

تحقیق در عملیات ۱

www.ketab.ir

مؤلف :

امیر ایمن پور

سرشناسه	: امین پور، امیر. ۱۳۶۲.
عنوان و نام پدیدآور	: تحقیق در عملیات ۱ / مؤلف: امیر امین پور.
مشخصات نشر	: تهران: کتابخانه فرهنگ، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری	: ۴۶۴ ص. مصور، نمودار.
فروست	: انتشارات کتابخانه فرهنگ: ۲۷۴.
شابک	: ۹۷۸-۹۶۴-۱۵۵-۲۰۹-۳
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
موضوع	: تحقیق عملیاتی - - راهنمای آموزشی (عالی): تحقیق عملیاتی - - مسائل، تمرین ها و غیره (عالی): تحقیق عملیاتی - - آزمون ها و تمرین ها (عالی): دانشگاه ها و مدارس عالی - - ایران - - آزمون ها.
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۰ ۳۵۷/۶/الف ۹
رده بندی دیویی	: ۰۰۳/۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۲۳۲۴۰۸۵



کتابخانه فرهنگ

شابک : ۹۷۸-۹۶۴-۱۵۵-۲۰۹-۳

ISBN: 978-964-155-209-3

عنوان	: تحقیق در عملیات
مؤلف	: امیر امین پور
ناشر	: کتابخانه فرهنگ
تیراژ	: ۱۲۰۰
چاپ اول	: ۱۳۹۰
لینوگرافی	: طاووس رایانه
چاپ	: به آوران
صحافی	: به آوران
قیمت	: ۸۵۰۰۰ ریال

دفتر مرکزی : تهران، خیابان انقلاب، بین فروردین و اردیبهشت، ساختمان ۱۴۷۴، طبقه سوم، کتابخانه فرهنگ، تلفن : ۳۰ - ۶۶۴۹۸۹۲۹ - فکس : ۶۶۴۱۲۱۷۱

مرکز پخش : تهران، خیابان انقلاب، بین فروردین و اردیبهشت، ساختمان ۱۴۷۴، طبقه اول، کتابخانه فرهنگ، تلفن : ۶۶۴۹۸۹۲۹، فکس : ۶۶۴۱۲۱۷۱

فروشگاه مرکزی : تهران، خیابان انقلاب، بین فروردین و فخر رازی (روبروی دانشگاه) پاساژ فروزنده، کتابفروشی معراج، تلفن : ۶۶۴۹۴۹۶۶

(هرگونه کپی و نسخه برداری از مطالب این کتاب ممنوع می باشد.)

مقدمه

کتاب حاضر به منظور آشنایی دانشجویان رشته‌های علوم و مهندسی با مبانی تحقیق در عملیات تدوین شده است. سعی بر این بوده که متن درس بصورت روان و شیوا نگارش شود. از مثالها و تمرینات مختلفی در هر قسمت از درس استفاده شده است تا به درک بهتر مطالب یاری رساند. محضر اساتید بسیاری بوده‌ام. از ایشان بسیار آموخته‌ام، برخود لازم می‌دانم از تمامی اساتید گرانقدرم تشکر کنم.

علیرغم آنچه که انجام شده، نقص جزء ذاتی کار بشر است و پیشرفت و حرکت در جهت رفع نواقص مسیری است که ما را به سمت ارتقاء و یادگیری بیشتر هدایت می‌کند لذا خواهشمند است نظرات اصلاحی خود را از طریق سایت www.imenpour.com (ir) با ما در میان بگذارید. در این سایت امکان پرسش و دریافت پاسخ آن از مؤلف وجود دارد. همچنین با ثبت نام در سایت می‌توانید در تالار گفتگو مباحث خود را با دیگران مطرح فرمائید و اصلاحیه و غلطنامه کتاب را دریافت نمائید.

