

به نام خالق توانا

# آنالیز عددی

مؤلفان:

جلال‌الدین ایزدیان

استادیار گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

محمد‌هادی فراهی

استاد گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

زهرا آزموده

مربی گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

سرناسه: ایزدیان، جلال‌الدین، ۱۳۳۲ -

عنوان و نام پدیدآور: آنالیز عددی / مؤلف: جلال‌الدین ایزدیان، محمدهادی فراهی، زهرا ازموده.

مشخصات نشر: مشهد: سخن گستر، ۱۳۹۲.

مشخصات ظاهری: ۵۳۲ ص.

شابک: 978-600-247-192-5

وضعیت فهرست‌نویسی: فیا

موضوع: آنالیز عددی

شناسه افزوده: فراهی، محمدهادی، ۱۳۳۲ -

شناسه افزوده: ازموده، زهرا، ۱۳۴۹ -

رده بندی کنگره: QA ۲۹۷ / ۸ الف ۹ / ۱۳۹۲

رده بندی دیویی: ۵۱۹/۴

شماره کتابشناسی ملی: ۳۰۶۷۷۸۲



۱۹۷

◆ ناشر: انتشارات سخن گستر و معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه آزاد اسلامی - واحد مشهد

◆ نام کتاب: آنالیز عددی

◆ مؤلفان: جلال‌الدین ایزدیان، محمدهادی فراهی، زهرا ازموده

◆ شمارگان: ۵۰۰ جلد

◆ نوبت چاپ: اول / بهار ۱۳۹۳

◆ قیمت: ۱۵۰۰۰ تومان

◆ چاپ: چاپخانه میثاق

◆ شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۲۴۷-۱۹۲-۵

مرکز بخش: مشهد - خیابان راهنمایی - جنب دانشکده علوم

نمایشگاه و فروشگاه کتاب دانشگاه آزاد اسلامی مشهد تلفن: ۸۴۳۲۶۸۷

## بسمه تعالی

### پیشگفتار

کتاب حاضر حاصل تجربه چندین ساله مؤلفین در تدریس و کاربرد مفاهیم آنالیز عددی برای دانشجویان مختلف در رشته های کارشناسی ریاضی، ریاضی کاربردی، علوم کامپیوتر و مهندسی می باشد. دانشمندان و اطباء این کتاب، در دانشکده های علوم و یا مهندسی باید دروس حساب دیفرانسیل و انتگرال (در سیات عمومی) را قبلاً گذرانده باشند. با این حال به منظور یادآوری مطالب مورد نیاز، خلاصه ای از جبر خطی، معادلات دیفرانسیل در ابتدای فصول مربوط آورده شده است.

کتاب حاضر برای یک نیم سال تحصیلی ۱۶ هفته ای و برای ۴ واحد درسی بسیار مناسب است و سر فصل درس آنالیز عددی ۱ و مباحث آنالیز عددی را کاملاً پوشش می دهد، اگر چه برای دانشجویان رشته های مهندسی، سر فصل مباحث محاسبات عددی و روشهای محاسبات عددی و بخشی از محاسبات عددی پیشرفته (دوره کارشناسی) نیز شامل دارد.

مؤلفین، کتاب حاضر را میتوانستند کتاب مرجع برای محققین که به موضوعات کتاب مراجعه می کنند، نیز سودمند می دانند.

موضوعهای اصلی کتاب عبارتند از: خطای، نمایش اعداد، ریشه یابی معادلات، درونیابی و برونیابی، حل دستگاههای معادلات خطی و غیر خطی، محاسبه مشتقات عددی، انتگرالگیری عددی، حل معادلات دیفرانسیل معمولی، و حل دستگاههای معادلات دیفرانسیل خطی.

به عنوان یک اصل کلی، کلیه مفاهیم و موضوعات مطرح شده در کتاب، با یک و یا چند مثال عددی توضیح داده شده اند و در پایان هر فصل نیز، مجموعه ای از تمرینات مناسب آورده شده است.

