



نظریه مجموعه‌های فازی

(رشته ریاضی)

www.ketab.ir

دکتر محمد حمیدی دکتر حمید شجاعی

سرشناسه	:	حمیدی، محمد، ۱۳۵۸ -
عنوان و نام پدید آور	:	نظریه مجموعه‌های فازی/ مولفان محمد حمیدی، حمید شجاعی.
مشخصات نشر	:	تهران: دانشگاه پیام‌نور، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری	:	شازده، ۲۴۵ ص.
فروست	:	دانشگاه پیام نور، ۲۵۹۷، گروه ریاضی، ۱/۱۵۱
شابک	:	978 - 964 - 14 - 0645 - 7
وضعیت فهرست نویسی	:	فیبا
موضوع	:	مجموعه‌های فازی - آموزش برنامه‌ای
موضوع	:	Fuzzy sets - Programmed instruction
موضوع	:	منطق فازی - آموزش برنامه‌ای
موضوع	:	Fuzzy logic - Programmed instruction
موضوع	:	سیستم‌های فازی - آموزش برنامه‌ای
موضوع	:	Fuzzy systems - Programmed instruction
شناسه افزوده	:	شجاعی، حمید، ۱۳۳۵ -
شناسه افزوده	:	دانشگاه پیام نور
شناسه افزوده	:	Payam Noor University
رده بندی کنگره	:	۵۱۰/۲۴۸/۵
رده بندی دیویی	:	۵۱۰/۲۲۳
شماره کتابشناسی ملی	:	۵۸۹۶۰

اول شهریور ۱۳۹۸

شمارگان: ۱۰۰ جلد

نظریه مجموعه‌های فازی قیمت: ۲۷۰۰۰۰ ریالی

مؤلفان: دکتر محمد حمیدی - دکتر حمید شجاعی

ویراستار علمی: دکتر آرشام بهرامی

تهیه و تولید: دفتر تدوین و تولید کتب و محترق آموزشی

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: مرکز چاپ و توزیع دانشگاه پیام نور

شابک: ۷ - ۰۶۴۵ - ۱۴ - ۹۶۴ - ۹۷۸

ISBN: 978 - 964 - 14 - 0645 - 7

فروش این کتاب فقط از طریق نمایندگی‌های دانشگاه پیام نور مجاز می باشد و فروش

آن در سایر مراکز فروش کتاب موجب تعقیب قانونی فروشنده خواهد گردید.

(کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر محفوظ و متعلق به دانشگاه پیام نور است. تولید، کپی یا خلاصه برداری، نشر و ترجمه، چاپ، افست، توزیع، گسترده، تهیه CD و ... این اثر یا بخشی از آن اعم از متن، طرح، پشت و روی جلد و ... بدون اخذ مجوز کتبی از معاونت فناوری و پژوهش دانشگاه خلاف مقررات و تعرض به حقوق مادی و معنوی دانشگاه است. متخلفین وفق قانون حمایت از مولفان و مصنفان و هنرمندان دارای مسئولیت حقوقی و کیفری بوده و تحت پیگرد قرار می گیرند.)

آدرس فروشگاه مرکزی چاپ و انتشارات دانشگاه پیام‌نور: تهران، خیابان شهید رجایی،

نرسیده به تقاطع آزادگان، جنب ورزشگاه یادآوران. تلفن: ۵۵۵۰۲۱۰۴ - ۵۵۰۰۹۸۳۸

سایت فروش اینترنتی: <http://digibook.pnu.ac.ir>

فهرست مطالب

پانزده

پیشگفتار مؤلف

۱

فصل اول: مقدمه‌ای بر نظریه مجموعه‌ها

۱

هدف کلی

۱

هدف‌های یادگیری

۱

مقدمه

۲

۱-۱ مجموعه

۲

۱-۱-۱ تعریف

۳

۲-۱ انواع نمایش یک مجموعه

۳

۱-۲-۱ نمایش تشریحی

۳

۲-۲-۱ نمایش ون

۴

۳-۲-۱ نمایش تصریحی

۵

۳-۱ نمایش فاصله‌ای (بازه‌ای) (مجموعه اعداد حقیقی)

۵

۱-۳-۱ نمایش مجموعه تهی

۵

۲-۳-۱ نمایش زوج مرتب

۵

۳-۳-۱ قضیه

۶

۴-۱ نمادها و عملیات جبری روی مجموعه‌ها

۶

۱-۴-۱ نماد $\in$ (عضویت)