زحمات بسیاری برای ویرایش کتاب توسط خانم‌ها نرگس واحدی، سمانه اردوانی، مینو ابراهیمی، ریحانه خواجه پیری، زهرا عباسی و همچنین آقایان مهدی بدریان و صالح دهباری تقبل شده، از تمامی دوستان عزیزم تشکر می‌کنم. طراحی جلد توسط آقای یعقوب دهقانی انجام شده است، از ایشان نیز سپاسگزارم. در مراحل آماده سازی مطالب تایپ شده، خانم صانعی همکاری فراوانی داشته‌اند، همچنین از آقای امیرحسام یکه‌شناس برای کمکها و مساعدتهای بی دریغشان کمال تشکر و امتنان را دارم.

امیر ایمن پور

بهار ۹۰

عنوان	صفحه
فصل اول: مفاهیم برنامه‌ریزی خطی	۹
۱-۱-۱- تاریخچه و معنی تحقیق در عملیات	۹
۱-۱-۱-۱- انواع مدل‌های تحقیق در عملیات	۱۰
۱-۲-۱- برنامه‌ریزی خطی	۱۰
۱-۲-۱-۱- مسأله برنامه‌ریزی خطی	۱۱
۱-۲-۱-۲- مسائل متعارفی، استاندارد و غیر متاریسی	۱۲
۱-۲-۱-۳- فرضیات برنامه‌ریزی خطی	۱۴
۱-۲-۱-۴- دستکاری مسأله	۱۴
۱- تبدیل نوع تابع هدف	۱۴
۲- تبدیل جهت محدودیت‌های نامساوی	۱۵
۳- تبدیل محدودیت تساوی به نامساوی	۱۵
۴- تبدیل محدودیت نامساوی به تساوی	۱۵
۵- مفید کردن متغیرهای آزاد در علامت و نامنفی کردن آنها	۱۶
۶- متغیرهایی که از بالا یا پایین کراندار هستند	۱۷
۷- حذف قدر مطلق	۱۷
الف) حذف قدر مطلق محدودیت‌ها	۱۷
ب) حذف قدر مطلق در تابع هدف	۱۸
۸- توابع هدف مرکب	۱۸
۱-۲-۵- انواع محدودیت‌های یک مسأله برنامه‌ریزی خطی	۲۱
۱- محدودیت‌های کارکردی (قیود)	۲۱
۲- محدودیت‌های غیرکارکردی یا متغیرهای تصمیم	۲۱
۳- محدودیت زائد (وابسته)	۲۲
۴- محدودیت مؤثر	۲۲
۵- محدودیت فعال یا الزام‌آور در نقطه بهینه	۲۲
۱-۲-۶- حل هندسی یا روش ترسیمی	۲۳
مرحله اول: رسم ناحیه شدنی یا موجه	۲۳
مرحله دوم: پیدا کردن جواب بهینه	۲۴
روش اول: بررسی نقاط رأسی	۲۴
روش دوم: حرکت تابع هدف روی ناحیه شدنی	۲۵
روش سوم: رسم بردارهای عمود بر محدودیت‌های گذرنده از نقاط رأسی	۲۵
۱-۲-۷- حالات خاص حل هندسی	۲۸
۱- جواب بهینه متناهی منحصر به فرد	۲۸
۲- جواب بهینه متناهی چندگانه (دگرین)	۲۹
۳- جواب بهینه نامساوی	۳۳
۴- ناحیه بی‌پایه	۳۴
۱-۲-۸- فضای احتیاج	۳۶
۱- فضای احتیاج و محدودیت‌های مساوی	۳۶
۲- فضای احساح و محدودیت‌های نامساوی	۳۷
۳- فضای احساح و بهینگی	۳۸
۱-۳-۱- مدل‌بندی مسائل برنامه‌ریزی خطی	۴۰
عنوان	صفحه
برنامه‌ریزی تولید	۴۱
موازنه خط تولید: کارخانه	۴۲
مسأله برش چوب	۴۵
مسأله حمل و نقل	۴۶
تربیت نیروی متخصص	۴۷
برنامه‌ریزی تبلیغات	۴۹
بازرسی کالا	۵۰
مسائل سرمایه‌گذاری	۵۱
رژیم غذایی	۵۳
زمان‌بندی کار	۵۵
مسأله امتزاج	۵۷
برنامه‌ریزی منطقه‌ای	۵۹
مسأله ترکیبی خوراک	۶۱
۱-۴- بررسی تغییراتی در مسأله برنامه‌ریزی خطی	۶۲
فصل دوم: جبر خطی، آنالیز محدب و مجموعه‌های چندوجهی	۶۹
۱-۲-۱- جبر خطی	۶۹
۱-۲-۱-۱- بردارها	۶۹
۱-۲-۱-۲- فضای برداری اقلیدسی	۷۰
۱-۲-۱-۳- ترکیب خطی، آفین و محدب در R^n	۷۰
۱-۲-۱-۴- بردارهای مستقل خطی	۷۱
۱-۲-۱-۵- مجموعه مولد	۷۳
۱-۲-۱-۶- مجموعه پایه	۷۳
۱-۲-۱-۷- جایگزینی یک بردار پایه با بردار دیگر	۷۳
۱-۲-۱-۸- ماتریس‌ها	۷۴
۱-۲-۱-۹- ماتریس‌های خاص	۷۵
۱-۲-۱-۱۰- برانزاده	۷۵
۱-۲-۱-۱۱- عملیات مقدماتی ماتریسی	۷۶
۱-۲-۱-۱۲- برداری سطری	۷۶
۱-۲-۱-۱۳- ماتریس سطری ننگتی محوایل یافته	۷۶
۱-۲-۱-۱۴- ماتریس معکوس	۷۹
۱-۲-۱-۱۵- ماتریس معکوس	۸۱
۱-۲-۱-۱۶- رتبه‌ی یک ماتریس	۸۴
۱-۲-۱-۱۷- چگونه بدانیم آیا مجموعه‌ای از بردارها مستقل خطی هستند یا خیر؟	۸۵
۱-۲-۱-۱۸- معادلات خطی همزمان	۸۸
۱-۲-۱-۱۹- معادلات خطی وابسته	۸۹
۱-۲-۱-۲۰- حل دستگاه معادلات خطی	۸۹
۱-۲-۱-۲۱- روش‌های حل دستگاه معادلات خطی	۹۰
۱- روش حذفی گاوس - جردن	۹۰
۲- روش حذفی گاوس	۹۵
۳- قاعده کرامر	۹۷
۱-۲-۱-۲۲- جمع‌بندی حالات ممکن دستگاه معادلات خطی همزمان	۹۸
۱-۲-۱-۲۳- تعیین بردار سمت راست دستگاه معادلات	۹۹

