

رویکردهای نوین روش‌های طیفی در محاسبات علمی:
نظریه و کاربردها

محسن رزاقی

استاد دانشگاه ایالتی میسی سی پی

کوروش پرنیاز

استاد دانشگاه شهید بهشتی

جمال مانی‌اد

استادیار دانش شهید بهشتی

محمد مهدی معیری

دکتر، دانشگاه شهید بهشتی

مهدی دلخوش

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد بردسکن





۷۱۹

مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی

رویکردهای نوین روش‌های طیفی در محاسبات علمی: نظریه و کاربردها
دکتر کورش پرند، دکتر محسن رزاقی، دکتر جمال امانی‌راد، دکتر مهدی دلخوش، محمدمهدی معیری

ویراستار: دکتر مریم جلالی

طراح جلد: امیرشاهرخ فریوسفی

ناظر چاپ: صفر ممیزاد

چاپ اول: ۱۳۹۸

شمارگان: ۵۰۰

قیمت: ۶۰۰,۰۰۰ ریال

دلیله حقوق برای دانشگاه شهید بهشتی محفوظ است.

عنوان و نام پدیدارنده:	رویکردهای نوین روش‌های طیفی در محاسبات علمی: نظریه و کاربردها/ کورش پرند، محسن رزاقی، جمال امانی‌راد، مهدی دلخوش، محمدمهدی معیری.
مشخصات نشر:	مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری:	۱۸۰ صفحه، سبک دور، سبک دور.
فروست:	مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، ۷۱۹.
شابک:	۹۷۸۰۳۰۰۵۷۴۳۷۵
وضعیت فهرست‌نویسی:	فیا
یادداشت:	[مولفان] کورش پرند، محسن رزاقی، جمال امانی‌راد، مهدی دلخوش، محمدمهدی معیری.
یادداشت:	واژه‌نامه؛ کتابنامه؛ نمایه.
موضوع:	چندجمله‌ای‌ها--راهنمای آموزشی (عالی) Polynomials--Study and Teaching (Higher)؛ چندجمله‌ای‌های چبیشف--راهنمای آموزشی (عالی) Chebyshev Polynomials--Study and Teaching (Higher)
موضوع:	معادلات دیفرانسیل--حل عددی--راهنمای آموزشی (عالی) Differential Equations--Numerical solution--Study and Teaching (Higher)؛ انتگرال--راهنمای آموزشی (عالی) Integral Equations--Study and Teaching (Higher)؛ روش‌های طیفی--راهنمای آموزشی (عالی) Spectral methods--Study and Teaching (Higher)
شناسه افزوده:	پرند، کورش، ۱۳۵۰-
شناسه افزوده:	دانشگاه شهید بهشتی، مرکز چاپ و انتشارات
رده‌بندی کنگره:	QA۴۰۴/۵/۹ ۱۳۹۸
رده‌بندی دیویی:	۵۱۵/۵۵
شماره کتابشناسی ملی:	۵۶۵۲۶۴۵

کد ناشر ۱۰۰۱۷۳۴

www.pub.sbu.ac.ir
unipress@mail.sbu.ac.ir

فهرست مطالب

پیشگفتار

هفده

۱	مقدمات و تعاریف پایه	۱
۱	۱.۱ مفاهیم و تعاریف پایه	۱
۸	۲.۱ بهای توابع حقیقی نسبت به پایه‌های متعامد یکه	۸
۸	۳.۱ معی معادلات شتورم-لیوویل	۸
۱۴	۴.۱ ساختار جملات پایه‌های متعامد	۱۴
۱۸	۵.۱ صفرهای جملات پایه‌های متعامد	۱۸
۲۰	۶.۱ فرمول رودریگوز و ابدالات دیفرانسیل	۲۰
۲۲	۷.۱ انتگرال‌گیری گاوسی	۲۲
۲۵	۸.۱ انتگرال‌گیری گاوس-رادو	۲۵
۲۶	۹.۱ انتگرال‌گیری گاوس-لوباتو	۲۶
۲۷	۱۰.۱ روش‌های مانده‌های وزنی و طیفی	۲۷
۲۸	۱.۱۰.۱ روش مانده وزنی	۲۸
۳۲	۱.۱.۱۰.۱ روش هم‌مکانی	۳۲
۳۳	۲.۱.۱۰.۱ روش زیردامنه	۳۳
۳۴	۳.۱.۱۰.۱ روش کم‌ترین مربعات	۳۴
۳۵	۴.۱.۱۰.۱ روش گشتاور	۳۵
۳۵	۵.۱.۱۰.۱ روش گلرکین	۳۵
۳۶	۲.۱۰.۱ روش‌های طیفی	۳۶
۳۶	۱.۲.۱۰.۱ انتخاب توابع پایه	۳۶
۳۷	۲.۲.۱۰.۱ روش‌های طیفی در بازه‌های نیمه‌نامتناهی و نامتناهی	۳۷
۴۱	۱۱.۱ حسابان کسری	۴۱
۴۱	۱.۱۱.۱ معرفی حسابان کسری	۴۱

