



آمار و احتمالات

مؤلف:
آرام بحرینی

«مرکز خدمات آموزشی نصیر» وابسته به بسیج دانشجویی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، اولین مرکز آموزشی در حیطه‌ی آمادگی آزمون‌های کارشناسی ارشد در کشور است که از شروع فعالیت‌های آن قریب به بیست سال می‌گذرد. این مرکز که در سال ۱۳۷۱ توسط دانشجویان بسیجی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی راه‌اندازی شد در طی این سال‌ها همواره در حال رشد، ترقی و تعالی بوده است و علاوه بر توسعه حیطه فعالیت‌ها و گسترش کمی مخاطبان، کیفیت آموزش و سطح علمی آن همواره روند رو به رشدی را داشته است. با توجه به این‌که این مرکز زیرمجموعه بسیج دانشجویی می‌باشد، اصلی‌ترین هدف خود را خدمت‌رسانی، عدالت آموزشی و ارتقاء علمی دانشجویان قرار داده است و از این جهت شاخص‌ترین مرکز آموزشی در میان مؤسسات مشابه است. این حقیقت فراتر از یک ادعا می‌باشد؛ از این رو همواره به‌عنوان مرکزی خوش‌نام و موفق در میان اساتید و دانشجویان محترم مطرح بوده است. بعلاوه چون مسئولین و کادر این مرکز خود نیز اغلب از دانشجویان دانشگاه‌های تهران هستند؛ بیشترین ارتباط را با دانشجویان مخاطب دارند و همواره از نقطه‌نظرات آنان استفاده می‌کنند. در زیر نکاتی برای آشنایی بیشتر شما مخاطب گرامی با این مرکز ذکر می‌شود:

۱) استفاده از اساتید مجرب و طراز اول دانشگاه‌های تهران که به‌لحاظ علمی جزو سرآمدترین اساتید کشور می‌باشند؛ از اصلی‌ترین نقاط قوت این مرکز است. اعتقاد ما این است که به این هدف مقدس و والا و این موفقیت هرگز نائل نمی‌شدیم مگر با مساعدت و تلاش همکاری صادقانه اساتید گران‌قدر که در این راه، تمامی پتانسیل و انگیزه‌ی خود را سرلوحه‌ی فعالیت‌های مرکز قرار داده‌اند.

۲) رویکرد ما همواره افزایش سطح کیفی فعالیت‌ها در عین ارائه آن با کمترین هزینه می‌باشد که با تحقق آن هدف اصلی ما که خدمت‌رسانی و ارتقاء مرجع بیشتر برای دانشجویان این مرز و بوم در کنار عدالت آموزشی می‌باشد محقق می‌شود.

۳) با توجه به برگزاری ۲۰ سال کلاس‌های آموزشی و ۱۰ سال آزمون‌های آزمایشی، تجربه‌ی گران‌بهایی اندوخته‌ایم که یکی از عوامل اصلی موفقیت روزافزون ما است. این تجربه‌ات که سایر مؤسسات نیز در پاره‌ای از موارد از آن استفاده کرده و الگو گرفته‌اند، همواره مرکز خدمات آموزشی نصیر در جایگاه پیشروترین مؤسسه آموزشی کارشناسی ارشد قرار داده است.

۴) با توجه به اهداف مذکور هزینه خدمات ارائه شده متعادل مقدار را در میان تمامی مؤسسات مشابه دارا می‌باشد. که این اختلاف عمیق بعضاً باعث تعجب و ایجاد سؤال برای مخاطبانی که تازه با این مرکز آشنا شده‌اند ولی پس از آشنایی بیشتر با این مجموعه پاسخ سؤال خود را دریافت نموده‌اند.

با عطف به سابقه درخشان این مرکز در طی این سال‌ها و ضعف موجود در زمینه‌ی کتاب‌های کارشناسی ارشد به لحاظ کیفی، این مجموعه تصمیم گرفت که در این زمینه نیز وارد شده و افتخاری دیگر به افتخارات خود بیفزاید.

«مجموعه کتاب‌های کارشناسی ارشد نصیر» که از این پس به تدریج در اختیار علاقه‌مندان قرار خواهد گرفت، مجموعه‌ای بی‌نظیر با رویکردی نوین و ویژگی‌های منحصر به فرد به‌طوری که داوطلبان بعد از مراجعه به آن نیازی به استفاده از منابع دیگر نخواهند داشت. نظر به همکاری دانشجویان و نخبگان گران‌قدری که با خود کوله‌باری از تجربه ارزشمند علمی در سطح دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی را دارند و رعایت بالاترین کیفیت در صفحه‌آرایی و چاپ، دانشجویان عزیز لاف و اغراق نمی‌کنند.

