

بنگ ازباجا و غنی

---

## دایره‌ها

(بستار دایره‌ها)

---

دایره

دان پدو

ترجمه

مونا نبیعی - امیر صالحی - طوبی سادات افقه

انتشارات

|                     |                                                   |
|---------------------|---------------------------------------------------|
| سرشناسه             | : پدو، دانیل                                      |
| عنوان و نام‌پدیدآور | : Pedoe, Daniel                                   |
| مشخصات نشر          | : دایره‌ها (بستار دایره‌ها) / تألیف: دان پدو      |
| مشخصات ظاهری        | : مترجمان: مونا نیعی، امیر صالحی، طوبی سادات افقه |
| شابک                | : تهران، هیمة، ۱۳۹۱.                              |
| وضعیت فهرست نویسی   | : ۱۳۴ ص.: مصور، نمودار.                           |
| یادداشت:            | : ۵۷۰۰۰ ریال: 978-600-6060-19-4                   |
| موضوع               | : فیبا                                            |
| شناسه افزوده        | : عنوان اصلی: Circles: a mathematical view, 1995  |
| شناسه افزوده        | : دایره                                           |
| شناسه افزوده        | : نیعی، مونا، ۱۳۵۸ - مترجم                        |
| شناسه افزوده        | : صالحی، امیر، ۱۳۶۸ - مترجم                       |
| رده‌بندی کنگره      | : سادات افقه، طوبی، ۱۳۶۹ - مترجم                  |
| رده‌بندی دیویی      | : ۱۳۹۱: ۵۱۶/۱۵                                    |
| شماره کتابخانه ملی  | : ۲۹۳۱۹۳۵: Q۸۲۸۴/۴۵۲                              |



| نام کتاب              | دایره‌ها (بستار دایره‌ها)                  |
|-----------------------|--------------------------------------------|
| مؤلف                  | : دان پدو                                  |
| ترجمه و تألیف         | : مونا نیعی - امیر صالحی - طوبی سادات افقه |
| ناشر                  | : انتشارات هیمة                            |
| تیراژ                 | : ۱۰۰۰ نسخه                                |
| قیمت                  | : ۵۷۰۰ تومان                               |
| نوبت چاپ              | : اول ۱۳۹۱                                 |
| چاپ و صحافی           | : شریف                                     |
| حروفچینی و صفحه‌آرایی | : گروه فنی هیمة (پاک‌نژاد ۴۱ - ۴۰ ۶۶۵ ۶۶۵) |
| شابک                  | : ۹۷۸-۶۰۰-۶۰۶۰-۱۹-۴                        |

آدرس دفتر مرکزی: تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، نبش کوچه شعله‌ور، پلاک ۴، واحد ۱  
تلفن: ۴۱ - ۴۰ ۶۶۵ ۶۶۵    تلفکس: ۶۶۵۶۹۳۸۸

کلیه حقوق چاپ و نشر کتاب متعلق به انتشارات هیمة و مترجمین است و هرگونه کپی‌برداری از این مجموعه پیگرد قانونی دارد.

# فهرست مطالب

|    |                                        |
|----|----------------------------------------|
| ۵  | پیشگفتار                               |
| ۱  | فصل ۰                                  |
| ۲۷ | فصل ۱                                  |
| ۲۷ | ۱ دایره‌ی نه نقطه                      |
| ۳۰ | ۲ انعکاس                               |
| ۳۵ | ۳ قضیه‌ی فرباح                         |
| ۳۷ | ۴ تعمیم قضیه‌ی بطلیموس                 |
| ۳۸ | ۵ مساله‌ی فرما                         |
| ۳۹ | ۶ مرکز تشابه دو دایره                  |
| ۴۱ | ۷ دستگاه هم محور دایره‌ها              |
| ۴۳ | ۸ فرم کانونی یک دستگاه هم محور         |
| ۴۶ | ۹ ویژگی‌های تکمیلی                     |
| ۴۹ | ۱۰ مساله‌ی آپولونیوس                   |
| ۵۱ | ۱۱ هندسه‌ی پرگاری                      |
| ۵۵ | فصل ۲                                  |
| ۵۵ | ۱ نمایش یک دایره                       |
| ۵۵ | ۲ فضای اقلیدسی سه بعدی، $E_3$          |
| ۵۹ | ۳ ویژگی‌های اولیه این نوع نمایش        |
| ۶۰ | ۴ دستگاه‌های هم محور                   |
| ۶۱ | ۵ نتایج به دست آمده از این نوع نمایش   |
| ۶۳ | ۶ روابط تزویج                          |
| ۶۸ | ۷ دایره‌های متقاطع با زاویه‌ی داده شده |
| ۷۰ | ۸ نمایش انعکاس                         |

|              |                               |    |
|--------------|-------------------------------|----|
| ۷۱ . . . . . | پوش یک دستگاه . . . . .       | ۹  |
| ۷۴ . . . . . | چند کاربرد دیگر . . . . .     | ۱۰ |
| ۷۷ . . . . . | چند منحنی خود معکوس . . . . . | ۱۱ |

