

آمار و احتمالات مهندسی

نویسنده

مهدیه وجدانی محمودی



انتشارات آریان قلم

سرشناسه : وجدانی محمودی، مهدیه، ۱۳۵۹-

عنوان و نام پدیدآور : آمار و احتمالات مهندسی/ مهدیه وجدانی محمودی

مشخصات نشر : تهران : آریان قلم، ۱۳۹۳.

مشخصات ظاهری : ۲۹۵ ص.

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۳۴۶-۶۹-۳

وضعیت فهرست نویسی : فیبا موضوع: آمار ریاضی-- راهنمای آموزشی (عالی)

موضوع: احتمالات- راهنمای آموزشی-- مسائل-- تمرین ها (عالی)

رده بندی کنگره : ۲۷۱۸ ۱۳۹۳ و ۲۷۶/۱۸ QA

رده بندی دیویی : ۵۱۹/۵۰۷۶ شماره کتابشناسی ملی : ۳۵۲۹۰۶۶



آمار و احتمالات مهندسی

ناشر : آریان قلم

مؤلف: مهدیه وجدانی محمودی

عناظر کیفی : نخستین پایگاه مشاوره پژوهشی دانشگاهی (نیکان)

ناظر فنی : محمد سعید زینلیان

چاپ متن : چاپ مهارت

صحافی : رثوف

نوبت چاپ : اول

تاریخ انتشار : ۱۳۹۳

تیراژ : ۱۰۰۰

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۳۴۶-۶۹-۳

قیمت : ۱۸۰۰۰۰ ریال

پیشگفتار

سپاس خدای را که ساغر آدمی را به معرفت خود، شرافت بخشید، و بوستان فکر طالبان علم را به جاری زلال تقوی و شمیم دلکش بشری معطر ساخت. خداوند ابرای حمد و ثنای تو چیزی جز این نداریم، که به زانو در آمده پیشانی بر خاک تیره بساییم و به ناتوانی خویش از سپاسگذاری نعمت‌های بیکرانت اعتراف کنیم ...

در دوره کاردانی و کارشناسی دانشگاه‌ها و مراکز آموزش عالی کشور برای رشته‌های مختلف مهندسی، و دیگر رشته‌ها درسی با عنوان آمار احتمالات و آمار احتمالات مهندسی ارائه شده، که حدود هفتاد درصد مطالب مشترک می‌باشند ولی با توجه به نیاز رشته‌ها و سطح دانشگاه‌های مختلف مطالب هر فصل را باید عمیق‌تر یا سطحی‌تر مورد بررسی قرار داد. بهتر آن است که برای هر رشته و دانشگاه کتاب خاصی تدوین شود، ولی این کار با توجه به تعداد زیاد رشته‌ها و دانشگاه‌ها دشوار و پرهزینه می‌باشد. با این شرایط اینجانب سعی کرده کتابی تدوین کند که قابل استفاده دانشجویان بسیاری از دانشگاه‌ها اعم از دولتی و آزاد و غیرانتفاعی ... باشد. کتاب موجود حاصل تجربیات چند ساله تدریس در دانشگاه‌های مختلف از جمله دانشگاه دولتی، آزاد، پیام نور و غیرانتفاعی بوده است. در این کتاب سعی شده که ورزش و مرور ذهنی ضمن مطالعه مباحث توسط تمرین‌ها انجام شود. با توجه به اینکه درک عمیق مطالب ریاضی و آمار و تسلط بر آن با حل مسئله و تمرین زیاد امکان‌پذیر می‌باشد، برای هر بخش تمرین‌هایی انتخاب شده است، که در تنظیم تمرین‌ها سعی شده هماهنگی فراوانی بین متن و تمرین‌ها وجود داشته باشد. ضمن اینکه مشابه اکثر تمرین‌ها در قالب مثال در متن حل شده است. این باعث بی‌نیازی دانشجویان از کتاب راهنمای حل مسئله می‌باشد. چرا که خواندن راه حل دیگران مثل رفتن به جایی برای اولین بار در شهری بزرگ است که هر چند بار با وسیله نقلیه دیگران و هدایت آنها به آن محل بروید، باز نشانی را به خوبی یاد نخواهید گرفت. راه خود را بروید و احیاناً یکی دو بار گم شوید، اما مطمئن شوید که راهی را که یاد می‌گیرید به خوبی و تا سالها در خاطر خواهید داشت. این کتاب مشتمل بر چهار فصل می‌باشد، در فصل اول آن آمار توصیفی را به طور مفصل همراه با مثالهای فراوان مورد تفسیر قرار داده، آنالیز ترکیبی و اصول احتمال همراه با مثال‌ها و تمرین‌های متنوع موضوع فصل دوم بوده است. در فصل سوم متغیر