در پایان اجر معنوی فعالیت‌های این مرکز را به شهدای دفاع مقدس، این شمع‌های همیشه فروزان بشریت که با مقاومت مردانه خود حماسه‌ای جاوید آفریدند، تقدیم می‌کنیم

پیش‌گفتار

هیچکس نمی‌تواند عواقب غیر قابل برگشت مطالعه کتاب‌های نامناسب را نادیده بگیرد. مطالعه چندین منبع برای یافتن جواب صحیح یک تست، درک نامناسب از مفهوم درس و سردرگمی در مورد سیلابس (که موارد خیلی مهمی هستند) از جمله مسائلی بود که دانشجویان با آن دست و پنجه نرم می‌کردند. این موضوع اینجانب را بر آن داشت تا با تهیه مجموعه‌ای کامل، به تمامی این مشکلات خاتمه دهند.

کتابی که پیش روی شماست، حاصل سال‌ها مطالعه، آموزش و تدریس درس آمار و احتمالات بوده و سرفصل‌های موجود در درس آمار و احتمالات (خصوصاً تئوری احتمالات) را بطور کامل پوشش می‌دهد. این کتاب اولین و تنها کتابی است که این گونه ویژه کنکور کارشناسی ارشد رشته برق نوشته شده است. علاوه بر این اثر برای دانشجویان کارشناسی رشته مهندسی برق، صنایع، کامپیوتر و رشته‌هایی که با درس تئوری احتمالات سروکار دارند، قابل استفاده می‌باشد.

از ویژگی‌های بارز این کتاب، پاسخ‌دهی به تمام سئوالات کنکور کارشناسی ارشد رشته برق ادوار گذشته بصورت کاملاً تشریحی و غالباً به چند روش مختلف می‌باشد. علاوه بر این در انتهای هر فصل، تست‌های تألیفی که مربوط به آزمون‌های گذشته مؤسسه آموزشی نصیر می‌باشد، گنجانده شده است تا دانشجویان دید وسیع‌تری به مطالب مورد مطالعه داشته باشند. سعی بر آن شده که متن این کتاب روان، مختصر و مفید باشد. در متن درس نیز از تست‌های مهم رشته‌های دیگر که جنبه آموزشی داشته استفاده شده است.

از آنجاییکه هیچ اثری خالی از اشکال نیست، مؤلفین از خوانندگان عزیز جهت هرگونه انتقاد و پیشنهاد که به بهتر شدن کتاب کمک کند با آغوش باز استقبال می‌کنند. از خوانندگان و اساتید خواهشمند است که با راهنمایی خود از طریق آدرس الکترونیکی probabilistic_tests@gmail.com نسبت به اصلاح و هر چه بهتر شدن کتاب، ما را یاری رسانند.

در انتها بر خود لازم می‌دانم از تمامی افرادی که در به ثمر این کتاب نهایت همکاری را کرده‌اند تشکر و قدردانی به عمل آوریم. جناب آقای پوریمقوبی مدیر مرکز آموزش، جناب آقای مختاری مدیر مسئول انتشارات نصیر، آقایان هدایتی، فرتاش، عبدالملکی که در حروف‌چینی اثر نهایت همکاری را به عمل آورده‌اند، سپاس‌گذاری می‌نمایم. همچنین از آقایان علی میثمی، افشین قاسمی و حسام تهاپی که در ویرایش نهایی کتاب همکاری کرده‌اند تشکر می‌کنم.

در نهایت امید است که این کتاب بتواند در توسعه دانش آمار و احتمالات در کشور اثربخش بدهد و گامی هر چند کوچک در اعتلای این دانش در میهن عزیزمان باشد.