۴۳	۱.۱.۱۱.۱	تابع گاما
۴۵	۲.۱.۱۱.۱	تابع گامای ناقص
۴۶	۳.۱.۱۱.۱	تابع بتا
۴۶	۴.۱.۱۱.۱	تابع بتای ناقص
۴۶	۲.۱۱.۱	انتگرال و مشتق از مرتبه کسری
۴۷	۳.۱۱.۱	انتگرال کسری ریمان-لیوویل
۴۸	۴.۱۱.۱	مشتق کسری ریمان-لیوویل
۴۹	۱.۴.۱۱.۱	مشتق کسری $(x-a)^m$
۵۰	۸.۱۱.۱	مشتق کسری کاپوتو
۵۲	۶.۱.۱	تاریف دیگر از مشتق کسری
۵۳	۷.۱۱.۱	رابطه مشتق کسری
۵۵	۱۲.۱	روش شبه-حسی ساری

۲ چندجمله‌ای‌ها و توابع چیشف نوع اول

۶۱	۱.۲	چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۶۱	۱.۱.۲	معرفی چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۶۴	۲.۱.۲	صفرهای چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۶۵	۳.۱.۲	روابط بازگشتی و ویژگی‌های چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۶۶	۴.۱.۲	معادله شتورم-لیوویل چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۶۷	۵.۱.۲	تابع مولد چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۶۹	۶.۱.۲	تعامد چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۷۰	۷.۱.۲	فرمول رودریگوئز چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۷۱	۸.۱.۲	ماتریس‌های عملیاتی چندجمله‌ای‌های چیشف نوع اول
۷۱	۱.۸.۱.۲	ماتریس عملیاتی مشتق
۷۲	۲.۸.۱.۲	ماتریس عملیاتی ضرب
۷۴	۹.۱.۲	نقاط و وزن‌های انتگرال‌گیری عددی گاوس چیشف
۷۴	۲.۲	توابع چیشف نوع اول گویاشده

۷۵	معرفی توابع چیشف نوع اول گویاشده	۱.۲.۲
۷۶	تابع مولد توابع چیشف نوع اول گویاشده	۲.۲.۲
۷۸	معادله شتورم-لیوویل توابع چیشف نوع اول گویاشده	۳.۲.۲
۷۸	تعامد توابع چیشف نوع اول گویاشده	۴.۲.۲
۷۹	ماتریس های عملیاتی توابع چیشف نوع اول گویاشده	۵.۲.۲
۷۹	ماتریس عملیاتی مشتق	۱.۵.۲.۲
۸۰	ماتریس عملیاتی ضرب	۲.۵.۲.۲
۸۱	توابع چیشف نوع اول تعمیم یافته از مرتبه کسری در بازه متناهی	۳.۲
۸۱	معرفی توابع چیشف نوع اول تعمیم یافته از مرتبه کسری در بازه متناهی	۱.۳.۲
۸۳	تابع مولد توابع چیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری در بازه متناهی	۱.۳.۲
۸۴	معادله شتورم-لیوویل توابع چیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری	۳.۳.۲
۸۴	تعامد توابع چیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری در بازه متناهی	۴.۳.۲
۸۵	صفرهای توابع چیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری در بازه متناهی	۵.۳.۲
۸۶	ماتریس های عملیاتی توابع چیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری	۶.۳.۲
۸۶	ماتریس عملیاتی مشتق از مرتبه کسری	۱.۶.۳.۲
۸۸	ماتریس عملیاتی ضرب از مرتبه کسری	۲.۶.۳.۲
۹۱	ماتریس عملیاتی انتگرال از مرتبه کسری	۳.۶.۳.۲
۹۲	توابع چیشف گویاشده از مرتبه کسری در بازه نیمه نامتناهی	۴.۲
۹۲	معرفی توابع چیشف گویاشده از مرتبه کسری در بازه نیمه نامتناهی	۱.۴.۲
۹۴	تابع مولد توابع چیشف گویاشده از مرتبه کسری در بازه نیمه نامتناهی	۲.۴.۲
۹۴	معادله شتورم-لیوویل توابع چیشف گویاشده از مرتبه کسری	۳.۴.۲
۹۵	تعامد توابع چیشف گویاشده از مرتبه کسری در بازه نیمه نامتناهی	۴.۴.۲
۹۵	صفرهای توابع چیشف گویاشده از مرتبه کسری در بازه نیمه نامتناهی	۵.۴.۲