تصادفی و مباحث مربوط به آن را به تفسیر بیان کرده. در ادامه در فصل چهارم به بیان و بررسی برخی از توزیع‌های گسسته و پیوسته آماری پرداخته شده است. مباحث آمار استنباطی با توفیق و مدد الهی در کتاب‌های آتی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

خداوند بزرگ را به خاطر توفیق تالیف این اثر بی‌نهایت شاکر و سپاسگذارم. و مراتب سپاس و قدردانی خویش را از تمام معلمان و اساتید که به نحوی حق تعلیم و تربیت بر گردن اینجانب داشته و دارند اعلام می‌دارد. و در ادامه از تمام کسانی که در تهیه و تدوین این اثر اینجانب را یاری نمودند از جمله برخی از دانشجویان مهندسی دانشگاه آزاد و دانشگاه دولتی قوچان و بالاخص جناب آقای محمد کاظم بشکنی دانشجوی مهندسی کامپیوتر دانشگاه غیرانتفاعی حکیم نظامی قوچان تشکر و قدردانی می‌نماید، چرا که "من لم یشکر المخلوق، لم یشکر الخالق" و سپاس می‌گذارم تمام کسانی که چه در حضورشان و چه در غیابشان از برکات معنوی‌شان بر خوردار بودم، و در پیشرفت و ترقی اینجانب نقشی داشتند، "حتی کوچکترین گام" از صمیم قلبم برایشان سعادت، پیروزی، موفقیت، اقتدار و توفیق الهی را خواستارم.

الهی:

معرفتی ده که با آن راه تو جویم زبانی ده که با آن شکر تو گویم
دستی ده که با قلم شناخت تو نگاریم و پایی ده که با آن کوی مهر تو پویم

یا رب ز ره راست نشانی خواهم از باده آب و خاک جانی خواهم
از نعمت خود چو بهره‌مندم کردی در شکر گزار است زبانی خواهم

مهدیه وجدانی محمودی

بهار ۱۳۹۳

فهرست مطالب

۵	پیشگفتار
۱۵	مقدمه
۱۷	فصل اول: آمار توصیفی
۱۹	مفاهیم اساسی علم آمار و تعاریف
۱۹	تعریف (علم آمار)
۱۹	تعریف (آمار توصیفی)
۱۹	تعریف (آمار استنباطی)
۲۰	تعریف (داده)
۲۰	تعریف (جامعه آماری)
۲۰	تعریف (نمونه آماری)
۲۱	تعریف (اندازه نمونه)
۲۱	تعریف (اندازه جامعه)
۲۱	تعریف (آمارگیری)
۲۱	تعریف (سرشماری)
۲۱	تعریف (نمونه‌گیری)
۲۲	تعریف (متغیر)
۲۲	انواع متغیر
۲۳	مراحل انجام استنباط آماری
۲۴	جدول‌های آماری
۲۴	جدول توزیع فراوانی دسته‌بندی نشده
۲۶	جدول فراوانی دسته‌بندی شده
۲۶	دسته‌بندی داده‌ها
۲۷	مشخص کردن حدود دسته‌ها
۲۸	نمودارها
۳۳	پارامترهای مرکزی (شاخص‌های مرکزی)
۳۳	میانگین و انواع آن
۳۳	میانگین حسابی
۳۵	میانگین میانگین‌ها (میانگین آمیخته)