برای کاربرد روشهای ارائه شده در هر بخش، الگوریتم روش نیز ارائه شده است. الگوریتم ها به نحوی بیان شده اند که دانشجویان آشنا با برنامه ریزی رایانه ای به راحتی قادر باشند برنامه های مناسبی تدوین کنند. در عین حال، با هر الگوریتم یک برنامه (به کمک نرم افزار متلب<sup>۱</sup>) نیز ارائه شده و مثالی نیز با برنامه مورد نظر حل شده و جوابهای عددی ارائه شده اند. این موضوع کتاب را برای دانشمندان و محققین که علاقمند به کار با رایانه برای حل مسائل کاربردی هستند، قابل کاربرد می کند. در عین حال، کتاب حاضر تا کسانی که تمایل چندانی به استفاده از رایانه ندارند، و ترجیح می دهند محاسبات را با ماشین حساب دستی

انجام دهند، بتوانند تمامی محاسبات ضروری برای حل مثال‌ها و تمرینات با ماشین حساب دستی نیز انجام دهند.

در تدوین کتاب، بعضی از عزیزان نیز مشارکت داشته‌اند که صمیمانه از آنها تشکر و سپاسگزاری می‌کنیم. به ویژه از خانم محبوبه رجیبی صنعتی که حروفچینی و صفحه‌آرایی کتاب و نیز از خانم اعظم رنجبر که ترسیم شکلها را به عهده داشته‌اند و این کار پر زحمت را در حد قابل قبول انجام داده‌اند، قدردانی می‌شود. هم‌چنین از خانم مریم جلیلی که الگوریتم‌های عددی را با نرم افزار متلب برنامه‌سازی و آماده نموده‌اند نیز تشکر می‌شود.

در پایان کتاب مراجعی که بعضاً مورد استفاده قرار گرفته‌اند و یا جهت تکمیل اطلاعات مفید بنظر می‌رسند، آورده شده‌اند.

دکتر جلال الدین ایزدیان

دکتر محمد هادی فراهی

زهرآ آزموده

عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

## فهرست مطالب

|     |                                                       |
|-----|-------------------------------------------------------|
| ۱   | فصل اول : معرفی مفاهیم اساسی                          |
| ۳   | ۱-۱ تقریب و خطا                                       |
| ۷   | ۱-۲ منابع خطا                                         |
| ۹   | ۱-۳ ارزیابی و پراکنش خطا در محاسبات                   |
| ۱۴  | ۱-۴ نمایش اعداد در دستگاه اعشاری                      |
| ۱۷  | ۱-۵ تقریب اعداد تقریبی با قطع و گرد کردن نمایش اعشاری |
| ۲۰  | ۱-۶ نمایش اعداد در دستگاه دودویی                      |
| ۲۰  | ۱-۷ تبدیل نمایش اعداد دودویی به یکدیگر                |
| ۲۴  | ۱-۸ نمایش اعداد با اعداد اعشاری                       |
| ۲۸  | ۱-۹ تمرین                                             |
| ۳۳  | فصل دوم : حل عددی معادلات غیر خطی و دو مجهولی         |
| ۳۴  | ۲-۱ تفسیر هندسی حل معادلات                            |
| ۴۱  | ۲-۲ تنصیف فاصله                                       |
| ۴۹  | ۲-۳ روش نابجایی                                       |
| ۵۷  | ۲-۴ روش نابجایی تصحیح شده                             |
| ۶۶  | ۲-۵ روشهای تکراری                                     |
| ۷۰  | ۲-۶ تفسیر هندسی روش تکراری                            |
| ۷۲  | ۲-۷ روشهای نقطه‌ای ثابت                               |
| ۷۸  | ۲-۸ روش نیوتن - رافسون                                |
| ۸۵  | ۲-۹ مرتبه‌ای روشهای تکراری                            |
| ۹۱  | ۲-۱۰ حل دستگاه معادلات دو مجهولی                      |
| ۹۴  | ۲-۱۱ روش نیوتن                                        |
| ۱۰۱ | ۲-۱۲ حل عددی چند جمله‌ای به روش بیراستو               |
| ۱۲۰ | روش $\Delta^2$ - ایتکن                                |
| ۱۲۸ | ۲-۱۴ تمرین                                            |