۹۷	چند جمله ای ها و توابع چیشف نوع دوم	۳
۹۷	چند جمله ای های چیشف نوع دوم	۱.۳
۹۷	معرفی چند جمله ای های چیشف نوع دوم	۱.۱.۳

۳۲۸	روش حل	۱.۵.۲.۷
۳۳۰	بررسی‌های عددی	۲.۵.۲.۷
۳۳۶	معادلات انتگرال- دیفرانسیل ولترا- فردهلم	۶.۲.۷
۳۳۷	روش حل	۱.۶.۲.۷
۳۴۰	بررسی‌های عددی	۲.۶.۲.۷
۳۴۵	مسائل کنترل بهینه از مرتبه صحیح و کسری	۷.۲.۷
۳۴۶	بیان مسئله	۱.۷.۲.۷
۳۴۹	بررسی‌های عددی	۲.۷.۲.۷
۳۵۳	حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی	۳.۷
۳۵۳	معادلات دیفرانسیل شرودینگر	۳.۷
۳۵۴	معادله شرودینگر یک بعدی وابسته به زمان	۱.۳.۷
۳۶۸	معادله شرودینگر دو بعدی وابسته به زمان	۱.۴.۷
۳۸۱	معادله دیفرانسیل هاتر- ساکستون	۲.۳.۷
۳۸۴	حل معادله	۱.۲.۳.۷
۳۸۶	بررسی‌های عددی	۲.۲.۳.۷
۳۹۲	معادله دیفرانسیل فوم	۳.۳.۷
۳۹۵	حل معادله	۱.۳.۳.۷
۳۹۸	بررسی‌های عددی	۲.۳.۳.۷
۴۰۲	کاربردهای توابع پایه‌ای لاگرانژ کسری	۴.۷
۴۰۳	معادلات دیفرانسیل خطی از نوع $FOEs/ODEs$	۱.۴.۷
۴۰۴	معادله میتاگ- لفلر	۱.۱.۴.۷
۴۰۶	معادله انتقال پخش کسری در حالت پایدار	۲.۱.۴.۷
۴۰۸	معادله نیروی باست تعمیم یافته	۳.۱.۴.۷
۴۰۸	معادله دیفرانسیل کسری چند- عبارت	۴.۱.۴.۷
۴۱۰	معادلات خطی از نوع $FPDEs/PDEs$	۲.۴.۷
۴۱۱	معادله $FPDE$ چند- عبارت زمان- کسری	۱.۲.۴.۷
۴۱۲	معادله انتقال پخش زمان- و مکان- کسری	۲.۲.۴.۷