۱۵۳	۱-۲-۴-۲- نقاط رأسی (فرین) مجاور
۱۵۴	تعبیر هندسی
۱۵۴	تعبیر جبری
۱۵۴	۱-۲-۴-۲- پایه‌های مجاور
۱۵۵	۲-۲-۴-۲- بال‌های مجاور
۱۵۷	۲-۴-۲- بعد یک چندوجهی محدب
۱۶۰	۱-۲-۴-۲- تعداد نقاط رأسی مجاور یک نقطه رأسی
۱۶۰	۲-۴-۲- یال‌های بی‌کران یا نیم‌خط نامتناهی
۱۶۱	چندوجهی محدب
۱۶۲	۵-۴-۲- چگونه بررسی کنیم که جواب شدنی داده شده بر روی یال است یا نه؟
۱۶۶	۵-۲- نمایش مجموعه‌های چندوجهی
	ضمیمه: فرموله کردن با استفاده از توابع خطی
۱۶۸	تکه‌ای
۱۶۸	توابع محدب و مقعر
۱۷۰	توابع تکه‌ای خطی
۱۷۰	مدل‌سازی با توابع هدف تکه‌ای خطی جدایی‌پذیر
	حداقل کردن مجموع وزنی نامنفی از مقادیر قدر مطلق
۱۷۲	کاربرد برنامه‌ریزی خطی در برازش منحنی
۱۷۶	تقریب L_1
۱۷۸	تقریب چیشف
۱۷۸	تقریب حداقل مربعات
۱۷۹	فصل سوم: روش سیمپلکس
۱۷۹	۱-۲- نقاط رأسی و بهینگی
۱۷۹	۱-۱-۳- مسأله می‌نیم‌سازی
۱۸۳	۲-۱-۳- مسأله ماکزیم‌سازی
۱۸۳	۱-۱-۴- جواب بهینه چندگانه و نمایش مجموعه بهینه
۱۸۶	۲-۱-۳- جهت بهبود دهنده
۱۸۸	۲-۲- روش سیمپلکس
۱۹۰	۱-۲-۲- چرا قبل از به‌کارگیری روش سیمپلکس باید نامعادله‌ها را به معادله تبدیل کرد؟
۱۹۳	۲-۲-۳- جبر روش سیمپلکس
۱۹۵	۱- انتخاب واردشونده
۱۹۶	۲- انتخاب خارج‌شونده
۱۹۸	۳-۲-۲- ماتریس‌های یاشنه
۲۰۰	۴-۲-۲- روش سیمپلکس در جدول
۲۰۲	۵-۲-۲- نکات خاص در جدول سیمپلکس
۲۰۳	۶-۲-۳- وضعیت متغیر خارج‌شونده در جدول بعد
۲۰۵	۲-۴-۲- وضعیت متغیر واردشونده در جدول بعد
۲۰۶	۸-۲-۲- نمایش مسأله برنامه‌ریزی خطی در فضای متغیرهای غیرپایه
۲۰۷	۹-۲-۲- تغییر اجزای جدول سیمپلکس
۲۰۹	۱۰-۲-۲- نگاهی دیگر به تکرارهای روش سیمپلکس
۲۱۲	۱۱-۲-۲- حالت‌های خاص جدول سیمپلکس

