

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

برنامه ریزی خطی با MATLAB

تألیف

مایکل فریس
الوی متکاساریان
استیفن رایت

ترجمه

دکتر مازیار صلاحی

دانشیار دانشکده علوم ریاضی دانشگاه گیلان

مریم پیروز

دانش آموخته دانشگاه گیلان

مریم پرندگان

دانش آموخته دانشگاه گیلان

انتشارات دانشگاه گیلان

۱۳۹۰

Ferris, Michael C.	فریس مایکل	مرفه‌نامه
برنامه ریزی خطی با Matlab / تألیف مایکل فریس، الوی منگاساریان، استیفن رایت ترجمه		عنوان و نام پدیدآور
مازیار صلاحی، مریم پرندگان، مریم پیروز؛ ویراستار علمی علیرضا غفاری حدیقه		
رشته: دانشگاه گیلان، ۱۳۸۹.		مشخصات نشر
ص: ۳۶۹		مشخصات ظاهری
978-600-153-025-8		شابک
فیبیا		وضعیت فهرست‌نویسی
Linear programming with MATLAB		یادداشت
عنوان اصلی:		یادداشت
کتابنامه: ص. ۳۶۹-۳۶۹		موضوع
بیهکزیمنی ریاضی		موضوع
جبرخطی		
Mangasarian, Olvi L.	منگاساریان، الوی، ۱۹۳۴-م.	شناسه افزوده
Wright, Stephen J.	رایت، استیفن، ۱۹۶۰-م.	شناسه افزوده
	صلاحی، مازیار، مترجم	شناسه افزوده
	پرندگان، مریم، مترجم	شناسه افزوده
	پیروز، مریم، مترجم	شناسه افزوده
	غفاری حدیقه، علیرضا، ویراستار	شناسه افزوده
	دانشگاه گیلان.	شناسه افزوده
	ب ۴۰۲/۵/۱۳۸۹	رده بندی کنگره
	۵۱۹/۲	رده بندی دیویی
	۱۵۱۴۲۶۵	شماره کتبخانی ملی



شابک: ۸-۰۲۵-۱۵۳-۶۰۰-۹۷۸

انتشارات دانشگاه گیلان

نام کتاب	برنامه ریزی خطی با MATLAB
مؤلفین	مایکل فریس، الوی منگاساریان، استیفن رایت
مترجمین	دکتر مازیار صلاحی، مریم پرندگان، مریم پیروز
ویراستار علمی	دکتر علیرضا غفاری حدیقه
ویراستار ادبی	علی نصرتی سیاهمزی
طرح روی جلد	زهرا فره‌وشی
نوبت چاپ	اول، ۱۳۹۰
چاپ متن	شرکت چاپ پیام سبحان
ناشر	انتشارات دانشگاه گیلان
شمار	جلد ۱۰۰۰
قیمت	۸۰۰۰۰ ریال

* هر گونه چاپ و تکثیر فقط در اختیار انتشارات دانشگاه گیلان است *

فهرست مندرجات

۲	پیشگفتار مترجمین	
۴	پیشگفتار مولفین	
۷	مقدمه	۱
۸	یک مثال: لبنیاتی پروفیسور	۱.۱
۸	مقدمه چینی	۱.۱.۱
۹	فرموله کردن مسأله و یک راه حل گرافیکی	۲.۱.۱
۱۱	تغییر مساله	۳.۱.۱
۱۴	بحث	۴.۱.۱
۱۵	فرمول بندی ها	۲.۱
۱۷	کاربردها	۳.۱
۱۷	مسأله برنامه غذایی	۱.۳.۱
۱۸	برازش خطی سطح	۲.۳.۱

۱۹	مسأله توازن بارگذاری	۳.۳.۱
۲۰	تخصیص منابع	۴.۳.۱
۲۱	دسته‌بندی	۵.۳.۱
۲۳	جریان در شبکه با کمترین هزینه	۶.۳.۱
۲۵	الگوریتم‌ها و پیچیدگی	۴.۱
۲۵	روش سیمپلکس	۱.۴.۱
۲۶	روش‌های نقطه-درونی	۲.۴.۱
۲۹	جبرخطی: یک روند سازنده	۲
۳۰	تعویض جردن	۱.۲
۳۷	استقلال خطی	۲.۲
۴۲	وارون‌سازی ماتریس	۳.۲
۴۹	جواب دقیق m معادله با n مجهول	۴.۲
۵۷	حل کارای معادلات خطی	۵.۲
۶۰	تجزیه LU	۶.۲
۶۷	روش سیمپلکس	۳