۴۱۴	معادله پخش زمان-کسری دو-عبارته	۳.۲.۴.۷
۴۱۶	معادلات غیر خطی از نوع $FODEs/ODEs/FPDEs/PDEs$	۳.۴.۷
۴۱۸	معادله دیفرانسیل غیرخطی ریکاتی کسری	۱.۳.۴.۷
۴۱۹	معادلات از نوع لین-امدن غیرخطی	۲.۳.۴.۷
۴۲۲	معادله غیرخطی اصلاح شده $KdV - Burgers$	۳.۳.۴.۷
۴۲۴	یک معادله دیفرانسیل کسری ساده جهت مقایسه	۴.۳.۴.۷
۴۲۵	کاربردهای توابع پایه‌ای لاگرانژ تعمیم یافته	۵.۷
۴۲۶	مسئله مقدار مرزی نیمه نامتناهی	۱.۵.۷
۴۲۷	معادله غیرخطی حساسیت تروج	۲.۵.۷
۴۳۰	مسئله مقدار اولیه نیمه نامتناهی	۳.۵.۷
۴۳۲	معادله تلیس-گوردن	۴.۵.۷
۴۳۵	معادله فوئر	۵.۵.۷
۴۳۸	معادله فوئر-پلاری	۶.۵.۷

۸ پیوست

۴۴۱	چندجمله‌ای‌ها و توابع ژاکوبی	۱.۰.۸
۴۴۵	چندجمله‌ای‌ها و توابع لژاندر	۲.۰.۸
۴۴۷	چندجمله‌ای‌ها و توابع اوایلر	۳.۰.۸
۴۴۹	چندجمله‌ای‌ها و توابع بوباکر	۴.۰.۸
۴۵۰	چندجمله‌ای‌ها و توابع بسل	۵.۰.۸

منابع

۴۸۵	واژه‌نامه فارسی-انگلیسی
۴۸۹	واژه‌نامه انگلیسی-فارسی
۴۹۳	نمایه

پیشگفتار

گسترده‌گی دانش محاسبات علمی و علوم محاسباتی در دهه کنونی باعث شده است که طیف وسیعی از علوم در حوزه‌های گوناگون درخت دانشی، پیشرفت‌های مدل‌سازی خود را مرهون این حوزه بدانند، چرا که بعد از مدل‌سازی قالب‌های کاری خود با یک مسئله ریاضی در شاخه‌های سیستم‌های دینامیکی یا غیردینامیکی مواجه می‌شوند که انتخاب روش‌های مناسب برای تجزیه و تحلیل مدل‌های موجود در این زمینه‌ها، کلید اصلی غلبه بر چالش‌های آنها است. در دنیای اطراف ما پدیده‌های فراوانی در علوم مختلف از جمله علوم اعصاب، علوم شناختی، روانشناسی، بیولوژی، علوم رفتار، فیزیک، شیمی، اقتصاد و غیره وجود دارند که با مدل‌بندی این مسائل، سیستم‌های گوناگونی به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی از نوع قطعی یا نیمه قطعی، از مرتبه مشتق صحیح یا کسری به دست می‌آیند؛ به عنوان مثال در علوم شناختی و علوم اعصاب، ناساتاتی، بررسی مغز و کارکردهای آن از جنبه‌های متنوعی قابل بررسی است و نیازمند استفاده از مدل‌های ریاضیات و کامپیوتر است به‌طوری که شاید بتوان گفت کشف ساختار مغز و عملکرد آن مهم‌ترین اتفاقی است که در عرصه کنونی در حیطه پزشکی و محاسبات افتاده است زیرا مدل‌سازی‌های فراوانی از آن ارائه شده است و منجر به کشف درمان برخی بیماری‌ها و ارائه الگوریتم‌های گوناگون برای حل مسائل پیچیده شده است. عموماً ساختار مغز و عملکرد آن به مدل‌های معادلات پیچیده‌ای منجر شده است، با این‌که سعی شده است از روش‌های عددی کلاسیک برای حل استفاده شود اما این تلاش‌ها تاکنون چندان مفید نبوده است لذا نیاز است که از روش‌های مدرن و پیشرفته برای ساده‌سازی و حل این مدل‌ها استفاده شود. مدل‌های علوم اعصاب و اعصاب شناختی از دسته نوع به انواع معادلات دیفرانسیل معمولی، مشتقات جزئی، دیفرانسیل تصادفی و کنترل بهینه تقسیم می‌شوند که هر کدام به نوبه خود دارای پیچیدگی و چالش‌هایی هستند و باید برای حل آنها راهکارهای مناسبی اتخاذ شود.

