

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

راهنمای تشریحی حل مسائل حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی

(ویرایش دوازدهم)

جلد دوم

Based on the original work by
George B. Thomas, Jr.
Massachusetts Institute of Technology

Maurice D. Weir
Naval Postgraduate School

Joel Hass
University of California, Davis

با اهتمام
فرزین حاجی جمشیدی،
مهرداد آزادی

سرناسه	حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۳۳۲-
عنوان و نام پدیدآور	راهنمای تشریحی حل مسائل حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی (ویرایش دوازدهم) جلد دوم/ جورج ب. توماس، موریس دی. ویر، جونل هاس، باهتنام فرزین حاجی جمشیدی، مهرداد آزادی.
مشخصات نشر	تهران: صفار، اشراقی، ۱۳-
مشخصات ظاهری	۳ ج: مصور، جدول، نمودار؛ ۲۲ × ۲۹ سم.
شابک	دوره: 9-978-964-388-337-9؛ ج. ۱: 8-978-964-388-334-8؛ ج. ۱: 5-978-964-388-335-5؛ ج. ۲: 2-978-964-388-336-2
وضعیت فهرست نویسی	فیپا
یادداشت	کتاب حاضر راهنمای حل مسائل ویرایش دوازدهم کتاب «حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی» نوشته «جورج ب. توماس» راس ال. فینی و موریس د. ویر است.
یادداشت	ج. ۱، ق. ۲ (چاپ اول: ۱۳۸۹) (فیپا).
یادداشت	ج. ۲، (چاپ اول: ۱۳۸۹) (فیپا).
عنوان دیگر	حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی.
موضوع	حساب دیفرانسیل
موضوع	حساب دیفرانسیل--مسائل، تمرین ها و غیره
موضوع	حساب انتگرال
موضوع	حساب انتگرال--مسائل، تمرین ها و غیره
موضوع	هندسه تحلیلی
موضوع	هندسه تحلیلی--مسائل، تمرین ها و غیره
شناسه افزوده	آزادی، مهرداد
شناسه افزوده	توماس، جورج برنتن، ۱۹۱۴-۲۰۰۶م حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی
شناسه افزوده	هاس، جونل، حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی
شناسه افزوده	ویر، موریس دی، ۱۹۳۹-م. حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی
رده بندی کنگره	الف ی ۳۰۰ ۱۳۰۲۳۲ ۳/۵۴۳۰۳ QAT
رده بندی دیویی	۵۱۵/۱۵
شماره کتابشناسی ملی	۲۲۵۵۴۸۴

فهرست نویسی پیش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب	راهنمای تشریحی حل مسائل حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی ویرایش دوازدهم (جلد دوم)
مؤلفین	جورج ب. توماس- موریس دی. ویر- جونل هاس
به اهتمام	فرزین حاجی جمشیدی- مهرداد آزادی
طرح جلد	فرهاد کمالی
حروفچینی	معرفت
لیتوگرافی	گنج شایگان (۵) ۵۵۴۰۲۱۸۴
چاپ متن	گنج شایگان (۵) ۵۵۴۰۳۴۷۸
نوبت چاپ	اول- پاییز ۱۳۹۰
شمارگان	۱۱۰۰ نسخه
قیمت	۷۵۰۰۰ ریال
ناشر	انتشارات صفار- اشراقی
مرکز پخش	خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه همکف
	انتشارات اشراقی (۵) ۶۶۴۰۸۴۸۷ تلفن گویا: ۶۶۹۷۰۹۹۲
	خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه زیرین
	پخش کتاب بینش (۵) ۶۶۴۹۶۲۹۹
	کتابفروشی مرادیان (۵) ۶۶۴۱۵۳۱۰
	کتابفروشی صفا (۵) ۶۶۹۷۸۸۴۶

www.saffarpublishing.com

ISBN 978-964-388-336-2

شابک: ۲-۳۳۶-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸

www.Eshraghi.ir

ISBN 978-964-388-337-9

شابک دوره: ۹-۳۳۷-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر، یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

«به نام خدا»

کتاب حاضر سومین کتاب از مجموعه سه جلدی به نام «راهنمای تشریحی حل مسائل دیفرانسیل و انتگرال توماس» ویرایش دوازدهم است که با مشارکت تعدادی از دانشجویان ممتاز گروه ریاضی توسط انتشارات اشراقی به چاپ رسیده است.

در این سری کتاب‌ها حل کامل تمرینات کلیه بخش‌هایی که در سر فصل دروس ریاضی عمومی رشته‌های مختلف علوم، فنی مهندسی و علوم انسانی توسط استاد انقلاب فرهنگی در نظر گرفته شده است ارائه گردیده و سعی شده که حتی المقدور از ارائه روش‌هایی که خارج از مطالب کتاب است اجتناب گردد.