|     |                                                                   |
|-----|-------------------------------------------------------------------|
| ۱۳۳ | فصل سوم : درونیابی و تقریب توابع                                  |
| ۱۳۵ | ۱-۳ درونیابی و برونیابی                                           |
| ۱۳۶ | ۲-۳ درونیابی خطی                                                  |
| ۱۳۹ | ۳-۳ درونیابی غیر خطی                                              |
| ۱۴۰ | ۴-۳ درونیابی چند جمله ای                                          |
| ۱۴۵ | ۵-۳ درونیابی به کمک تفاضلات متناهی                                |
| ۱۵۳ | ۶-۳ خواص تفاضلات متناهی                                           |
| ۱۵۵ | ۷-۳ درونیابی گسستگی - نیوتن با تفاضلات پیشرو                      |
| ۱۶۴ | ۸-۳ درونیابی تریگون - نیوتن با تفاضلات پسرو                       |
| ۱۶۷ | ۹-۳ درونیابی گسستگی - نیوتن با تفاضلات پیشرو                      |
| ۱۷۱ | ۱۰-۳ درونیابی توابع متغیره                                        |
| ۱۸۸ | ۱۱-۳ خطای درونیابی با استفاده از توابع یک متغیره                  |
| ۱۹۲ | ۱۲-۳ درونیابی اسپلاین                                             |
| ۲۰۵ | ۱۳-۳ برازش توابع                                                  |
| ۲۱۵ | ۱۴-۳ درونیابی ایتکن - نویل                                        |
| ۲۲۲ | ۱۵-۳ درونیابی معکوس و کاربرد آن برای مسئله ی ریشه ی حقیقی معادلات |
| ۲۲۴ | ۱۶-۳ درونیابی با تفاضلات تقسیم شده                                |
| ۲۳۲ | ۱۷-۳ خطای درونیابی با تفاضلات تقسیم شده                           |
| ۲۳۳ | ۱۸-۳ درونیابی هرمیتی                                              |
| ۲۴۱ | ۱۹-۳ تمرین                                                        |

|     |                                           |
|-----|-------------------------------------------|
| ۲۵۱ | فصل چهارم : مشتق گیری و انتگرال گیری عددی |
| ۲۵۳ | ۱-۴ مشتق گیری عددی                        |
| ۲۵۳ | ۲-۴ مشتق گیری عددی داده ها                |
| ۲۵۹ | ۳-۴ مشتق گیری عددی توابع                  |
| ۲۶۶ | ۴-۴ مشتق گیری عددی در توابع $n$ - متغیره  |
| ۲۷۲ | ۵-۴ مشتق گیری جزئی عددی توابع             |
| ۲۷۴ | ۶-۴ انتگرال گیری عددی                     |
| ۲۷۵ | ۷-۴ انتگرال گیری عددی داده ها             |

|     |                                                  |
|-----|--------------------------------------------------|
| ۲۸۰ | ۸-۴ انتگرال گیری عددی دوگانه داده ها             |
| ۲۸۴ | ۹-۴ انتگرال گیری عددی توابع                      |
| ۲۸۵ | ۱۰-۴ قاعده‌ی مستطیلی                             |
| ۲۹۰ | ۱۱-۴ قاعده‌ی ذوزنقه‌ای                           |
| ۳۰۱ | ۱۲-۴ قاعده‌ی سیمپسون                             |
| ۳۱۱ | ۱۳-۴ قواعد نیوتن - کاتز                          |
| ۳۱۹ | ۱۴-۴ انتگرال گیری عددی دوگانه توابع              |
| ۳۲۹ | ۱۵-۴ برابری ریچاردسون                            |
| ۳۳۱ | ۱۶-۴ کاربرد پرونده ریچاردسون برای مشتق گیری عددی |
| ۳۳۴ | ۱۷-۴ قواعد انتگرال گیری رامبرگ                   |
| ۳۴۴ | ۱۸-۴ انتگرال گیری روش گوس (گوس - لژاندر)         |
| ۳۵۲ | ۱۹-۴ تمرین                                       |