در اینجا مدل‌های ریاضی اهمیت بسزایی را برای تجزیه و تحلیل این پدیده‌ها از خود نشان می‌دهند؛ با این حال این مدل‌ها نیز ممکن است به قدری پیچیده باشند که با روش‌های کلاسیک موجود قابل بررسی نباشند. هزینه زمانی، هزینه محاسباتی و عدم وجود جواب تحلیلی برای آنها

سه چالش اساسی در حل مدل‌های ریاضی هستند که برای غلبه بر آنها می‌توان راهکارهای زیر را پیشنهاد داد:

- ارائه رویکردهای پیشرفته عددی برای حل مسائلی که لزوماً جواب تحلیلی ندارند؛
 - ارائه روش‌های نوین علوم کامپیوتر همانند پردازش تکاملی و روش‌های یادگیری ماشین برای حل مدل‌های پیچیده؛
 - تقسیم مسئله به زیرمسئله‌های ساده‌تر و سپس حل زیرمسئله‌ها و نهایتاً ترکیب آنها که منجر به ارائه تقریبی از جواب مدل اصلی خواهد شد (رویکرد تقسیم و غلبه)؛
 - به کارگیری روش‌های موازی‌سازی برای کاهش هزینه زمان اجرا.
- راهکار اول و دوم به قطعیت بهترین پیشنهاد برای حل مسائل پیچیده فاقد جواب تحلیلی است؛ اما توجه سودمند به این نکات خود نیز دارای چالش‌هایی هستند؛ به عنوان مثال سه راهکار اول ممکن است دارای خطای محاسباتی و راهکار چهارم نیازمند سخت‌افزار قوی و برنامه‌نویسی حرفه‌ای باشند. با این حال در بسیاری از موارد این مشکلات قابل چشم‌پوشی خواهند بود.
- در این کتاب بر الگوریتم‌های دست اول تمرکز می‌کنیم. در تقسیم‌بندی مربوط به دسته اول، روش‌های مختلفی برای حل و بررسی مدل‌های فوق ارائه شده‌اند که این روش‌ها به دو دسته کلی نیمه‌تحلیلی و عددی تقسیم می‌شوند. روش‌های تجزیه آدومیان، تکرار تغییراتی، آشفستگی هموتوبی و... از دسته روش‌های نیمه‌تحلیلی هستند. همچنین روش‌های تفاضلات متناهی، عناصر متناهی، بدون شبکه و طیفی و... زیرمجموعه روش‌های عددی معروف به "مانده وزنی میانگین" که به اختصار "مانده وزنی" خوانده می‌شوند، قرار می‌گیرند.
- کتابی که پیش رو دارید بر روش‌های طیفی متمرکز است. امروزه این روش‌ها پا به پای روش‌های تفاضلات متناهی و عناصر متناهی پیش می‌روند و به روش‌های قدرتمندی برای حل انواع معادلات دیفرانسیل و انتگرال تبدیل شده‌اند. از ویژگی‌های روش‌های طیفی نسبت به روش‌های تفاضلات متناهی و عناصر متناهی پیاده‌سازی ساده‌تر، عدم هزینه شبکه‌بندی و در اختیار قرار دادن جواب کلی و سراسری است. یکی از ویژگی‌هایی که می‌توان به وسیله آن روش‌های طیفی را از روش‌های عناصر متناهی و تفاضلات متناهی تشخیص داد انتخاب تابع سعی است. در دو مورد اخیر توابع سعی محلی هستند و به تعداد بار مشخصی مشتق پذیرند؛ اما در روش‌های طیفی توابع، بی‌نهایت بار در کل دامنه مشتق‌پذیرند و معمولاً با تقریب خوبی متعامد هستند؛ یعنی ماتریس حاصل از ضرب داخلی آنها یا قطری است یا اگر قطری نباشد، پهنای باند خیلی

کوچکی دارد. در ادامه از موضعی بی طرفانه، مقایسه جزئی تری را بین روش های طیفی، عناصر متناهی و تفاضلات متناهی بیان می کنیم. طبقاً روش های عناصر متناهی به لحاظ فلسفی شبیه روش های طیفی هستند زیرا هر دو روش از نوع مانده وزنی هستند؛ اما تفاوت اصلی بین این دو روش این است که در عناصر متناهی، دامنه x را به زیردامنه های کوچک تر می شکند و توابع پایه را چنان برمیگزیند که شامل توابعی محلی و با درجه ثابت باشد که فقط در دو تا از زیر دامنه ها ناصفر باشند. در مقابل، روش های طیفی توابع سعی سراسری و تعریف شده در کل بازه را انتخاب می کنند؛ همچنین در این روش ها توابع پایه می توانند چند جمله ای های درجه بالا باشند که فقط در نقاط مشخصی صفر هستند. اشکال روش عناصر متناهی دقت کم آن است (نسبت به درجه ای N دی) چرا که هر پایه، یک چند جمله ای درجه پایین است.