۹۹	۶-۹-۱-۲- ارتباط m و n
۹۹	۷-۹-۱-۲- دستگاه همگن
۱۰۰	۲-۲- مجموعه‌های چندوجهی
۱۰۰	۱-۲-۲- مجموعه‌های محدب
۱۰۲	۲-۲-۲- توابع محدب و مقعر
۱۰۲	۳-۲-۲- ماکزیم و می‌نیم موضعی و مطلق در برنامه‌ریزی خطی
۱۰۲	۴-۲-۲- ابرصفحه‌ها و نیم‌فضاها
۱۰۴	۵-۲-۲- نقطه داخلی
۱۰۶	۶-۲-۲- مجموعه‌های چندوجهی
۱۰۷	۷-۲-۲- مجموعه‌های بسته
۱۰۸	۸-۲-۲- نقطه رأسی
۱۰۸	۹-۲-۲- نقطه فرین
۱۰۹	۱۰-۲-۲- جواب اساسی و جواب اساسی شدنی
۱۱۱	۱-۱۰-۲-۲- جواب اساسی شدنی تباهیده
۱۱۲	۲-۱۰-۲-۲- تعریف ۱: جواب پایه‌ای شدنی برای دستگاه نامعادلات خطی و متغیرهای نامنفی
۱۱۲	۳-۱۰-۲-۲- تعریف ۲: جواب پایه‌ای شدنی در حالت‌های کلی‌تر دستگاه معادلات با متغیرهای نامنفی و آزاد در علامت
۱۱۳	۴-۱۰-۲-۲- تعریف ۳: جواب پایه‌ای شدنی دستگاه معادلات خطی با متغیرهای نامنفی
۱۱۵	۵-۱۰-۲-۲- جمع‌بندی تعاریف نقطه رأسی
۱۱۶	۶-۱۰-۲-۲- آیا x یک جواب پایه‌ای شدنی است؟
۱۲۱	۷-۱۰-۲-۲- حداکثر تعداد جواب‌های شدنی پایه‌ای
۱۲۲	۸-۱۰-۲-۲- ارتباط بین جواب‌های شدنی پایه و نقاط رأسی و تعداد پایه‌های متناظر
۱۲۳	۹-۱۰-۲-۲- متغیرهای خنثی (متغیرهای پوچ)
۱۲۶	۱۰-۱۰-۲-۲- فضای احتیاج و جواب‌های پایه‌ای
۱۲۷	۱۱-۱۰-۲-۲- مسأله برنامه‌ریزی خطی کاملاً غیرتبتهنگ
۱۲۹	۱۱-۲-۲- دستگاه n معادله مستقل خطی از n متغیر نامنفی
۱۲۹	۱۲-۲-۲- وجود نقاط فرین
۱۳۱	۱-۱۲-۲-۲- قضیه هل دادن
۱۳۲	۳-۲-۲- شعاع‌ها و جهت‌ها
۱۳۸	۱-۳-۲- جهت شدنی
۱۳۸	۲-۳-۲- جهت دورشونده
۱۳۹	۳-۳-۲- جهت‌های رأسی یک مجموعه محدب
۱۴۲	۴-۳-۲- مخروط
۱۴۳	۱-۴-۳-۲- مخروط‌های محدب
۱۴۴	۲-۴-۳-۲- مخروط‌های چندوجهی
۱۴۴	۵-۳-۲- بدست آوردن جهت‌های دورشونده و جهت‌های رأسی
۱۴۵	۶-۳-۲- شعاع رأسی
۱۴۷	۴-۳-۲- وجوه
۱۴۷	۱-۴-۲- یال
۱۵۰	۲-۴-۲- مجاورت