آرام بحرینی

فصل اول: آنالیز ترکیبی و احتمالات.....	۱
۱- آنالیز ترکیبی.....	۱
۱-۱- اصل ضرب.....	۱
۱-۲- تعمیم اصل ضرب.....	۱
۱-۳- جایگشت‌ها (ترتیب‌ها).....	۲
۱-۳-۱- جایگشت n عنصر.....	۲
۱-۳-۲- جایگشت r عنصر از n عنصر (انتخاب با ترتیب).....	۲
۱-۴- ترکیب.....	۳
۱-۵- برخی روابط مفید در ترکیبات.....	۴
۱-۶- حالات مختلف قرار گرفتن اشیا درون ظرف‌ها.....	۴
۲- اصول احتمال.....	۸
۲-۱- آزمایش تصادفی، فضای نمونه و پیشامد.....	۸
۲-۲- جبر مجموعه‌ها.....	۸
۲-۳- اصول اولیه احتمال.....	۸
۲-۴- مساله انطباق.....	۱۰
۳- احتمال شرطی و استقلال.....	۱۳
۳-۱- مفهوم احتمال شرطی.....	۱۳
۳-۲- قضیه احتمال کل و فرمول بیز.....	۱۴
۳-۳- $P(A B) = P(A)P(B A)$ قانون دوم بیز.....	۱۷
۳-۴- استقلال پیشامدها.....	۱۷
۳-۵- $P(A B)$ به عنوان یک تابع احتمال.....	۱۹
تست‌های سراسری و تألیفی.....	۲۱
پاسخ‌نامه.....	۲۵
فصل دوم: متغیرهای تصادفی و توزیع‌های گسسته و پیوسته.....	۳۱
۱- متغیرهای تصادفی.....	۳۱
۱-۱- تابع توزیع تجمعی و خصوصیات آن.....	۳۲
۲- متغیرهای تصادفی گسسته.....	۳۳
۲-۱- امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی گسسته.....	۳۳
۲-۲- متغیر تصادفی برنولی.....	۳۵
۲-۳- متغیر تصادفی دوجمله‌ای یا بینم.....	۳۶
۲-۴- متغیر تصادفی پواسون.....	۳۷
۲-۵- متغیر تصادفی هندسی.....	۳۸
۲-۶- متغیر تصادفی دوجمله‌ای منفی (پاسکال).....	۳۹
۲-۷- متغیر تصادفی فوق هندسی.....	۴۱
۲-۸- متغیر تصادفی یکنواخت گسسته.....	۴۲
۳- متغیرهای تصادفی پیوسته.....	۴۳
۳-۱- امید ریاضی و واریانس متغیرهای تصادفی پیوسته.....	۴۴
۳-۲- متغیر تصادفی یکنواخت.....	۴۵
۳-۳- متغیر تصادفی نرمال.....	۴۷
۳-۴- متغیر تصادفی نمایی.....	۵۰
۳-۴-۱- تابع نرخ خرابی.....	۵۲
۳-۵- متغیر تصادفی گاما.....	۵۳
۳-۶- متغیر تصادفی بتا.....	۵۵

۵۵	۷-۳- متغیر تصادفی وایبول
۵۶	۸-۳- توزیع تابعی از متغیر تصادفی
۵۷	۹-۳- مشروط کردن در فضاهای پیوسته و گسته
۵۹	تست های سراسری و تألیفی
۶۷	پاسخ نامه
۸۵	فصل سوم: متغیرهای تصادفی با توزیع توام
۸۵	۱- توابع توزیع توام
۸۷	۲- تعمیم توزیع های دو جمله ای و فوق هندسی
۸۷	۱-۲) توزیع چند جمله ای
۸۷	۲-۲) تعمیم توزیع فوق هندسی
۸۸	۳- توزیع تابعی از چند متغیر تصادفی
۸۹	۴- استقلال متغیرهای تصادفی
۹۱	۵- مجموع متغیرها تصادفی مستقل
۹۲	۶- توزیع های شرطی
۹۲	۱-۶- حالت گسته
۹۳	۲-۶- حالت پیوسته
۹۴	۷- آماره های ترتیبی
۹۷	تست های سراسری و تألیفی
۱۰۱	پاسخ نامه
۱۰۹	فصل چهارم: خواص دیگر امید ریاضی
۱۰۹	۱- مفاهیم اولیه امید ریاضی
۱۰۹	۲- امید ریاضی تابعی از چند متغیر تصادفی
۱۱۰	۳- امید ریاضی مجموع متغیرهای تصادفی
۱۱۲	۴- کوواریانس، واریانس مجموع و همبستگی ها
۱۱۵	۵- امید ریاضی شرطی
۱۱۶	۶- محاسبه امید ریاضی با استفاده از مشروط کردن
۱۱۸	۷- واریانس شرطی
۱۱۹	۸- تابع مولد گشتاور
۱۲۱	۹- تابع مولد گشتاور فاکتوریلی
۱۲۴	تست های سراسری و تألیفی
۱۲۸	پاسخ نامه
۱۳۷	فصل پنجم: قضایای حدی
۱۳۷	۱- نامساوی مارکف
۱۳۷	۲- نامساوی چبیشف
۱۳۸	۴- قانون ضعیف اعداد بزرگ
۱۳۹	۵- قضیه حد مرکزی
۱۴۰	تست های سراسری و تألیفی
۱۴۱	پاسخ نامه
۱۴۲	پیوست ۱: جدول توزیع نرمال
۱۴۳	مراجع