۶۹	۱.۳	یک مثال ساده
۷۵	۲.۳	رأس‌ها
۷۸	۳.۳	فرایند فاز- دو
۸۸	۴.۳	فرایند فاز- یک
۹۴	۵.۳	توقف متناهی
۹۴	۱.۵.۳	حالت ناپیچگی
۹۶	۲.۵.۳	دوران
۹۷	۳.۵.۳	حالت کلی
۱۰۴	۶.۳	برنامه‌ریزی‌های خطی در شکل غیر استاندارد
۱۰۴	۱.۶.۳	تبدیل قیدها و متغیرها
۱۰۹	۲.۶.۳	طرح - یک
۱۱۴	۳.۶.۳	طرح - دو
۱۲۲	۴.۶.۳	خلاصه
۱۲۵	۴	دوگانی
۱۲۶	۱.۴	دوگانی و رتبه در دستگاه‌های خطی

۱۳۲	دوگانی در برنامه‌ریزی خطی	۲.۴
۱۳۴	تفسیر دوگانی برنامه‌ریزی خطی	۳.۴
۱۳۷	نظریهٔ دوگانی	۴.۴
۱۴۰	شرایط بهینگی KKT	۵.۴
۱۴۴	روش سیمپلکس دوگان	۶.۴
۱۵۰	برنامه‌ریزی‌های خطی کلی	۷.۴
۱۵۵	روش M بزرگ	۸.۴
۱۵۸	کاربردهای دوگانی	۹.۴
۱۶۳	حل برنامه‌ریزی‌های خطی بزرگ	۵
۱۶۴	مبانی	۱.۵
۱۶۴	جواب‌های پایه‌ای شدنی و ماتریس‌های پایه	۱.۱.۵
۱۷۰	دیدگاه هندسی	۲.۱.۵

۲.۵	روش سیمپلکس تجدید نظر شده	۱۷۲
۱.۲.۵	کران‌های بالا و پایین	۱۸۰
۲.۲.۵	تولید جواب‌های پایه‌ای شدنی	۱۸۷
۳.۲.۵	بهنگام‌سازی پایه	۱۹۴
۴.۲.۵	ابزارهای پیشرفته انتخاب محور	۱۹۸
۳.۵	مسایل جریان در شبکه	۲۰۰
۱.۳.۵	جریان در شبکه با کمترین هزینه	۲۰۱
۲.۳.۵	مسأله کوتاه‌ترین مسیر	۲۰۳
۳.۳.۵	مسأله بیشترین جریان	۲۰۴
۴.۳.۵	مسأله حمل و نقل	۲۰۶
۵.۳.۵	مسأله واگذاری	۲۰۸
۶.۳.۵	روش سیمپلکس شبکه	۲۰۹
۶	حساسیت و برنامه‌ریزی خطی پارامتری	۲۱۱
۱.۶	تحلیل حساسیت	۲۱۲
۲.۶	افزودن متغیرها یا قیدهای جدید	۲۱۷
۳.۶	بهینه‌سازی پارامتری تابع هدف	۲۲۲
۴.۶	بهینه‌سازی پارامتری سمت راست	۲۲۹

۲۳۷	۷ برنامه‌ریزی درجهٔ دوم و مسایل مکمل
۲۳۸	۱.۷ برنامه‌ریزی غیرخطی: شرایط بهینگی
۲۴۱	۲.۷ برنامه‌ریزی درجهٔ دوم
۲۴۲	۱.۲.۷ نتیجه وجودی اساسی
۲۴۳	۲.۲.۷ شرایط KKT
۲۴۷	۲.۲.۷ دوگانگی
۲۴۹	۳.۷ مسایل مکمل خطی
۲۵۰	۴.۷ روش لمکه
۲۶۰	۵.۷ بازی‌های دو ماتریسه
۲۶۲	۱.۵.۷ محاسبهٔ تعادل نش
۲۷۰	۲.۵.۷ بازی‌های مجموع - صفر به عنوان دوگان برنامه‌ریزی خطی
۲۷۳	۸ روش‌های نقطه - درونی
۲۷۳	۱.۸ انگیزه و رئوس مطالب
۲۷۶	۲.۸ روش نیوتن