۲۸۲	۲-۵- روش سیمپلکس متغیرهای کران دار.....
۲۸۳	۱-۲-۱- تعریف اول جواب‌های شدنی نایه.....
۲۸۴	۲-۲-۲- تعریف دوم جواب‌های شدنی نایه.....
۲۸۶	۳-۲-۲- اصلاح جواب شدنی نایه.....
۲۸۷	الف) افزایش X_k از مقدار فعلی اش.....
۲۸۷	۱- متغیر نایه به کران بالاییش می‌رسد.....
۲۸۸	۲- متغیر نایه‌ای که به کران بالا می‌رسد.....
۲۸۸	۳ X_k خودش به کران بالاییش می‌رسد.....
۲۸۹	به هنگام جدول وقتی متغیر عبر نایه
۲۸۹	افزایش می‌یابد.....
۲۸۹	ب) کاهش X_k از مقدار فعلی اش U_k
۲۹۰	به هنگام جدول وقتی متغیر عبر نایه
۲۹۰	کاهش می‌یابد.....
۲۹۰	۴-۲-۱- خلاصه سیمپلکس متغیرهای کران دار.....
۲۹۱	(مسأله می‌نیم‌سازی).....

۲۹۹	فصل ششم: دوگان.....
۲۹۹	۱-۶- مقدمه.....
۲۹۹	۱-۱-۶- فرمول بندی مسأله دوگان.....
۳۰۶	۲-۶- روابط اولیه - دوگان.....
۳۰۶	۱-۲-۶- رابطه بین مفادیر تابع هدف و خاصیت
۳۰۶	ضعیف دوگان.....
۳۰۸	۲-۲-۶- منشأ دوگان و شرایط بهینگی کرش - کان
۳۰۸	- تاکر (KKT).....
۳۰۹	۳-۲-۶- خاصیت دوگان قوی.....
۳۰۹	۴-۲-۶- قضیه اساسی دوگان.....
۳۱۲	۵-۲-۶- اصل ناظر.....
۳۱۳	۶-۲-۶- قضیه مکمل زائد.....
۳۱۴	۷-۲-۶- استفاده از دوگان در حل اولیه.....
۳۱۴	۸-۲-۶- رابطه لنگی مکمل برای جوابهای
۳۱۵	اساسی مکمل.....
۳۱۶	۹-۲-۶- طبقه بندی جوابهای اساسی.....
۳۱۷	۱۰-۲-۶- یک دید هندسی.....
۳۲۱	۱۱-۲-۶- قضیه مکمل زائد قوی (کبد).....
۳۲۱	۱۲-۲-۶- تعبیر شدنی دوگان از روی جدول
۳۲۱	سیمپلکس.....
۳۲۲	۱۳-۲-۶- روش سیمپلکس دوگان.....
۳۳۲	۱۴-۲-۶- تعبیر اقتصادی دوگان.....
۳۴۲	۱۵-۲-۶- متغیرهای ناظرین (غیراکسترمال).....
۳۴۵	۱۶-۲-۶- لم فارکلس و نامعادلات خطی.....

