

تعلیم و تعلم عبادت است.

امام خمینی (ره)

توابع مختلط مقدماتی

تألیف: دکتر حسن حسین زاده
عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم شهر

www.ketab.ir

سرشناسه:	حسین زاده، حسن، ۱۳۲۸-
عنوان و نام پدیدآور:	توابع مختلط مقدماتی / تألیف حسن حسین زاده.
مشخصات نشر:	قائم شهر: دانشگاه آزاد اسلامی (قائم شهر)، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری:	۲۴۰ص.؛ مصور، جدول، نمودار.
شابک:	۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۰۴۹۷-۴
وضعیت فهرست نویسی:	فیا
یادداشت:	کتابنامه.
یادداشت:	واژه نامه.
موضوع:	توابع متغیر مختلط - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع:	توابع متغیر مختلط - آزمون ها و تمرین ها (عالی)
موضوع:	توابع متغیر مختلط - مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده:	دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قائم شهر
رده بندی کنگره:	۹۱۳۹۰ت۵ح/۴۳۳۱/۷Q
رده بندی دیویی:	۵۱۵/۹۷۶
شماره کتابشناسی ملی:	۲۲۵۰۲۹۳

عنوان کتاب: توابع مختلط مقدماتی

تألیف: دکتر حسن حسین زاده

ناشر:	دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم شهر
ویراستار علمی:	دکتر قاسم علیزاده البروزی
حروف چینی و صفحه آرایی:	تایپ نگارش دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
شمارگان:	۲۰۰۰ جلد
نوبت چاپ:	اول
تاریخ نشر:	تابستان ۱۳۹۰
قطع:	وزیری
شابک:	۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۰۴۹۷-۴
قیمت:	۹۴۰۰۰ ریال

حق چاپ برای ناشر محفوظ است

ذات‌الاجلال

قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَغْلَمُونَ وَ الَّذِينَ لَا يَغْلَمُونَ أَمَا يَتَذَكَّرُ أُولَئِكَ أَلْبَاب (س الزمر ی ۹)

بگو (ای پیامبر) آیا صاحبان علم و دانش با کسانی که از آن بی‌بهره‌اند برابرند، جز این نیست که فقط خردمندان پند پذیرند.

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَ الَّذِينَ آوَتْوَا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَ اللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ (س مجادله ی ۱۱)

خداوند مؤمنان امت اسلام و صاحبان علم و دانش را بر دیگران برتری داده، در حالی که خداوند به آنچه می‌کنید آگاه است.

النَّبِيُّ الْأَمِينُ (ص):
طَلَبُ الْعِلْمِ قَرِيضَةٌ عَلَى كُلِّ مُسْلِمٍ وَ أَنَّ طَالِبَ الْعِلْمِ يَسْتَغْفِرُ لَهُ كُلُّ شَيْءٍ حَتَّى الْحَيْتَانِ فِي الْبَحْرِ

کسب علم و دانش بر هر مسلمانی واجب است و همه چیز حتی ماهیان دریا برای جوینده علم طلب آموزش می‌کنند.

الامام علی علیه السلام:

حَرِيصَانِ (مَنْهُوْمَانِ) لَا يَسْبِقَانِ: طَالِبُ عِلْمٍ وَ طَالِبُ مَالٍ (دُنْيَا)

دو دسته هرگز سیر نمی‌شوند: جوینده دانش و طالب مال (دنیا)

بنیانگذار جمهوری اسلامی امام خمینی (قدس سره):

علم و عمل، علم و تعهد به منزله دو بال هستند که با هم می‌توانند به مراتب ترقی و تعالی برسند.

رهبر معظم انقلاب اسلامی حضرت آیت‌الله خامنه‌ای:

اسلام عزیز بزرگترین مشوق علم است و چنین بود که در طی قرن‌های پی‌درپی، مسلمانان پرچم دانش و معرفت و پیشرفت علم را در همه جهان در دست داشتند.

این اثر را تقدیم می‌کنم به:

- یگانه منجی عالم بشریت یاور مستضعفان و کوبنده مستکبران، آخرین ذخیره خداوند متعال حضرت حجت بن الحسن العسکری مهدی موعود (عج) روحی و ارواح العالمین لتراب مقدمه الفداء
- روح پرفروش امام امت رضوان الله علیه بنیانگذار نظام مقدس جمهوری اسلامی ایران
- رهبر معظم انقلاب اسلامی حضرت آیت الله خامنه‌ای مدظله العالی
- ارواح مطهر شهدای امت بزرگ اسلام، انقلاب اسلامی و دفاع مقدس
- جان بر کفان بسیج که به حق اسوه ایمان و تقوایند.
- اساتید عظام و دانشجویان سخت کوش که با تلاشهای شبانه‌روزی خود در جهت قطع وابستگی‌های علمی و صنعتی به اجانب از هر کوششی فرو گذار نمی‌کنند.
- ارواح پاک والدین و اخوانم که در حد توان مرا مشوق بوده‌اند.
- همسر مهربان، صبور و فرزندان متدینم که امید است خدمتگزار شایسته‌ای برای امت اسلام و مملکت امام زمان (عج) باشند.
- و بالاخره به همه آنانی که در خدمت اسلام ناب محمدی (ص) و مکتب انسانساز قرآن کریمند.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۹	پیشگفتار
۱۳	فصل اول: اعداد مختلط و اعمال مربوط
۱۴	۱-۱ مروری بر اعداد مختلط
۱۵	۲-۱ اعمال جبری در میدان اعداد مختلط \mathbb{C}
۱۷	۳-۱ تعبیر هندسی مجموع و تفاضل دو عدد مختلط
۱۷	۴-۱ دستور اولر و کاربرد آن
۲۰	۵-۱ صورت دکارتی و صورت قطبی اعداد مختلط
۲۲	۶-۱ نامساوی مثلث در میدان اعداد مختلط \mathbb{C}
۲۳	۷-۱ صفحه مختلط و صفحه مختلط توسعه یافته
۲۴	۸-۱ معادله منحنی در صفحه مختلط
۲۸	تمرین
۳۱	فصل دوم: تابع مختلط
۳۱	۱-۲ تابع یک متغیره مختلط
۳۲	۲-۲ توابع مولفه‌ای تابع مختلط
۳۴	۳-۲ حد تابع مختلط
۴۱	۴-۲ پیوستگی تابع مختلط
۴۳	۵-۲ مشتق تابع مختلط
۴۸	۶-۲ معادلات کوشی-ریمان
۵۲	۷-۲ تابع تحلیلی و تابع نام
۵۶	۸-۲ توابع همساز (موزون)
۶۰	تمرین

۶۳	فصل سوم: توابع پایه‌ای مختلط
۶۴	۱-۳ تابع نمایی مختلط
۶۵	۲-۳ توابع مثلثاتی مستدیر مختلط
۶۸	۳-۳ توابع مثلثاتی هذلولی مختلط
۷۱	۴-۳ تابع لگاریتمی مختلط
۷۳	۵-۳ توان کسری و توان مختلط
۷۴	۶-۳ معکوس توابع مثلثاتی و معکوس توابع هذلولی
۷۶	۷-۳ معادله مختلط
۷۹	۸-۳ نگاشت به وسیله توابع پایه‌ای
۸۰	۱-۸-۳ تبدیل خطی $w = z + z_0$
۸۱	۲-۸-۳ تبدیل خطی $w = az$
۸۲	۳-۸-۳ طرز پیدا کردن تصویر منحنی و تصویر یک ناحیه
۸۲	۴-۸-۳ نگاشت همدریس
۸۶	۵-۸-۳ نگاشت کسری $w = \frac{1}{z}$
۸۸	۶-۸-۳ تبدیل مویبوس (دو خطی، کسری خطی) $w = \frac{az+b}{cz+d}$
۹۰	۷-۸-۳ ضابطه تبدیل دو خطی با معلوم بودن تصویر سه نقطه
۹۲	۸-۸-۳ تبدیل درجه دوم $w = z^2$
۹۳	۹-۸-۳ تبدیل جوکوسکی $w = z + \frac{1}{z}$
۹۴	۱۰-۸-۳ تبدیل نمایی $w = \exp(z)$
۹۴	۱۱-۸-۳ تبدیل کسینوس هذلولی $w = \cosh z$

۹۵	۱۲-۸-۳ تبدیل کسینوس مستدیر $w = \cos z$
۹۵	۱۳-۸-۳ تبدیل اصم $w = f(z) = z^2$
۹۶	۱۴-۸-۳ تبدیلات اصم دیگر
۹۷	۱۵-۸-۳ تبدیلات متوالی
۹۹	تمرین
۱۰۵	فصل چهارم: دنباله‌ها و سری‌های مختلط
۱۰۵	۱-۴ تعاریف مقدماتی
۱۱۱	۱-۲-۴ بسط تابع مختلط
۱۱۶	۲-۲-۴ بسط لوران تابع
۱۲۰	۳-۴ آزمونهای همگرایی
۱۲۲	۴-۴ اعمال حسابی سری‌های توانی
۱۲۴	تمرین
۱۲۷	فصل پنجم: انتگرال تابع مختلط
۱۲۷	۱-۵ انتگرال تابع مختلط یک پارامتری
۱۳۰	۲-۵ انتگرال روی منحنی
۱۳۷	۳-۵ دستور تعمیم‌یافته انتگرال کوشی
۱۴۷	۴-۵ انتگرال نامعین تابع مختلط
۱۴۸	۵-۵ انتگرال معین
۱۴۹	۶-۵ صفرها و قطبهای تابع مختلط