۲۸۲	روش‌های اولیه - دوگان	۳.۸
۲۸۳	روش مقیاس شده - آفینی	۱.۳.۸
۲۸۶	روش‌های مسیر - پیرو	۲.۳.۸
۲۹۰	جواب دستگاه خطی در هر تکرار نقطه درونی	۳.۳.۸
۲۹۳	روش‌های اولیه - دوگان عملی	۴.۳.۸
۲۹۶	روش نقطه - درونی در مقایسه با روش سیمپلکس	۴.۸
۲۹۷	توسعه به برنامه‌ریزی درجه دوم	۵.۸
۳۰۱	تقریب و دسته‌بندی	۹
۳۰۱	مسایل مینی‌ماکس	۱.۹
۳۰۳	تقریب	۲.۹
۳۰۴	تقریب چبیشف	۱.۲.۹
۳۰۷	تقریب $\mathcal{L}_1$	۲.۲.۹
۳۰۹	جواب‌های تقریبی دستگاه‌های با قیدهای نامساوی	۳.۲.۹
۳۱۱	مسایل کمترین مربعات	۴.۲.۹
۳۱۶	برآورد هوپر	۳.۹
۳۲۰	مسایل دسته‌بندی	۴.۹

الف جبرخطی، تحدب و توابع غیرخطی ۳۲۹

الف.۱ جبرخطی ۳۲۹

الف.۲ مجموعه‌های محدب ۳۳۲

الف.۳ توابع هموار ۳۳۶

الف.۴ توابع محدب ۳۳۶

الف.۵ توابع درجه دوم ۳۳۹

الف.۶ نرم‌ها و نماد مرتبه ۳۴۳

الف.۷ قضیه تیلور ۳۴۶

ب خلاصه‌ای از دستورات MATLAB ۳۴۹

ب.۱ عملیات مقدماتی MATLAB ۳۴۹

ب.۲ توابع MATLAB تعریف شده در این کتاب ۳۵۱

پیشگفتار مترجمین

خداوند متعال را شاکریم که توفیق ترجمه کتاب حاضر را به ما عطا فرمود. این کتاب توسط سه نفر از اساتید برجسته بهینه‌سازی که دارای مقالات و نرم‌افزارهای متعدد در این زمینه هستند تألیف شده است. استفاده از نرم افزار MATLAB در کنار مباحث نظری ارایه شده برای پیاده‌سازی الگوریتم‌ها از دلایل مهم ترجمه کتاب حاضر بوده است. امید است با توجه به رشد روزافزون استفاده از نرم افزار MATLAB در محیط‌های آموزشی و برخی صنایع، این کتاب بتواند مؤثر باشد.

در این اثر علاوه بر معرفی مفاهیم پایه‌ای جبرخطی و روش سیمپلکس برای حل مسایل برنامه‌ریزی خطی، روش‌های نقطه درونی که در دو دهه اخیر باعث پیشرفت شگرفی در حل بسیاری از مسایل واقعی و تولید نرم‌افزارهای متعدد گردیده است نیز معرفی شده‌اند. تحلیل حساسیت و برنامه ریزی خطی پارامتری به دلیل اهمیت آنها در تجزیه و تحلیل مسایل حل شده از جمله مباحث دیگر کتاب هستند. همچنین برنامه ریزی درجه دوم، مسایل مکمل به همراه الگوریتم لمکه^۱ برای حل آنها و کاربردهای آن در نظریه بازی‌ها معرفی شده‌اند. در فصل آخر نیز کاربردهایی از برنامه‌ریزی خطی و درجه دوم در مسایل تقریب و دسته‌بندی ارایه شده است. لازم به ذکر است که مباحث مطرح شده در این کتاب، سرفصل‌های درس تحقیق در عملیات ۱ و بخش‌هایی از درس تحقیق در عملیات ۲ دوره کارشناسی و همچنین تحقیق در عملیات پیشرفته دوره کارشناسی ارشد را پوشش می‌دهند.

در ترجمه این کتاب سعی شده است ضمن رعایت امانت‌داری، از واژه‌های تخصصی بهینه‌سازی و معادل‌های فارسی آنها استفاده شود، اما قطعاً ترجمه حاضر خالی از اشکال نیست. امیدواریم همکاران دانشگاهی، دانشجویان عزیز و دیگر علاقه‌مندان، نظرات ارزشمند خود را جهت بهبود چاپ‌های بعدی در اختیار مترجمین قرار دهند. بر خود لازم می‌دانیم از زحمات

^۱Lemke

ویراستاران علمی و ادبی کتاب قدردانی نماییم . جهت بهبود این ترجمه از نظرات همکاران متعددی در دانشکده علوم ریاضی استفاده شده است که جا دارد از آنها تشکر کنیم. در پایان نیز از زحمات مجموعه معاونت پژوهشی دانشگاه به دلیل چاپ این اثر سپاس گزاریم.