### فصل ۳

|              |                                         |    |
|--------------|-----------------------------------------|----|
| ۷۹ . . . . . | اعداد مختلط . . . . .                   | ۱  |
| ۷۹ . . . . . | نمودار آرگان . . . . .                  | ۲  |
| ۸۰ . . . . . | قدر مطلق و آوند . . . . .               | ۳  |
| ۸۱ . . . . . | دایره ها به مثابه خم های تراز . . . . . | ۴  |
| ۸۲ . . . . . | نسبت ناممساژ چهار عدد مختلط . . . . .   | ۵  |
| ۸۵ . . . . . | تبدیل های موبیوس صفحه ی مختلط . . . . . | ۶  |
| ۸۶ . . . . . | تجزیه و تحلیل تبدیل موبیوس . . . . .    | ۷  |
| ۸۸ . . . . . | خواص مربوط به گروه . . . . .            | ۸  |
| ۹۰ . . . . . | تبدیل های خاص . . . . .                 | ۹  |
| ۹۱ . . . . . | قضیه ی اساسی . . . . .                  | ۱۰ |
| ۹۴ . . . . . | الگوی یوانکاره . . . . .                | ۱۱ |
| ۹۶ . . . . . | اصل توازی . . . . .                     | ۱۲ |
| ۹۷ . . . . . | فاصله ی ناقلیدسی . . . . .              | ۱۳ |

### فصل ۴

|               |                                    |   |
|---------------|------------------------------------|---|
| ۹۹ . . . . .  | فرآیند بزرگ سازی اشتاینر . . . . . | ۱ |
| ۱۰۰ . . . . . | وجود جواب . . . . .                | ۲ |
| ۱۰۱ . . . . . | روش رسیدن به جواب . . . . .        | ۳ |
| ۱۰۳ . . . . . | مساحت یک چند ضلعی . . . . .        | ۴ |
| ۱۰۴ . . . . . | چند ضلعی های منظم . . . . .        | ۵ |
| ۱۰۷ . . . . . | منحنی های طول پذیر . . . . .       | ۶ |
| ۱۰۹ . . . . . | تقریب به کمک چند ضلعی ها . . . . . | ۷ |
| ۱۱۲ . . . . . | مساحت محدود به یک منحنی . . . . .  | ۸ |
| ۱۱۷ . . . . . | تمرین ها . . . . .                 |   |
| ۱۲۲ . . . . . | پیوست . . . . .                    |   |

|     |       |           |
|-----|-------|-----------|
| ۱۳۱ | ..... | مراجع     |
| ۱۳۳ | ..... | واژه‌نامه |

www.ketab.ir

## پیشگفتار

### معرفی مسابقه‌ی کلاغ‌ها

مسابقه‌ی «کلاغ‌ها» (گروه خوانی کتاب ریاضی) که به طور سنتی معمولاً در بلندترین شب سال به همت انجمن علمی دانشجویی و گروه ریاضی دانشگاه شهید بهشتی برگزار می‌شود، رقابتی شاداب برای تشویق و تمرین کارگروهی و ریاضی‌خوانی مستقل است که با هدف بالا بردن فرهنگ ریاضی‌خوانی، افزایش تعداد ریاضی‌خوانان و نزدیک کردن ریاضی‌دانان آینده به یکدیگر برگزار می‌شود. تمام سوال‌هایی که در جریان مسابقه مطرح می‌شوند سنتی برکابی ریاضی است که چند هفته قبل از برگزاری مسابقه در اختیار شرکت‌کنندگان قرار می‌گیرد. مسابقه‌ی کلاغ‌ها، گروهی است و هر گروه متشکل از سه دانشجو است. اعضای هر تیم با هم کتاب را می‌خوانند و در طول مسابقه با هم فکری یکدیگر به سوال‌ها پاسخ می‌دهند. اولین دوره‌ی این مسابقه سال ۱۳۸۶ برگزار گردید و از سال ۱۳۸۸ این مسابقه، کلاغ‌ها نامیده شد.