۳۴۹	فصل هفتم: برنامه ریزی خطی پارامتریک.....
۳۵۰	۱-۷- روش سیمپلکس برای مسائل برنامه ریزی
۳۵۰	پارامتریک هزینه.....
۳۵۰	۲-۷- روش سیمپلکس برای مسائل برنامه ریزی
۳۶۱	پارامتریک سمت راست.....
۳۶۷	۳-۷- خلاصه نتایج مسأله برنامه ریزی خطی پارامتریک.....

۲۱۶	۳-۱۱-۱- جواب بهینه نامتناهی.....
۲۱۹	۳-۱۱-۲- جواب بهینه چندگانه.....
۲۲۲	۳-۱۱-۳- تباهیدگی.....
۲۲۸	۳-۱۲- هم گرایی مناهی.....
۲۲۹	۳-۱۳- الگوریتم سیمپلکس در عدم تباهیدگی.....
۲۳۰	۳-۱۴- مجاورت در الگوریتم سیمپلکس.....
۲۳۲	۳-۱۵- الگوریتمی جهت به دست آوردن تمام نقاط
۲۳۲	فرین مجاور یک نقطه فرین داده شده.....
۲۳۳	حالت ۱: عدم تباهیدگی.....
۲۳۵	حالت ۲: تباهیدگی.....
۲۳۷	۳-۱۶- بحث هندسی اساسی در الگوریتم
۲۳۷	سیمپلکس.....
۲۳۸	۳-۱۷- نمایش نقاط شدنی یک ناحیه به کمک
۲۳۸	نقاط رأسی مجاور یک نقطه رأسی.....

۲۴۱	فصل چهارم: شروع حل و همگرایی.....
۲۴۱	۱-۲- مقدمه.....
۲۴۱	۱-۱-۴- متغیرهای مصنوعی.....
۲۴۲	۲-۱-۴- تفاوت متغیرهای کمکی و مصنوعی.....
۲۴۲	۲-۲- روش دوغازی.....
۲۴۴	۱-۲-۴- آنالیز روش دوغازی.....
۲۴۴	۲-۲-۴- سازمان جدول در روش دوغازی.....
۲۴۵	۳-۲- روش M - بزرگ.....
۲۴۵	۱-۲-۴- آنالیز روش M - بزرگ.....
۲۴۶	۲-۲-۴- مقایسه روش های دوغازی و M - بزرگ.....
۲۴۶	۳-۲-۴- M چقدر باید بزرگ باشد.....
۲۴۷	۴-۲- روش تک متغیر مصنوعی.....
۲۴۷	۵-۲- تباهیدگی، دوری و ایست.....
۲۴۷	۶-۲- دو قاعده ممانعت از دوری.....
۲۴۷	۷-۲-۱-۱-۵- قاعده الفبایی انتخاب متغیر خروجی.....
۲۴۷	۸-۲-۱-۵-۴- قاعده بلاند برای انتخاب متغیرهای
۲۴۸	ورودی و خروجی.....
۲۴۹	۹-۲- چند تذکر برای اجرای عملی و ایست.....
۲۴۹	۱۰-۲-۴- جمع بندی نکات مربوط به تعداد تکرارها.....
۲۷۰	تعداد عملیات و زمان اجرا.....