مازیار صلاحی، مریم پرندگان و مریم پیروز

تابستان ۱۳۹۰، دانشگاه گیلان، رشت

www.ketab.ir

پیشگفتار مولفین

کتاب حاضر حاصل مجموعه‌ای از دست نوشته‌های کلاسی پس از سالها تدریس درس برنامه‌ریزی خطی در دانشگاه ویسکانسین-مدیسون است. اگرچه هدف این درس دانشجویان کارشناسی علوم رایانه بود ولی دانشجویان کارشناسی و تحصیلات تکمیلی دیگر دانشکده‌ها همچون مهندسی صنایع و سیستم، آمار و ریاضی را نیز به خود جذب کرد. هدف این درس آشنایی مقدماتی با مفاهیم مدل کردن برنامه‌ریزی خطی، الگوریتم‌ها، محاسبات و کاربردها در طول یک نیمسال تحصیلی است. برای این منظور فقط آشنایی مقدماتی با جبرخطی و ریاضیات عمومی کافی است.

یک خصوصیت رویکرد ما استفاده از کدهای MATLAB برای تشریح جنبه‌های محاسباتی درس از مهارت‌های مقدماتی گرفته تا پیاده‌سازی کامل روش‌های سیمپلکس اصلاح شده و نقطه درونی است (به وضوح این موارد به اندازه کافی توانمند یا کارا برای حل مسایل عملی بزرگ نیستند ولی اصول اولیه روش‌های محاسباتی مورد نظر را تشریح می‌کنند). کدهای MATLAB (و میکس فایل‌های^۲ مربوطه) نیز در سایت مربوط به کتاب قابل دسترسی است:

www.siam.org/books/mp07

یک فصل را به برنامه‌ریزی درجه دوم و مکمل، موضوعاتی که اهمیت آنها در چند زمینه کاربردی روز به روز در حال افزایش است، اختصاص داده‌ایم. فصل آخر نیز که مورد علاقه آماری‌ها و دیگران بوده مربوط به مسایل تقریب و دسته‌بندی است که نشان می‌دهد چگونه این مسایل قابل فرمول‌بندی و حل به صورت برنامه‌ریزی خطی یا درجه دوم هستند. یکی از فصل‌های قبلی به نظریه دوگانی می‌پردازد، نه تنها به این دلیل که بینشی به نظریه زیبایی که اساس برنامه‌ریزی خطی است فراهم می‌کند بلکه به دلیل مفید بودنش در مدل کردن بسیاری از مسایل کاربردی (مساله دوگان ممکن است راحت‌تر از اولیه حل شود یا یک کران برای مقدار بهینه

^۲ Mex files

مساله اوليه يا اطلاعات مفيد ديگري ارايه دهد).

يك كلاس دوره كارشناسي در يك نيمسال تحصيلي بايد بيشتر فصل‌هاي اين كتاب را در برگيرد. در صورتي كه وقت كافي در اختيار نباشد برخي فصل‌هاي آخري مي‌توانند حذف شوند. اما اعتقاد ما اين است كه همه موضوعات جالب و مربوط به دانشجويان حاضر است و اميدواريم بيشتر مدرسين بتوانند همه آنها را در تدريس پوشش دهند.

از دانشجويان و همكاراني كه در طول تكميل اين اثر، نظرات خود را به ما انتقال داده‌اند به خصوص همكارمان باب مير^۲ تشكر مي‌كنيم. همچنين از داوراني كه اين نوشته را به طور كامل خوانده و پيشنهادات ارزشمندی كه بيشتر آنها به كار گرفته شده‌اند به ما ارايه کرده‌اند سپاس‌گزاري مي‌كنيم. در پايان نيز از خانواده‌هايمان به دليل حمايت‌هايشان در طول سال‌هاي زياد تشكر و قدرداني مي‌نماييم.

مديسون، ويسكانسين، ايالات متحده آمريكا

بهار ۲۰۰۷

^۲ Bob Meyer