روش های طیفی معادلات جبری ای با ماتریس های پر تولید می کنند؛ اما در مقایسه، مرتبه بالای توابع سعی باعث رسد به دقت قابل قبولی برای N داده شده می شوند. وقتی حل کننده های تکراری سریع برای معادله ماتریسی رد داشته باشیم، روش های طیفی می توانند بسیار مؤثرتر از روش های عناصر متناهی عمل کنند. مخصوصاً وقتی که مسئله، هندسه همواری داشته باشد. تأکید می کنیم، روش عناصر متناهی را از نظر به نوری، راهگشای مسائل دارای هندسه پیچیده و دارای شرط مرزی همچون مسائلی با ساختار هندسی سه بعدی نامید؛ اما برای حل مسائل با هندسه ساده، روش های طیفی گزینه بهتری از نظر فست کارایی هستند. از طرفی روش عناصر متناهی را روش محلی و روش های طیفی را روش های گلوبال می نامند و یکی از دلایلی که روش های عناصر متناهی در مسائل با هندسه های پیچیده بهتر جواب می دهد نیز همین موضوع است. در آن دسته از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی که به عنوان وابسته است روش های طیفی توانایی قابل ملاحظه ای از خود به نمایش گذاشته اند و تاکنون پژوهش های بسیار موفقی در حل مسائل مربوط به آشفتگی، مدل سازی تصمیم گیری انسان، شبیه سازی انتقال پالس های الکتریکی در غشای نورون، پیش بینی وضع هوا، مدل سازی زلزله و امواج غیرخطی به وسیله روش های طیفی انجام شده است. استفاده از روش های طیفی در چند دهه اخیر توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده و به یکی از زمینه های مهم پژوهش در محاسبات علمی و علم نظریه تقرب تبدیل شده است؛ به طوری که محققان و پژوهشگران زیادی به طور اختصاصی در جهت پیشبرد و بهبود این روش ها به مطالعه و تحقیق می پردازند. در بحث روش های طیفی یکی از مهم ترین ابزارها، توابع متعامد است که به کمک این توابع و خواص تعامد آنها می توان با استفاده

از تکنیک‌های خاصی با ساده‌سازی محاسبات، دقت محاسبات را بالا برد و زمان محاسبات را نیز کاهش داد، به همین دلیل در این کتاب ابتدا به معرفی توابع متعامد، خواص، ویژگی‌ها و آنالیز آنها می‌پردازیم.

از نکات مهم و قابل توجه دیگر این است که اکثر معادلات مهم و پرکاربرد در بازه‌های نامتناهی و نیمه‌نامتناهی رخ می‌دهند؛ اما برخی از توابع متعامد خوش‌رفتار در بازه‌های متناهی مانند [۱، ۱-] تعریف شده‌اند. برای حل این مشکل می‌توان راهبردهای گوناگونی در روش‌های طیفی و در نظر قرار داد و می‌توان آنها را به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

- انتقال مسئله از بازه نامتناهی و نیمه‌نامتناهی به بازه متناهی و استفاده از چندجمله‌ای‌های تعریف شده در بازه متناهی؛
- حل مسئله در بازه $[0, L]$ برای L به قدر کافی بزرگ؛
- انتقال چندجمله‌ای‌ها، متعامد از بازه متناهی به بازه نیمه‌نامتناهی و نامتناهی و ایجاد توابع متعامد جدید؛
- استفاده از توابع متعددی که در بازه‌های نیمه‌نامتناهی و نامتناهی تعریف شده‌اند مانند، چندجمله‌ای‌های لاگر، هریت و توابع دیگر.