|     |                                                              |
|-----|--------------------------------------------------------------|
| ۳۶۳ | فصل پنجم : حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه   |
| ۳۶۳ | ۱-۵ مقدمه                                                    |
| ۳۶۶ | ۲-۵ حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم با شرایط اولیه       |
| ۳۶۷ | ۳-۵ روش بسط تیلور                                            |
| ۳۷۶ | ۴-۵ روش اولر                                                 |
| ۳۷۹ | ۵-۵ روش های رانگ - کوتا                                      |
| ۳۸۰ | ۶-۵ روش های رانگ - کوتای مرتبه ی دوم                         |
| ۳۸۷ | ۷-۵ روش های رانگ - کوتای مرتبه ی چهارم                       |
| ۳۹۱ | ۸-۵ حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه ی دوم با شرایط اولیه     |
| ۳۹۵ | ۹-۵ روش بسط تیلور مرتبه ی دوم                                |
| ۴۰۱ | ۱۰-۵ روش رانگ - کوتا - نیستروم                               |
| ۴۰۵ | ۱۱-۵ حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه ی اول                   |
| ۴۰۹ | ۱۲-۵ روش اولر برای حل عددی معادلات دیفرانسیل                 |
| ۴۱۱ | ۱۳-۵ روش بسط تیلور مرتبه ی دوم برای دستگاه معادلات دیفرانسیل |
| ۴۱۳ | ۱۴-۵ روش های رانگ - کوتا برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل    |
| ۴۱۸ | ۱۵-۵ حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه ی $m$            |

- ۴۲۰ ۱۶-۵ روش بسط تیلور برای معادلات مرتبه  $m$
- ۴۲۴ ۱۷-۵ روش متکی بر تبدیل معادله دستگاه معادلات مرتبه  $n$  اول
- ۴۲۹ ۱۸-۵ روش های چند گام حل عددی معادلات دیفرانسیل با شرایط اولیه
- ۴۳۲ ۱۹-۵ روش های آدامز - بشفورت
- ۴۳۸ ۲۰-۵ روش های آدامز - مولتون
- ۴۴۵ ۲۱-۵ روش نیستروم
- ۴۴۶ ۲۲-۵ روش میل
- ۴۴۷ ۲۳-۵ خطای روش های چند گام
- ۴۴۸ ۲۴-۵ تمرین

- ۴۵۵ فصل ششم: دستگاههای معادلات خطی
- ۴۵۵ ۱-۶ یادآوری مفاهیم اساسی
- ۴۷۰ ۲-۶ معرفی دستگاههای معادلات خطی
- ۴۷۳ ۳-۶ یادآوری روشهای جبر خطی برای ماتریسی
- ۴۷۵ ۴-۶ حل دستگاه معادلات مثلثی بالایی، پایینی، قطری
- ۴۷۸ ۵-۶ حل دستگاه معادلات خطی
- ۴۷۹ ۶-۶ روش حذف گوس
- ۴۸۵ ۷-۶ استراتژی مداربایی جزئی و کلی
- ۴۸۶ ۸-۶ تفسیر ماتریسی تبدیل معادله  $y$  ماتریسی به معادله  $y$  مثلثی
- ۴۹۰ ۹-۶ روش گوس - ژوردن
- ۴۹۷ ۱۰-۶ روش تجزیه  $LU$
- ۵۰۷ ۱۱-۶ روش های غیر مستقیم (تکراری)
- ۵۱۲ ۱۲-۶ روش ژاکوبی
- ۵۱۸ ۱۳-۶ روش گوس - سایدل
- ۵۲۴ ۱۴-۶ روش گوس - سایدل پارامتری (روش های واهلشی  $SOR$ )
- ۵۳۱ ۱۵-۶ تمرین