«کتاب اول- قسمت اول» به حل تمرینات فصول ۱ تا ۵، «کتاب اول- قسمت دوم» به حل تمرینات فصول ۶ تا ۱۱ و «کتاب دوم» به حل تمرینات فصول ۱۲ تا ۱۶ اختصاص یافته است که مطابق مجموعه سه جلدی کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس ویرایش دوازدهم است که قبلاً توسط همین انتشارات به چاپ رسیده است.

در انتها لازم می‌دانیم از مدیریت محترم انتشارات اشراقی و همکاری صمیمانه خانم‌ها آزاده شیرافکن، نیلوفر ایلخانی و شیرین سردار شکر و قدردانی نمائیم.

فرزین حاجی جمشیدی
مهرداد آزادی

حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست؟

حساب دیفرانسیل و انتگرال ریاضیات حرکت و تغییر است. هر جا حرکت و رشدی هست، هر جا نیروئی در کار تولید شتاب است، حساب دیفرانسیل و انتگرال دقیقاً ریاضیاتی است که به کار می‌آید. این از ابتدای آفرینش این مبحث درست بوده و امروزه نیز چنین است.

حساب دیفرانسیل و انتگرال در ابتدا در جهت پاسخگویی به نیازهای دانشمندان قرون شانزده و هفده ایجاد شد، نیازهایی که عمدتاً طبیعتی مکانیکی داشتند. حساب دیفرانسیل با مسئله محاسبه آهنگ تغییر سر و کار داشت و بشر را قادر ساخت تا شیب خم‌ها را تعریف کرده، سرعت و شتاب اجسام در حال حرکت را محاسبه نموده، زاویه پرتاب گلوله‌های توپ را برای حصول بیشترین برد بدست آورده و زمان‌هایی را که سیاره‌ها در نزدیک‌ترین یا دورترین فاصله از یکدیگر قرار می‌گیرند پیش‌بینی کند. حساب انتگرال با مسئله تعیین تابع از روی اطلاعات مربوط به آهنگ تغییر آن سر و کار داشت و بشر را قادر ساخت مکان آتی یک جسم را از روی موقعیت کنونی آن و اطلاعاتی در مورد نیروهای عمل‌کننده بر آن را محاسبه کرده، مساحت نواحی پیچیده را در صفحه بدست آورده، طول خم‌ها را اندازه‌گیری کرده و حجم و جرم اجسام را تعیین کند.

امروزه، حساب دیفرانسیل و انتگرال و گسترش آن در آنالیز ریاضی قلمرو واقعاً وسیعی را دربرگرفته، و فیزیک‌دانان و ستاره‌شناسانی که در ابتدا این مبحث را آفریده‌اند، مطمئناً وقتی بینند چه مسائل پیچیده و متنوعی توسط آن حل شده و در چه میدان وسیعی از مدل‌های ریاضی که به تشریح عالم و جهان اطراف ما می‌پردازند کاربرد دارد، شگفت‌زده و شادمان خواهند شد. همان‌طور که امروزه شما نیز در این شادمانی سهیم گردید. هدف این کتاب ارائه دیدگاهی مدون و امروزی از حساب دیفرانسیل و انتگرال و کاربردهای آن در تکنولوژی است.

یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال مانند یادگیری حساب، جبر، و هندسه نیست. در این درس، شما به صورت مقدماتی می‌آموزید که چگونه اعداد را محاسبه کرده، عبارات جبری را ساده کرده و متغیرها را محاسبه کنید و یا چگونه در مورد نقاط، خطوط و شکل‌ها در صفحه استدلال کنید. حساب دیفرانسیل و انتگرال نیز شامل آن تکنیک‌ها و مهارت‌ها است، اما با دقتی بیشتر و در سطحی عمیق‌تر به بسط مفاهیم دیگری نیز می‌پردازد. این حساب به معرفی بسیاری مفاهیم و عملگرهای محاسباتی جدید می‌پردازد، در حقیقت، شما دیگر قادر نخواهید بود همه مطالب مورد نیاز خود را در کلاس فراگیرید. می‌بایست مقدار متناهی از آنها را با مطالعه انفرادی یا کار با سایر دانشجویان بدست آورید.