دسته سوم پرکاربردترین روش‌ها برای حل مسائل در بازه‌های نیمه‌نامتناهی و نامتناهی است که در این کتاب به معرفی توابع متعامد گویای جدیدی حاصل از انتقال چندجمله‌ای‌های متعامد در بازه متناهی به بازه نیمه‌نامتناهی، معرفی توابع لاگرانژ کسری، توابع لاگرانژ تعمیم یافته می‌پردازیم و خواص آنها را بررسی و در نهایت از آنها برای حل مسائل یادگرفته‌ای استفاده می‌کنیم.

در این کتاب، دو هدف اصلی در نظر گرفته شده است: نخست نگاه جدیدی روی توابع پایه اعمال کرده، رده‌های جدیدی از این توابع را به دست آورده و آنها را در حل معادلات استفاده می‌کنیم. در همین راستا، توابع چبیشف گویای نوع اول تا چهارم، توابع چبیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری و توابع چبیشف گویا شده از مرتبه کسری روی چندجمله‌ای‌های چبیشف نوع اول معرفی شده‌اند. همچنین، ماتریس عملیاتی دقیق مشتق کسری و ماتریس‌های عملیاتی انتگرال کسری و ضرب برای توابع چبیشف تعمیم یافته از مرتبه کسری محاسبه شده است. (۲) برای اولین بار، دو کلاس جدید از توابع پایه‌ای با نام‌های توابع لاگرانژ کسری و توابع لاگرانژ تعمیم یافته معرفی شده و کاربرد آنها در روش‌های شبه-طیفی، که بخشی از روش‌های طیفی‌اند، نشان داده شده است.

کتاب حاضر به هشت فصل تقسیم می‌شود که به غیر از فصل اول که شامل تعاریف و قضایای مورد نیاز دیگر فصل‌ها است، در فصل‌های دوم تا ششم برای اولین بار به معرفی کلاس‌های جدیدی از توابع متعامد از جمله توابع گویای چبیشف نوع اول تا چهارم، توابع چبیشف نوع اول تعمیم‌یافته از مرتبه کسری در بازه متناهی، توابع چبیشف گویاشده از مرتبه کسری، توابع لاگرانژ کسری و تعمیم‌یافته معرفی شده است. فصل هفتم اختصاص به کاربرد روش‌های معرفی شده دارد که برای شبیه‌سازی و حل مدل‌های گوناگون به کار برده شده‌اند.

در خاتمه امیدواریم که این کتاب که نخستین کتاب در دسترس به زبان فارسی در زمینه حل عددی، دالات، دیفرانسیل معمولی در بازه نیمه‌نامتناهی (از مرتبه مشتق صحیح یا کسری)، معادلات دینامیک با مشتقات جزئی (از مرتبه مشتق صحیح یا کسری)، معادلات انتگرال و دیفرانسیل انتگرال (از مرتبه مشتق صحیح یا کسری)، مدل‌های کنترل بهینه (از مرتبه مشتق صحیح یا کسری) باشد. از سحرهای نوینی از روش‌های طیفی است، مورد استفاده دانشجویان و استادان در رشته‌هایی مانند علوم پایه، ریاضی، فیزیک و علوم مهندسی و دیگر رشته‌های تحقیقاتی قرار گیرد. همچنین از این کتاب می‌توان در دوره کارشناسی ارشد و دکتری در درس‌هایی با عنوان حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی، حل عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، حل عددی معادلات انتگرال، توابع خاص و متعامد، نظریه تقریب و معادلات دیفرانسیل کسری استفاده کرد.

در اینجا برخورد لازم می‌دانیم سپاسگزار تمام افرادی که ما را در تهیه این اثر یاری داده‌اند سپاس‌گزاری و قدردانی کنیم و مسلماً در این میان کمک دانشجویان دکتری و کارشناسی ارشد دانشگاه شهید بهشتی قابل ذکر است. از وجود کاستی‌های این اثر پشیمانیم و بی‌آگاهی‌ها و از استادان و صاحب‌نظران محترم تقاضا می‌کنیم اشکالات و نواقص موجود در کتاب را از طریق پست الکترونیکی k_parand@sbu.ac.ir یا amanirad@gmail.com تذکر دهند تا به امید حق، در چاپ‌های بعدی برطرف شود.

گروه نویسندگان

بهار ۱۳۹۸