صفحه	عنوان
۱۵۴	۷-۵ مانده تابع
۱۵۹	۸-۵ محاسبه برخی از انتگرالهای حقیقی به کمک مانده‌ها
۱۷۰	تمرین
۱۷۵	تمرینات متنوع
۱۸۹	سئوالات چهارگزینه‌ای
۲۰۰	پاسخ تمارین منتخب
۲۱۷	منابع و مآخذ
۲۱۸	فهرست راهنما
	پیوست‌ها
۲۲۰	پیوست شماره ۱
۲۲۱	پیوست شماره ۲
۲۲۳	پیوست شماره ۳
۲۲۴	پیوست شماره ۴
۲۲۵	واژه‌نامه انگلیسی-فارسی
۲۳۳	واژه‌نامه فارسی-انگلیسی
۲۴۰	از همین مولف

باسمه تعالی شانه

پیشگفتار:

الحمد لله الذي خلق السموات والارض بقادر على ان يخلق مثلهم بلى و هو الخلاق العليم انما امره اذا اراد شيئا ان يقول له كن فيكون (س يس ي ٨١ و ٨٢).

حمد و سپاس خداوندی را سزااست که آسمانها و زمین را خلق نموده و قادر است تا مثل آنها بیافریند، او خالق است که خلقتش بر علم و دانش استوار است و هرگاه بخواهد چیزی را به وجود آورد دستور صادر کرده و آن چیز بلافاصله وجود می یابد.

اوست خدایی که منبع، منشاء و خالق همه علوم است (انما العلم عندالله) و در آیات زیادی از کلام الله مجید ربانی به علیم، عالم، علام و معرف گردیده و اوست که بر همه صاحبان دانش برتری دارد (و فوق کل ذی علم علیم (س یوسفی ٢٦)).

و درود بیکران بر آخرین پیامبر خدای تبارک و تعالی، فخر عالم امکان حضرت محمدبن عبدالله صلی الله علیه و آله وسلم که رسالتش با خواندن آغازیدن گرفت (اقراً باسم ربك الذی خلق، خلق الانسان من علق، اقرا و ربك الاكرم الذی علم بالقلم، علم الانسان ما لم يعلم (س علقی ١-٥)) و با تزکیه و تعلیم و کتابت ادامه یافت (هو الذی بعث فی الامیین رسولاً منهم يتلوا عليهم آیاته و یزکیهم و یعلمهم الكتاب و الحکمه و ان کانوا من قبل لفی ضلال مبین (س جمعه ی ٢)، لقد من الله علی المومنین اذ بعث فیهم رسولاً من انفسهم يتلوا عليهم آیاته و یزکیهم و یعلمهم الكتاب و الحکمه و ان کانوا من قبل لفی ضلال مبین (س آل عمران ی ١٦٤)، ن و القلم و ما یسطرون، ما انت بنعمه ربك لمجنون (س قلم ی ١ و ٢)).

و درود بی‌پایان به ائمه اطهار علیهم‌السلام جانشینان شایسته رسول‌الله الاعظم (ص) که مأمور ادامه‌دهنده راه نبی‌اکرم (ص) بوده و در اجرای این مأموریت خطیر از هیچ‌گونه کوششی فروگذار ننموده و هرگونه مشقتی را به جان پذیرا بوده‌اند. این گوهران تابناک و ثقل اصغر اشرف مخلوقات مشوق اصلی انسان به کسب علم و دانش بوده و جهت دستیابی امت اسلام به دانش الف) آن را فریضه معرفی نموده (طلب العلم فریضه علی کل مسلم و مسلمه - طلب العلم فریضه فی کل حال)

ب) زمان را از محدوده آن حذف نموده (اطلبوا العلم من المهد الی اللحد)

ج) محدودیت مکانی را برداشته (اطلبوا العلم و لو بالصین)

د) منبع فراگیری را برای مومنین و استواران در دین مشروط نکرده (الحکمه ضاله المومن فخذالحکمه و لو من اهل النفاق)

ه) برتری آن را بر ثروت و مال دنیا اعلام کرده (العلم خیر من المال، العلم یحرسک و انت تحرس المال)

و) حد و حصری برای آن تعیین نکرده (کل وعاء یضیق بما جعل فیہ الا وعاء العلم فانه یتسع به)
ز) حرص و آز را برای طالبان و جویندگان آن جایز دانسته‌اند (حریصان لایشبعان: طالب علم و طالب دنیا (مال)).