چگونه باید حساب دیفرانسیل و انتگرال را آموخت؟

۱. کتاب را بخوانید. شما قادر نخواهید بود تمام معانی و ارتباط‌های مورد نیاز خود را فقط با تلاش برای حل تمرینات بدست آورید. شما باید مبحث مربوطه را در کتاب مطالعه کرده و مثالها را قدم به قدم بررسی کنید. در اینجا سریع خواندن بی‌فایده است. باید به روشی منطقی گام به گام مباحث را خوانده و بررسی کرد. این روش خواندن، که برای درک هر مطلب فنی و عمیقی لازم است، توجه، صبر و ممارست شما را طلب می‌کند.
 ۲. تکالیف را انجام داده و اصول زیر را به ذهن بسپارید.
(الف) نمودارها را در حد امکان رسم کنید.
(ب) جواب خود را در به روشی منطقی و گام به گام بنویسید، مانند این که دارید برای شخص دیگری توضیح می‌دهید.
(پ) از خود سؤال کنید که علت وجود این تمرین در این جا چیست؟ چرا طرح شده است؟ ارتباط آن با سایر تمرینات طرح شده کدام است؟
 ۳. از ماشین حساب و کامپیوتر خود تا حد امکان استفاده کنید. تا می‌توانید هر تمرین را با استفاده از رسام CAS (سیستم کامپیوتری جبری) کامل کنید حتی اگر تمرین برای این مورد طرح نشده باشد. نمودارها (اطلاعات و جانشین‌های هندسی برای مفاهیم و روابط مهم تولید می‌کنند. اعداد می‌توانند طرح‌های مهمی را روشن سازند. یک CAS، آزادی لازم برای کاوش در مسائل و مثال‌های واقعی که محاسبات آنها بسیار پیچیده بوده و یا انجام آن توسط دست طولانی است، برای شما فراهم می‌کند.
 ۴. هرگاه یک بخش از کتاب را کامل کردید، سعی کنید خودتان نکات کلیدی بخش را به صورت کوتاه تشریح کنید. اگر موفق شدید، احتمالاً مطلب را درک کرده‌اید، در غیر این صورت، بررسی کنید که اشکال کار در کجاست.
- بخطرات بسیاری که یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال یک فرآیند طولانی است، و به سرعت بدست نمی‌آید. صبور باشید، پشتکار داشته باشید، سؤال کنید، در مورد ایده‌ها و درس با هم‌کلاسی‌های خود بحث کنید، و هرگاه لازم شد فوراً کمک بگیرید. پاداش یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال، کامیابی تحصیلی و موفقیت شغلی است.

۳	مقدمه.....
۴	خطاب به دانشجویان.....

بردارها و هندسه فضایی

۱۲

۱۰	تمرین های ۱۲-۱.....
۱۲	تمرین های ۱۲-۲.....
۱۵	تمرین های ۱۲-۳.....
۲۱	تمرین های ۱۲-۴.....
۲۶	تمرین های ۱۲-۵.....
۳۲	تمرین های ۱۲-۶.....
۴۳	تمرین های عملی.....
۴۹	تمرین های اضافی و پیشرفته.....

توابع برداری و حرکت در فضا

۱۳

۵۶	تمرین های ۱۳-۱.....
۶۰	تمرین های ۱۳-۳.....
۶۲	تمرین های ۱۳-۴.....
۶۵	تمرین های ۱۳-۵.....
۶۶	تمرین های عملی.....
۶۹	تمرین های اضافی و پیشرفته.....

مشتقات جزیی

۱۴

۷۲	تمرین های ۱۴-۱.....
۷۴	تمرین های ۱۴-۲.....
۷۸	تمرین های ۱۴-۳.....
۸۲	تمرین های ۱۴-۴.....
۸۷	تمرین های ۱۴-۵.....
۹۰	تمرین های ۱۴-۶.....
۹۶	تمرین های ۱۴-۷.....
۱۰۳	تمرین های ۱۴-۸.....
۱۰۸	تمرین های ۱۴-۹.....
۱۱۰	تمرین های ۱۴-۱۰.....
۱۱۴	تمرین های عملی.....
۱۲۳	تمرین های اضافی و پیشرفته.....

انتگرال های چندگانه

۱۵

۱۲۸	تمرین های ۱۵-۱.....
۱۳۵	تمرین های ۱۵-۲.....

انتگرال گیری در میدان‌های برداری

۱۴۴	تمرین‌های ۱۵-۳
۱۴۹	تمرین‌های ۱۵-۴
۱۵۳	تمرین‌های ۱۵-۵
۱۵۸	تمرین‌های ۱۵-۶
۱۶۴	تمرین‌های ۱۵-۷
۱۶۶	تمرین‌های عملی
۱۷۱	تمرین‌های اضافی و پیشرفته

۱۷۶	تمرین‌های ۱۶-۱
۱۷۸	تمرین‌های ۱۶-۲
۱۸۱	تمرین‌های ۱۶-۳
۱۸۴	تمرین‌های ۱۶-۴
۱۸۸	تمرین‌های ۱۶-۵
۱۹۳	تمرین‌های ۱۶-۶
۱۹۹	تمرین‌های ۱۶-۷
۲۰۲	تمرین‌های ۱۶-۸
۲۰۵	تمرین‌های عملی
۲۱۰	تمرین‌های اضافی و پیشرفته