۷

۲-۴-۱ نماد (نساوی)

۷

۳-۴-۱ $\subseteq$ و $\supseteq$ (زیرمجموعه بودن یا نماد مشمول)

۸

۴-۴-۱ قضیه

۸

۵-۴-۱ نماد $\cup$ (اجتماع) و تعریف اجتماع

۹

۶-۴-۱ قضیه

۹

۷-۴-۱ نماد $\cap$ (اشتراک) و تعریف اشتراک

۹	۸-۴-۱ قضیه
۱۰	۹-۴-۱ نماد AC مکمل
۱۰	۱۰-۴-۱ تعریف
۱۰	۱۱-۴-۱ قضیه
۱۱	۱۲-۴-۱ نماد $\setminus$ (تفاضل) و تفاضل دومجموعه
۱۱	۱۳-۴-۱ قضیه
۱۱	۱۴-۴-۱ نماد $\oplus$ (تفاضل متقارن) تفاضل متقارن دومجموعه
۱۲	۱۵-۴-۱ قضیه
۱۲	۱۶-۴-۱ نماد $\times$ (ضرب دکارتی) ضرب دکارتی دومجموعه
۱۲	۱۷-۴-۱ قضیه
۱۳	۵-۱ مجموعه های خاص (تعاریف خاص)
۱۳	۵-۱-۵ خانواده
۱۳	۲-۵-۱ مجموعه ایسمتار
۱۴	۳-۵-۱ قضیه
۱۵	۴-۵-۱ مفهوم رابطه ی مجموعه ها
۱۵	۵-۵-۱ تعریف
۱۶	۶-۵-۱ عملیات روی رابطه
۱۶	۷-۵-۱ درباره رابطه از R و S روی مجموعه دلخواه A باشند.
۱۷	۸-۵-۱ قضیه
۱۷	۹-۵-۱ تعریف
۱۸	۱۰-۵-۱ قضیه
۱۹	۶-۱ رابطه هم ارزی و افراز
۱۹	۱-۶-۱ تعریف
۲۰	۲-۶-۱ قضیه
۲۲	۷-۱ تابع
۲۲	۱-۷-۱ تعریف
۲۲	۲-۷-۱ تعریف
۲۲	۳-۷-۱ تعریف
۲۲	۴-۷-۱ تعریف
۲۲	۵-۷-۱ تعریف
۲۳	۶-۷-۱ عملیات روی توابع
۲۳	۷-۷-۱ تعریف
۲۴	۸-۷-۱ قضیه
۲۴	۸-۱ مجموعه متناهی و نامتناهی
۲۴	۱-۸-۱ تعریف
۲۵	۲-۸-۱ تعریف

۲۵	۱-۸-۳ قضیه
۲۵	۱-۸-۴ مجموعه شمارا و ناشمارا
۲۵	۱-۸-۵ تعریف
۲۶	۱-۸-۶ قضیه
۲۶	۱-۸-۷ مجموعه محدب
۲۸	۱-۸-۸ قضیه
۲۸	۱-۸-۹ قضیه
۲۸	۱-۸-۱۰ قضیه
۲۹	خلاصه فصل اول
۲۹	خودآزمایی تشریحی فصل اول
۳۱	فصل دوم: مانی فانی
۳۱	هدف کلی
۳۱	هدف‌های یادگیری
۳۱	مقدمه
۳۲	۲-۱ منطق دوارزشی
۳۲	۲-۱-۱ تعریف گزاره
۳۳	۲-۲ تعریف زبان‌های صوری
۳۳	۲-۲-۱ تعریف زبان صوری
۳۳	۲-۲-۲ تعریف جدول ارزشی در منطق کلاسیک
۳۳	۲-۲-۳ تعریف
۳۳	۲-۲-۴ تعریف نقیض گزاره
۳۴	۲-۳ گزاره‌های منطقی مرکب
۳۵	۲-۳-۱ گزاره مرکب عطفی
۳۵	۲-۳-۲ گزاره مرکب فصلی
۳۵	۲-۳-۳ گزاره مرکب شرطی
۳۶	۲-۳-۴ گزاره مرکب دوشروطی
۳۶	۲-۴ جدول ارزش گزاره‌های مرکب
۳۷	۲-۴-۱ قضیه
۴۰	۲-۵ منطق سه‌ارزشی و چندارزشی
۴۲	۲-۶ منطق سه ارزشی
۴۲	۲-۷ منطق کلین و پریست
۴۵	۲-۷-۱ قضیه
۴۶	۲-۸ منطق بوشوار
۴۹	۲-۹ منطق سه ارزشی لوکاسیویچ
۵۰	۲-۹-۱ قضیه
۵۱	۲-۱۰ منطق سه ارزشی هیتینگ