۲۷۱	فصل پنجم: عملکردهای ویژه سیمپلکس و شرایط
۲۷۱	بهینگی.....
۲۷۱	۱-۵- روش سیمپلکس اصلاح شده.....
۲۷۲	۱-۱-۵- روش اول: عاتریس صریح.....
۲۷۴	مقایسه روش سیمپلکس و سیمپلکس اصلاح
۲۷۴	شده.....
۲۷۵	۲-۱۰-۵- روش دوم: شکل ضربی ماتریس معکوس.....
۲۷۷	۱-۲-۱-۵- پس ضرب.....
۲۷۷	۲-۲-۱-۵- پس ضرب.....
۲۷۷	۳-۲-۱-۵- محاسبه بردار ضرایب سیمپلکس
۲۷۸	$(w = c_B B^{-1})$
۲۷۸	۴-۲-۱-۵- محاسبه سبب به هنگام Δ_k و سم
۲۷۸	رابط $\bar{b}$
۲۷۹	۵-۲-۱-۵- به هنگام کردن مانریس نایه.....

فصل هشتم: تحلیل حساسیت.....	۳۶۹
۱-۸- تغییر در بردار هزینه.....	۳۷۰
۱-۸-۱- حالت I: x_k غیر پایه است.....	۳۷۰
۱-۸-۲- حالت II: $x_k \equiv x_{B_l}$ پایه است.....	۳۷۰
۳-۸- تحلیل حساسیت ترسیمی ضرایب تابع هدف.....	۳۷۳
۳-۸- تغییر در سمت راست.....	۳۷۴
۴-۸- تحلیل حساسیت ترسیمی بردار سمت راست.....	۳۷۶
۵-۸- تغییر در ماتریس محدودیت.....	۳۷۷
۵-۸-۱- حالت I: تغییرات در بردار فعالیت ستون متغیرهای غیر پایه.....	۳۷۷
۵-۸-۲- حالت II: تغییرات بردارهای فعالیت ستون پایه.....	۳۷۸
۶-۸- افزودن یک متغیر جدید.....	۳۸۰
۷-۸- حذف یک متغیر.....	۳۸۲
۸-۸- افزودن یک محدودیت معادله جدید.....	۳۸۲
۹-۸- افزودن یک محدودیت معادله جدید.....	۳۸۶
۱۰-۸- حذف یک محدودیت.....	۳۸۷
۱۱-۸- کامپیوتر و تحلیل حساسیت.....	۳۹۷
۱۲-۸- قانون ۱۰۰٪ در تحلیل حساسیت.....	۴۰۴
۱۳-۸- یافتن جواب شدنی آخرین دوگان: روش محدودیت مصنوعی.....	۴۰۵
فصل نهم: کاربردهای برنامه‌ریزی خطی مسائل	
حمل و نقل و تخصیص.....	۴۰۹
۱-۹- مسأله حمل و نقل.....	۴۰۹
۱-۹-۱- فرموله کردن مسأله.....	۴۱۰
۱-۹-۲- جدول حمل و نقل.....	۴۱۲
۱-۹-۳- شدنی بودن مسأله حمل و نقل.....	۴۱۳
۱-۹-۴- کراندار بودن مسأله حمل و نقل.....	۴۱۴
۱-۹-۵- محدودیت زائد.....	۴۱۵
۱-۹-۶- ماتریس مثلثی.....	۴۱۶
۱-۹-۷- مثلثی بودن پایه‌ها در یک مسأله حمل و نقل.....	۴۱۶
۱-۹-۸- خواص ماتریس ضرایب مسأله حمل و نقل.....	۴۱۷
۱-۹-۹- صحیح بودن جواب‌های پایه‌ای مسأله حمل و نقل استاندارد متوازن.....	۴۱۹
۱-۹-۱۰- استقلال خطی زیرمجموعه‌ای از خانه‌های جدول حمل و نقل.....	۴۱۹
۱-۹-۱۱- آیا مجموعه‌ای از خانه‌ها، مجموعه‌ای پایه هستند؟.....	۴۲۰
۱-۹-۱۲- چگونه جواب پایه‌ای مربوط به یک مجموعه پایه را مشخص کنیم؟.....	۴۲۰
۱-۹-۱۳- حلقه θ	۴۲۱
۱-۹-۱۴- آزمون برای استقلال خطی.....	۴۲۲
۱-۹-۱۵- چگونه حلقه مربوط به خانه غیر پایه $\{(p, q)\}$ را پیدا کنیم؟.....	۴۲۳
۱-۹-۱۶- خواص ستون‌های متناظر متغیرهای غیر اساسی در جدول سیمپلکس.....	۴۲۴

