقریب شامل درونیایی RBF^{۱۰} (تابع پایه شعاعی) ممکن است به نتایج موثرتری ختم شوند که این بستگی به مسأله مورد نظر دارد.

روش پیشنهاد شده روش کار ریشین^{۱۱} RBF با استفاده از RBFs (توابع پایه شعاعی) کلی دلخواه برای پارامترسازی وضعیت‌ها و کنترل‌ها در مولد^{۱۲} های گسسته‌سازی شده دلخواه است که جهت تبدیل مسأله کنترل بهینه مورد نظر به داخل یک مسأله VLP (برنامه‌ریزی غیر خطی) با ضرایب RBF به عنوان متغیرهای تصمیم از NLP مذکور صورت می‌گیرد. این حقیقت که روش کالوکیشن RBF دارای شبکه خاص از گره‌ها برای گسسته‌سازی ندارد انعطاف‌پذیری بیشتری را در انتخاب نقاط کالوکیشن ایجاد می‌کند که در حقیقت برای تقریب توابع ناهموار همراه با ناپیوستگی‌ها مفید است [۳۵]. در اینجا نخست یک مسأله کنترل بهینه که را که را آن مان بهینه‌سازی نهایی ممکن است معلوم یا مجهول باشد در نظر می‌گیریم. در یک مسأله زمان نهایی آزاد بهینه‌سازی و احتمالاً برخی وضعیت‌های نهایی مجهول‌اند که این امر مسأله بهینه‌سازی را پرچالش‌تر می‌سازد. علاوه بر این مسأله زرد نظر شامل محدودیت‌های مسیر است که از اهمیت بالایی در مسائل نقشه‌کشی حرکت و دریانوردی برخوردار است، به طوری که حرکت نقشه‌کشی با دوری از مانع بدون در نظر گرفتن محدودیت‌های مسیر غیرخطی مسأله نمی‌تواند حل شود. علاوه بر این رویکرد پیشنهادی (RBF) می‌تواند هر RBF کلی را جهت پارامترسازی به کار گیرد. اهمیت عملی کار پیشنهادی این است که توابع RBF متنوعی می‌تواند جهت درونیایی وضعیت‌ها و کنترل‌ها (به جای آنکه به یک نوع خاصی از چندجمله‌ای‌ها به عنوان روش‌های استوار بر چندجمله‌ای محدود شود) به کار برده شود [۳۵].

در پایان از شما خوانندگان عزیز درخواست می‌کنم که با ارائه انتقادات و پیشنهادها از طریق ایمیل mohamadi.math@yahoo@gmail.com ما را در بهبود مطالب این کتاب یا ویرایش آن در چاپ‌های بعدی یاری نمایند.

^۱Global Polynomial

^۲Local Polynomial

^۳Hermite-Simpson

^۴Spline-Based Approximation Methods

^۵Equally or Unequally Spaced

^۶Chebyshev or Lagrange Polynomial

^۷Orthogonal Nodes

^۸Exponential (Spectral) Convergence Rate

^۹Radial Basis Function

^{۱۰}Collocation Method