۵۲	۱۱-۲ منطق سه ارزشی P'
۵۴	۱۲-۲ منطق ۴ ارزشی
۵۵	۱۳-۲ منطق چندارزشی
۵۵	۱-۱۳-۲ منطق k -ارزشی گودل
۵۵	۲-۱۳-۲ تعریف
۵۶	۳-۱۳-۲ منطق k -ارزشی لوکاسیویچ
۵۷	۴-۱۳-۲ گزاره
۵۷	۵-۱۳-۲ منطق k -ارزشی پست
۵۷	۱۴-۲ منطق بی‌نهایت ارزشی
۵۷	۱-۱۴-۲ منطق بی‌نهایت ارزشی لوکاسیویچ
۵۸	۲-۱-۲ منطق بی‌نهایت ارزشی گودل
۵۸	۴-۱-۳ قضیه
۵۹	۵-۲ منطق فازی
۶۰	۱۶-۲ مقایسه منطق اری با سایر منطق‌های ریاضی
۶۲	۱۷-۲ مدل‌سازی ریاضی
۶۲	خلاصه فصل دوم
۶۳	سؤال تشریحی فصل دوم
۶۵	فصل سوم: نظریه مجموعه‌های فازی
۶۵	هدف کلی
۶۵	هدف‌های یادگیری
۶۵	مقدمه
۶۶	۱-۳ تعریف زیرمجموعه فازی
۷۵	۲-۳ ترکیب مجموعه‌های فازی به کمک عملگرهای منطقی
۷۶	۱-۲-۳ گزاره
۷۷	۳-۳ ترکیب روی زیرمجموعه‌های فازی دلخواه
۸۰	۱-۳-۳ قضیه
۸۳	۴-۳-۱ α -برش
۸۳	۱-۴-۳ تعریف
۸۶	۲-۴-۳ قضیه
۸۶	۳-۴-۳ قضیه
۸۶	۴-۴-۳ قضیه
۸۷	۵-۴-۳ قضیه
۸۸	۶-۴-۳ قضیه
۸۹	۷-۴-۳ تعریف
۸۹	۸-۴-۳ قضیه (نخستین قضیه تجزیه مجموعه فازی)
۹۱	۹-۴-۳ قضیه (دومین قضیه تجزیه روی مجموعه‌های فازی)

۹۳	خلاصه فصل سوم
۹۳	خود آزمایی تشریحی فصل سوم
۹۵	فصل چهارم: جبر فازی
۹۵	هدف کلی
۹۵	هدف‌های یادگیری
۹۶	مقدمه
۹۶	۱-۴ اصل توسیع برای مجموعه فازی
۹۶	۱-۴-۱ تعریف
۹۷	۱-۴-۲ قضیه
۹۹	۱-۴-۳ نتیجه
۱۰۱	۱-۴-۱ قضیه
۱۰۲	۲-۴ مقادیر فازی
۱۰۲	۱-۲-۴ تعریف
۱۰۲	۲-۲-۴ تعریف
۱۰۳	۳-۲-۴ گزاره
۱۰۳	۴-۲-۴ قضیه
۱۰۴	۵-۲-۴ قضیه
۱۰۴	۶-۲-۴ قضیه
۱۰۸	۳-۴ مجموعه‌های فازی محذب
۱۰۸	۱-۳-۴ تعریف
۱۰۸	۲-۳-۴ قضیه
۱۰۹	۳-۳-۴ تعریف
۱۱۰	۴-۳-۴ قضیه
۱۱۰	۵-۳-۴ تعریف
۱۱۰	۶-۳-۴ قضیه
۱۱۱	۷-۳-۴ قضیه
۱۱۳	۸-۳-۴ تعریف
۱۱۳	۹-۳-۴ قضیه
۱۲۱	۴-۴ عدد فازی
۱۲۱	۱-۴-۴ تعریف
۱۲۲	۲-۴-۴ گزاره
۱۲۳	۳-۴-۴ قضیه
۱۲۳	۴-۴-۴ قضیه
۱۲۹	۵-۴ عدد فازی مثلثی
۱۳۰	۱-۵-۴ تعریف
۱۳۱	۲-۵-۴ قضیه