۱-۹-۱۷- مشخص نمودن پایه در جدول حمل و نقل.....	۴۲۵
۱-۹-۱۸- درخت فراگیر ریشه‌دار.....	۴۲۵
۱-۹-۱۹- نمایش پایه در گراف حمل و نقل.....	۴۲۶
۱-۹-۲۰- نمایش بردارهای غیر اساسی بر حسب بردارهای اساسی.....	۴۲۷
۱-۹-۲۱- نقش متغیر تصنعی در مسأله‌ی حمل و نقل.....	۴۲۹
۲-۹- حل مسأله حمل و نقل.....	۴۲۹
۲-۹-۱۰- بدست آوردن یک جواب پایه‌ای قابل قبول.....	۴۲۹
الف) روش گوشه شمال غربی.....	۴۳۰
ب) روش می‌نیمم سطری.....	۴۳۱
ج) روش می‌نیمم ستونی.....	۴۳۱
د) روش می‌نیمم ماتریسی.....	۴۳۲
هـ) روش تقریب وگل.....	۴۳۲
و) روش راسل.....	۴۳۴
۲-۹-۲- محاسبه $C_{ij} - Z_{ij}$ برای هر یک از متغیرهای غیر اساسی.....	۴۳۵
الف) روش بله سنگی (روش حلقه، چرخشی یا مستقیم).....	۴۳۵
ب) روش توزیع اصلاح شده یا تعدیل شده یا روش مضارب (روش متغیرهای دوگان).....	۴۳۶
۲-۹-۳- مشخص کردن بردار خارج شونده.....	۴۳۷
۲-۹-۴- بدست آوردن جواب اساسی شدنی جدید.....	۴۳۸
۲-۹-۳- شرط لازم برای تباهیدگی در مسأله حمل و نقل.....	۴۴۳
۲-۹-۱- پاشنه گردی تباهیده و غیر تباهیده.....	۴۴۴
۲-۹-۲- جواب بهینه چندگانه در مسأله حمل و نقل.....	۴۴۴
۲-۹-۳- جدول سیمپلکس مربوط به یک جدول حمل و نقل.....	۴۴۶
۲-۹-۴- تحلیل حساسیت در مسأله حمل و نقل.....	۴۴۷
۲-۹-۵- تغییر در مقادیر عرضه و تقاضا.....	۴۴۷
۲-۹-۶- تغییر در مقادیر ضرایب تابع هدف.....	۴۴۷
۲-۹-۷- تبدیل مسأله حمل و نقل با محدودیت‌های نامساوی به حالت استاندارد.....	۴۵۰
۲-۹-۱- مدل حمل و نقل با محدودیت‌های تقاضای معادله.....	۴۵۰
۲-۹-۲- مسأله حمل و نقل نامتوازن.....	۴۵۱
۲-۹-۸- مسأله تخصیص یا واگذاری.....	۴۵۴
۲-۹-۸-۱- معادل بودن مسأله حمل و نقل و مسأله تخصیص.....	۴۵۵
۲-۹-۸-۲- حل مسأله تخصیص.....	۴۵۶
۲-۹-۸-۱- دوگان مسأله.....	۴۵۶
۲-۹-۸-۲- ماتریس تقلیل یافته.....	۴۵۷
۲-۹-۸-۳- بهبود ماتریس تقلیل یافته.....	۴۵۸
۲-۹-۸-۴- خلاصه الگوریتم مجارستانی.....	۴۵۹
۲-۹-۹- مقایسه مسائل حمل و نقل و تخصیص.....	۴۶۰
مراجع.....	۴۶۲