۳۶	 میانگین هندسی
۳۸	 میانگین هارمونیک (همساز)
۴۰	 میانه
۴۰	 محاسبه میانه برای داده‌های دسته‌بندی نشده (داده‌های گسسته)
۴۱	 محاسبه میانه برای داده‌های دسته‌بندی شده (داده‌های پیوسته)
۴۲	 نما (مد)
۴۳	 محاسبه نما (مد) در داده‌های دسته‌بندی شده (داده‌های پیوسته)
۴۴	 منحنی‌های فراوانی
۴۵	 چندکها
۴۵	 انواع چندکها
۴۵	 چارکها
۴۵	 دهک‌ها
۴۵	 صدکها
۴۵	 محاسبه چندکها برای داده‌های دسته‌بندی نشده (داده‌های گسسته)
۴۷	 محاسبه چندکها برای داده‌های دسته‌بندی شده (داده‌های پیوسته)
۴۹	 معیارهای پراکندگی
۵۰	 انواع معیارهای پراکندگی
۵۰	 دامنه تغییرات
۵۱	 میانگین انحراف‌ها از میانگین
۵۲	 دامنه چارکی
۵۲	 دامنه صدکی
۵۲	 واریانس
۵۳	 میانگین و واریانس نمونه
۵۶	 انحراف معیار
۵۷	 ضریب تغییرات
۵۷	 ضریب چارکی تغییرات
۵۸	 نمره معیار (داده استاندارد شده)
۵۹	 گشتاورها
۶۰	 گشتاور مرکزی
۶۰	 چولگی
۶۰	 معیارهای چولگی
۶۱	 تفسیر معیارهای چولگی

۶۳	کشیدگی
۶۳	معیارهای کشیدگی
۶۵	تمرین‌های فصل ۱ (قسمت اول)
۶۶	همبستگی
۶۶	همبستگی خطی
۶۶	تشخیص همبستگی از روی نمودار
۶۷	کواریانس بین دو متغیر
۶۷	ضریب همبستگی خطی
۶۸	وضعیت ضریب همبستگی خطی
۶۹	ضریب تعیین همبستگی خطی
۷۱	رگرسیون
۷۲	رگرسیون خطی
۷۲	کاربرد رگرسیون خطی
۷۵	تمرین‌های فصل اول (قسمت دوم)
۸۱	فصل دوم: آنالیز ترکیبی و اصول احتمال
۸۳	آنالیز ترکیبی
۸۳	اصول شمارش
۸۴	مقدمات اصول شمارش
۸۵	تعمیم اصل ضرب (تعداد طرق انجام یک عمل چند مرحله‌ای)
۸۷	اصل جمع
۸۷	جایگشت و ترتیب
۸۸	ترتیب اشیای متمایز
۹۱	ترتیب اشیای نامتمایز
۹۲	ترکیب
۹۳	ترکیب‌های r تایی از بین n شی متمایز
۹۳	ترکیب کردن ترکیب‌ها
۹۴	انتخاب
۹۷	تمرین‌های بخش آنالیز
۹۹	نظریه احتمال
۹۹	مقدمه
۱۰۰	تعاریف و مفاهیم اولیه احتمال

۱۰۱	فضاهای نمونه
۱۰۲	اعمال جبری روی پیشامدها
۱۰۵	تعبیر احتمال
۱۰۵	تعبیر احتمال به روش هم شانس
۱۰۶	تعبیر احتمال به روش فراوانی نسبی
۱۰۷	تعبیر احتمال به روش شخصی
۱۱۶	احتمال هندسی
۱۲۲	قانون ضرب احتمالات
۱۲۵	پیشامدهای مستقل
۱۲۹	قانون احتمال کل
۱۳۰	قانون احتمال کل برای دو پیشامد
۱۳۴	تمرین‌های فصل دوم (قسمت اول)
۱۳۸	تمرین‌های فصل دوم (قسمت دوم)
۱۴۵	فصل سوم: متغیرهای تصادفی
۱۴۷	مقدمه
۱۴۹	تابع احتمال و توزیع احتمال
۱۵۰	ویژگی‌های تابع توزیع
۱۵۲	محاسبه احتمالات با استفاده از تابع توزیع
۱۵۸	امید ریاضی یک متغیر تصادفی
۱۵۹	ویژگی‌های امید ریاضی
۱۶۱	امید ریاضی تصادفی پیوسته
۱۶۳	ویژگی‌های واریانس
۱۶۴	امید ریاضی و واریانس (متغیر تصادفی پیوسته)
۱۶۵	قضیه چبیشف
۱۶۵	تابع مولد گشتاور
۱۶۶	خواص تابع گشتاور
۱۶۸	توزیع تابعی از یک متغیر تصادفی
۱۷۳	توزیع‌های توأم
۱۷۳	ایجاد جدول تابع احتمال توأم
۱۷۴	خواص تابع احتمال توأم
۱۷۴	امید ریاضی توأم