اما چرا «کلاغ‌ها»؟ این مسابقه:

گروهی است؛

در اواخر پاییز، یا اوایل زمستان است؛

پر سر و صدا است؛

و ...

پس چه نامی بهتر از «مسابقه‌ی کلاغ‌ها» برای توصیف مسابقه‌ای که هر سال صدای کلاغ‌ها در پاییز ما را به آن فرا می‌خواند.

## معرفی کتاب

بنابر ماده‌ی ۳ از آیین نامه‌ی مسابقه‌ی «کلاغ‌ها»، تمام سوال‌هایی که در جریان مسابقه مطرح می‌شوند مبتنی بر کتابی ریاضی با معیارهای زیر است:

۱. «قابل استفاده» برای طیف وسیعی از دانشجویان است؛

۲. دارای جذابیت موضوعی است؛

۳. سلیقه‌های مختلف را پوشش می‌دهد؛

۴. از کتاب‌های رایج دوره‌ی کارشناسی نیست.

کتاب «دایره‌ها» (بخوانید بستر دایره‌ها)، به مفهوم «بستر» در ریاضیات اشاره دارد. به بیان علمی‌تر، بستر کتابی است با عنوان دایره‌ها، که دان پدو در سال ۱۹۵۷، تالیف کرد و با افزودن فصل صفر به آن در سال ۱۹۹۵، توسط جامعه‌ی ریاضی آمریکا، به چاپ رسید. کتاب حاضر با عنوان «دایره‌ها» ترجمه‌ای از کتاب «دایره‌ها» است که بخش‌هایی به آن افزوده شده و با توجه به دارا بودن همه‌ی معیارهای مذکور، برای ششمین مسابقه‌ی کلاغ‌ها در نظر گرفته شده است. بخش‌های افزوده شده به کتاب، به تعمق بیشتر خواننده‌ی امروزی در مباحث هندسه‌ی اقلیدسی کمک می‌کند و از کتاب دیگری از همین نویسنده با نام «هندسه» انتخاب شده است. دان پدو، ریاضی‌دان برجسته‌ی انگلیسی-آمریکایی که به واسطه‌ی سلسله‌ی سخنرانی‌های جذابش در خصوص هنر، لذت و ریاضیات به خصوص هندسه، شهرتی بسیار داشت، در سال ۱۹۷۰ کتاب عظمی با عنوان هندسه منتشر نمود. بخش‌هایی از کتاب هندسه‌ی او به مطالعه و شناخت ویژگی‌های دایره‌ها می‌پردازد و در واقع تکمیل شده‌ی کتاب دایره‌ها است که در سال ۱۹۵۷ به رشته‌ی تحریر درآورد. همان‌طور که خود نیز در مقدمه‌ی کتاب اشاره می‌کند، پیش نیازهای مورد نظر او برای مطالعه‌ی کتاب دایره‌ها متناسب با اطلاعات هندسی دانشجویان دوره‌های قبل در نظر گرفته شده بود که با توجه به برنامه‌ی جدید آموزشی و کم توجهی به هندسه‌ی اقلیدسی در آن، برای دانشجویان عصر حاضر بسیار ناآشنا بود. بر این اساس دان پدو به پیشنهاد انجمن ریاضی آمریکا، با افزودن فصل صفر به کتاب خود، تا حدودی پیش نیازهای لازم برای دانشجویان نسل جدید را فراهم می‌کند.

اما بعد از گذشت هفده سال، به نظر می‌رسد امروز این کم توجهی به هندسه در برنامه‌ی درسی دوره‌های مختلف آموزشی کار را به آنجا رسانده که حتی فصل صفر نیز پاسخگوی نیاز دانشجوی نسل فعلی نیست. این شد که ناچار با حفظ امانت، قسمت‌هایی به آن افزودیم. این قسمت‌ها با علامت «پریم» در متن مشخص شده است.