و سلام و تحیت همه کائنات بر منجی عالم بشریت حضرت مهدی موعود (عج) روحی و ارواح‌العالمین لتراب مقدمه الفداء، وارث علم رسول (ص) که در مدت ظهور با برکتش پیشرفت و تعالی دانش و تکنولوژی به اوج خود خواهد رسید و همه آنها در خدمت به این‌سای بشر مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

و بالاخره سلام بر امام امت خمینی کبیر رضوان‌الله علیه و جانشین صالح او رهبر معظم انقلاب اسلامی و همه شهدای جهان اسلام بالاخص شهیدان والامقام ایران اسلامی که جان شیرین خویش را برای استقرار نظام مقدس جمهوری اسلامی ایران و ریشه‌کن کردن ظلم و بی‌عدالتی فدا کرده‌اند.

پس بر شما ای جوانان و فرزندان پاک باخته ایران اسلامی فرض است که در کسب علم و دانش و عمل به آن، شایستگی خویش را پیش از پیش نشان دهید تا مشمول این بیان گهربار نبی‌الرحمه (ص) قرار گیرید «لو كان العلم معلقاً بالثريا لتناوله قوم من ابناء فارس: اگر دانش به آسمانها آویخته شده بود، تعدادی از فرزندان فارس بدان دست می‌یافتند).

و اما این کتاب برای استفاده دانشجویان عزیز در درس توابع مختلط تهیه گردیده و شامل مباحث ذیل می‌باشد امید است که مورد استفاده جویندگان دانش و پویندگان حقایق هستی قرار گیرد.

۱- در فصل اول از عناوین ذیل:

اعداد مختلط و اعمال جبری در میدان \mathbb{C} ، صورتهای دکارتی و قطبی اعداد مختلط، نامساوی مثلث در \mathbb{C} ، منحنی در صفحه مختلط، صفحه مختلط توسعه یافته

۲- در فصل دوم از عناوین ذیل:

متغیر مختلط و تابع مختلط، حد پیوستگی و مشتق تابع مختلط در یک نقطه و در یک ناحیه، توابع مولفه‌ای تابع مختلط، معادلات کوشی-ریمان، تابع همساز (موزون)

۳- در فصل سوم از عناوین ذیل:

توابع مقدماتی مختلط شامل تابع نمائی، توابع مثلثاتی مستدیر و معکوس آنها، توابع مثلثاتی هذلولی و معکوس آنها، تابع لگاریتمی، توان کسری، توان مختلط معادله مختلط، نگاشت به وسیله توابع پایه‌ای، نگاشت همدیس، نگاشت کسری $w = \frac{1}{z}$ ، تبدیل موبیوس $w = \frac{az+b}{cz+d}$ ، تبدیل درجه دوم، تبدیل جوکوسکی $w = z + \frac{1}{z}$ ، تبدیل نمایی، تبدیل‌های کسینوس هذلولی و کسینوس مستدیر و ...

۴- در فصل چهارم از عناوین زیر:

دنباله‌ها و سری‌های مختلط، بسط تابع مختلط (بسط تیلور و بسط لوران)، آزمونهای همگرایی

۵- در فصل پنجم از عناوین زیر:

انتگرال تابع مختلط یک پارامتری، انتگرال روی منحنی، دستور انتگرال کوشی، دستور تعمیم‌یافته انتگرال کوشی، انتگرال نامعین تابع مختلط، قضیه اصل ماکزیمم، صفرها و قطبهای تابع مختلط، قضیه مانده‌ها، دستور مانده‌ها، محاسبه چند نوع انتگرال حقیقی به کمک مانده‌ها بحث گردیده و متعاقباً تعدادی تمرینات متنوع و چند سؤال چهارگزینه‌ای با جواب، پاسخ اکثر تمارین کتاب، منابع و مأخذ، فهرست راهنما، واژه‌نامه انگلیسی- فارسی و واژه‌نامه فارسی- انگلیسی جای داده شده است.

بدیهی است که این کتاب همانند تألیفات دیگر این مولف خالی از اشکال و ایراد نیست، از خوانندگان عزیز انتظار دارد تا با مطالعه آن ایرادات و نظرات اصلاحی خویش را از طریق حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه، نویسنده را اطلاع دهند تا پس از بررسی در چاپهای بعدی لحاظ گردد. در پایان از همه دوستان و همکاران عزیز که مشوق اینجانب بوده و نیز از کارکنان تایپ کامپیوتری نگارش دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل که با دقت و حوصله این کتاب را تایپ نموده‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی نموده و از معاون محترم پژوهشی و حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم‌شهر که مساعدت‌های لازم را در چاپ و توزیع آن مبذول داشته‌اند صمیمانه سپاسگزاری می‌نمایم.

و العاقبه لاهل التقوی و البقین

حسن حسین زاده

سال یکهزار و سیصد و نود هجری شمسی مطابق با

سنه یکهزار و چهارصد و سی و دو هجری قمری

سال جهاد اقتصادی