۱۷۸.....	تابع توزیع دو متغیر تصادفی گسسته.....
۱۷۸.....	خواص تابع توزیع.....
۱۷۹.....	محاسبه تابع توزیع حاشیه‌ای به وسیله تابع توزیع توأم.....
۱۷۹.....	احتمال‌های شرطی.....
۱۸۱.....	محاسبه احتمالات.....
۱۸۱.....	تابع احتمال شرطی.....
۱۸۱.....	محاسبه احتمالات شرطی.....
۱۸۲.....	امید ریاضی شرطی.....
۱۸۲.....	واریانس شرطی.....
۱۸۶.....	کواریانس دو متغیر تصادفی.....
۱۸۷.....	ویژگی‌های کواریانس.....
۱۸۸.....	ضریب همبستگی دو متغیر تصادفی.....
۱۹۱.....	متغیر تصادفی پیوسته توأم.....
۱۹۲.....	محاسبه مقدار مجهول از روی تابع چگالی توأم.....
۱۹۳.....	تابع چگالی شرطی.....
۱۹۳.....	محاسبه احتمالات شرطی.....
۲۰۱.....	تابع توزیع توأم.....
۲۰۱.....	خواص تابع توزیع توأم.....
۲۰۱.....	محاسبه تابع چگالی توأم به وسیله تابع توأم.....
۲۰۱.....	محاسبه تابع توزیع حاشیه‌ای بوسیله تابع توزیع توأم.....
۲۰۱.....	تابع توزیع شرطی.....
۲۰۵.....	تمرین‌های فصل سوم.....
۲۱۷.....	فصل چهارم: برخی از توزیع‌های احتمال.....
۲۱۹.....	مقدمه.....
۲۱۹.....	توابع احتمال خاص گسسته.....
۲۱۹.....	تابع احتمال یکنواخت.....
۲۲۰.....	تابع مولد گشتاور توزیع یکنواخت.....
۲۲۱.....	آزمایش برنولی.....
۲۲۴.....	توزیع دو جمله‌ای.....
۲۲۵.....	تابع مولد گشتاور توزیع دو جمله‌ای.....
۲۳۱.....	توزیع پواسن.....

۲۳۲	تابع مولد گشتاور.....
۲۳۳	محاسبه امید ریاضی و واریانس با استفاده از تابع مولد گشتاور.....
۲۳۳	روش محاسبه امید ریاضی و واریانس (مستقیم).....
۲۳۴	رابطه بین توزیع دو جمله‌ای و توزیع پواسن.....
۲۴۲	توزیع دو جمله‌ای منفی و توزیع هندسی.....
۲۴۳	تابع مولد گشتاور، امید ریاضی و واریانس توزیع دو جمله‌ای منفی.....
۲۴۷	بررسی چند توزیع پیوسته.....
۲۴۷	توزیع یکنواخت پیوسته.....
۲۴۹	تابع گشتاور توزیع یکنواخت پیوسته.....
۲۵۰	توزیع نرمال.....
۲۵۲	توزیع نرمال استاندارد.....
۲۵۴	توزیع نرمال غیراستاندارد.....
۲۵۸	تقریب نرمال برای توزیع دو جمله‌ای.....
۲۶۱	توزیع نمایی.....
۲۶۴	توزیع گاما.....
۲۶۵	تابع مولد گشتاور توزیع گاما.....
۲۶۶	توزیع بتا.....
۲۶۷	توزیع کی دو.....
۲۶۸	توزیع استودنت یا توزیع t
۲۶۹	توزیع فیشر (توزیع F).....
۲۷۱	تمرین‌های فصل چهارم.....
۲۷۷	منابع.....
۲۸۱	پیوست.....