## ترجمه‌ی کتاب حاضر

امسال نیز همچون سال‌های قبل با توجه به ماهیت گروهی مسابقه‌ی کلاغ‌ها، تصمیم گرفتیم کار ترجمه را نیز گروهی انجام دهیم. در این راستا تعدادی از اعضا و دانشجویان گروه ریاضی، هر یک عهده‌دار بخشی از کار کتاب شدند. نام بردن از این افراد کمترین کاری است که در تشکر از همراهی ایشان می‌توان انجام داد. در زیر اسامی مترجمان به ترتیب حروف الفبا می‌آید:

طوبی سادات افقه (دانشجوی کارشناسی و عضو انجمن علمی گروه ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی)  
امیر صالحی (دانشجوی کارشناسی و عضو انجمن علمی گروه ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی)  
مونا نیعی (هیأت علمی گروه ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی)

بعد از حروف چینی اولیه‌ی کار که توسط سارا صالحی و امیر صالحی انجام شد، تیم ترجمه به این نتیجه رسید که بخشی قسمت‌ها در کتاب برای مخاطب امروزی گنگ بوده و نیاز به توضیح بیشتری دارد. این شد که به مطالعاتی دقیق‌تر پرداخته و قسمت‌هایی از کتاب هندسه، تالیف دان پدو را به آن افزودند. سرانجام طه عزیزی (دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف) با دقتی بسیار، کتاب را خواند و با متن اصلی مقابله کرد. در آخر، کتاب توسط مونا نیعی مورد بازبینی مجدد قرار گرفت. با این همه، آنچه پیش از این در دسترس قطعاً کاستی‌های بسیاری دارد که از دید خوانندگان تیزبین پنهان نخواهد بود. امیدواریم این کم و کاستی‌های ناشی از زمان و توان اندکی که داشتیم، بر ما بیخشد. بسیار خوشنودیم که با راهنمایی و پیکیری‌های آقای رستمی (کارشناس انجمن‌های علمی دانشگاه شهید بهشتی)، وزارت علوم تحقیقات و فن‌آوری بخشی از هزینه‌های مربوط به چاپ و انتشار کتاب را بر عهده گرفت و انتشارات هیمه با مساعدت بی‌دریغ جناب آقای دکتر یوسفی اقدام به چاپ و انتشار این کتاب نمود.

سپاسگزار همه‌ی کسانی هستیم که در طول کار ما را از حمایت‌های مادی و معنوی خود بهره‌مند کردند، به خصوص سرکار خانم دکتر مژگان محمودی ریاست محترم دانشکده‌ی علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و همه‌ی دانشجویان علاقمندی که با استقبال و همراهی خود به حفظ و تداوم مسابقه‌ی کلاغ‌ها، معنی می‌بخشند.

## مقدمه

مفتخرم که جامعه‌ی ریاضی آمریکا<sup>۱</sup> اقدام به چاپ مجدد کتاب من درباره‌ی دایره‌ها کرد و بسیار خوشنودم از قبول پیشنهاد آن‌ها مبنی بر افزودن یک بخش مقدماتی به کتاب، تحت عنوان فصل صفر، برای معرفی و بیان اصطلاحات هندسی که اغلب برای دانشجویان نسل جدید نا آشناست. این فصل تکمیلی، بر پایه‌ی سخنرانی‌هایی که در هند و استرالیا تحت عنوان "هندسه و سرچشمه‌ی لذت"<sup>۲</sup> ایراد نمودم، استوار است. امید است که با چاپ این کتاب، بتوانم ذوق و اشتیاقم را با دیگران شریک شوم. گمان می‌کنم همه‌ی ادعان دارند که اغلب، داشتن دید هندسی، در خلق یک اثر علمی، می‌تواند به حفظ اعتبار آن کمک کند. شاید این باور دوران جوانی من که پیشرفت در هندسه، به پیشرفت سایر شاخه‌های ریاضی می‌انجامد، سرانجام منجر به ایجاد تحول در وضعیت فعلی شود.

برای آزمودن میزان صحت این باور، بدیهی است که هندسه نباید از برنامه درسی مدرسه و دانشگاه حذف شود، اتفاقی که سال‌های سال افتاده است. خوشبختانه نشانه‌هایی از بهبود وضعیت و توجه به تدریس هندسه به چشم می‌خورد و جامعه‌ی ریاضی آمریکا، یکی از پیشگامان در پیشبرد این امر به شمار می‌رود.

اعدادی که با حروف سیاه در داخل پرانتز مثل (n) نوشته شده‌اند و در فصل صفر به چشم می‌خورند، به فهرست مراجعی اشاره دارند که در پایان این فصل آمده است. مطالعه‌ی این کتاب‌ها و مقالات، می‌توانند به کنکاش بیشتر و مطالعه‌ی عمیق و وسیع‌تری در مباحث کتاب، منجر شوند.

1) MAA    2) Geometry and the Pleasure Principle