فهرست جداول

۲۸۳	جدول ۱. احتمال‌های تجمعی دو جمله‌ای
۲۹۰	جدول ۲. احتمال‌های پواسون
۲۹۲	جدول ۳. احتمال‌های نرمالی استاندارد
۲۹۴	جدول ۴. مقادیر توزیع χ^2 دو
۲۹۵	جدول ۵. مقادیر توزیع t ی
۲۹۶	جدول ۶. مقادیر $f_{0.05, v_1, v_2}$

www.ketab.ir

مقدمه

تاریخچه پیدایش و سیر تکامل علم آمار

واژه statistics که به معنای علم آمار است، با واژه‌های state (سیاست و دولت) و statist (دولتمرد، سیاستمدار که به معنای آمارگیر نیز بکار می‌رود) هم خانواده است. علت این امر آن است که دولت‌ها می‌خواستند از امکانات انسانی و مالی قلمرو حکومت خود آگاه شوند (مثلاً می‌خواستند بدانند جمعیت کشور چند نفر است؟ چه ترکیبی دارد؟ چند تایی آنها استعداد سپاهی شدن را دارند؟ زمین‌های قابل کشتشان چه وسعتی دارند؟ چند راس گاو و گوسفند در کشور وجود دارد ...

برای بدست آوردن این اطلاعات با روش‌هایی ابتدایی به آمارگیری می‌پرداختند. بدین گونه تصور می‌شد، که علم آمار فقط در دستگاه دولتی مصرف دارد. بعدها معلوم شد که آمار دانشی است که افراد و سازمانهای غیردولتی نیز می‌توانند از آن بهره برداری کنند.

در قرن ۱۷ قمار در میان شاهزادگان و سلاطین اروپا، موجب پیدایش و رشد تئوری احتمالات شد. زیرا آنان با به خدمت گرفتن ریاضیدان‌هایی مانند پاسکال، نیوتن، فرما، برنولی، در شناخت قوانین احتمال بسیار کوشیدند.

از حدود صد سال پیش، آماردانان به توسعه روش‌هایی همت گماشتند که امروزه «علم آمار استنباطی» نامیده می‌شود.

در گذشته فقط دولت‌ها، آن هم به صورت ابتدایی، از علم آمار استفاده می‌کردند. با گذشت زمان روش‌های آماری تکوین و تکامل پیدا کردند و علم آمار بویژه آمار استنباطی به عنوان یک شیوه قدرتمند مورد تایید قرار گرفت.

نتایج بسیاری از بررسی‌های علمی با بهره‌گیری از آمار استنباطی بدست آمده است. امروزه با جرات می‌توان گفت که بی‌مساعدت و همراهی علم آمار انجام هر گونه تحقیق علمی ناممکن (یا دست کم بسیار دشوار) خواهد بود.

به طور کلی هر جا که اثبات صحت ادعایی یا فرضیه‌ای مورد نظر است آمار حضور فعال و تعیین کننده‌ای دارد. آمار را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد.

۱- آمار توصیفی

۲- احتمالات

۳- آمار استنباطی

هریک از آنها را می‌شود به صورت زیر بیان کرد.

آمار توصیفی: ویژگی‌های کلی تعدادی از داده‌ها را دارد (معمولاً به نمونه تعلق دارند) در قالب عدد بیان می‌شود.

احتمالات: خطای برآوردهای آمار استنباطی را اندازه می‌گیرد.

آمار استنباطی: بر اساس ویژگی‌های مشاهده شده، در نمونه ویژگی‌های جامعه را برآورد می‌کند.

- چون نمونه‌گیری با اشتباه تصادفی اجتناب‌ناپذیر همراه است، نتایج مشاهده‌ها درباره نمونه را نه با قطع و یقین بلکه با درصد اطمینان مشخص می‌توان به جامعه تعمیم داد.

احتمالات دانشی است برای تعیین این درصد اطمینان.

- در واقع تئوری احتمالات حالت پلی را دارد که گذشتن از آمار توصیفی در رسیدن به آمار استنباطی را امکان‌پذیر می‌سازد.

بنابراین آمار توصیفی، احتمالات و آمار استنباطی سه انتخاب مستقل از یکدیگر نیستند بلکه برای بهتر فهمیدن آمار استنباطی باید ابتدا آمار توصیفی و تئوری احتمالات را بفهمیم.