۱۳۳	۶-۴ بازه فازی
۱۳۴	۴-۶-۱ تعریف
۱۳۴	۴-۶-۲ تعریف
۱۳۵	۴-۷ معادلات فازی
۱۳۶	۴-۷-۱ حل معادلات خطی $\mu_1 + \mu_x = \mu_2$
۱۳۶	۴-۷-۲ قضیه
۱۳۷	۴-۷-۳ معادله ضربی $\mu_1 \cdot \mu_x = \mu_2$
۱۳۹	۴-۷-۴ معادلات ضربی و جمعی $\mu_1 \mu_x + \mu_2 = \mu_3$
۱۳۹	۴-۷-۵ معادلات مرتبه دوم فازی به صورت $\mu_1 \mu_x^2 + \mu_2 \mu_x + \mu_3 = \mu_4$
۱۴۰	۴-۱-۶ قضیه
۱۴۴	۴-۱ نامگذاری فازی
۱۴۴	۴-۱-۱ تعریف
۱۴۵	۴-۱-۲ گزاره
۱۴۵	۴-۱-۹ نامعادلات فازی
۱۴۵	۴-۱-۹-۱ نامعادلات فازی $\mu_1 \mu_x + \mu_2 \leq \mu_3$
۱۴۶	۴-۱-۹-۲ نامعادلات فازی $\mu_1 \mu_x^2 + \mu_2 \mu_x + \mu_3 \leq \mu_4$
۱۴۶	خلاصه فصل چهارم
۱۴۷	خودآزمایی تشریحی فصل چهارم
۱۴۹	فصل پنجم: روابط فازی و ترکیبیات
۱۴۹	هدف کلی
۱۴۹	هدف‌های یادگیری
۱۴۹	مقدمه
۱۵۰	۵-۱ نرم‌های مثلثی
۱۵۰	۵-۱-۱ تعریف
۱۵۱	۵-۱-۲ گزاره
۱۵۲	۵-۱-۳ گزاره
۱۵۲	۵-۱-۴ تعریف
۱۵۲	۵-۱-۵ قضیه
۱۵۳	۵-۱-۶ تعریف
۱۵۳	۵-۱-۷ گزاره
۱۵۳	۵-۱-۸ تعریف
۱۵۴	۵-۱-۹ گزاره
۱۵۴	۵-۱-۱۰ نتیجه
۱۵۵	۵-۲ مولدهای $\mathcal{L}$ نرم‌ها
۱۵۵	۵-۲-۱ تعریف

۱۵۵	۵-۲-۲ قضیه
۱۵۶	۵-۲-۳ قضیه
۱۵۶	۵-۲-۴ تعریف
۱۵۶	۵-۲-۵ تعریف
۱۵۷	۵-۲-۶ قضیه
۱۵۸	۵-۲-۷ قضیه
۱۵۸	۵-۲-۸ قضیه
۱۶۱	۵-۳ هم نرم مثلثی
۱۶۲	۵-۳-۱ تعریف
۱۶۲	۵-۳-۲ قضیه
۱۶۳	۵-۳-۳ تعریف
۱۶۳	۵-۳-۴ گزاره
۱۶۳	۵-۴ مولد ۱ هم نرم
۱۶۳	۵-۴-۱ قضیه
۱۶۵	۵-۵ استنتاج فازی
۱۶۶	۵-۵-۱ تعریف استنتاج فازی
۱۶۷	۵-۵-۲ تعریف
۱۶۷	۵-۵-۳ گزاره
۱۶۸	۵-۵-۴ قضیه
۱۶۹	۵-۵-۵ قضیه
۱۷۰	۵-۶ رابطه دوتایی فازی
۱۷۱	۵-۶-۱ تعریف
۱۷۲	۵-۷ ترکیب ماکزیمم - مینیمم روابط فازی
۱۷۲	۵-۷-۱ تعریف
۱۷۲	۵-۸ عملگر ترکیب ماکزیمم - مینیمم فازی
۱۷۳	۵-۸-۱ تعریف
۱۷۳	۵-۸-۲ تعریف
۱۷۶	۵-۹ تصویر رابطه فازی
۱۷۶	۵-۹-۱ تعریف
۱۷۶	۵-۹-۲ تعریف
۱۷۷	۵-۹-۳ گزاره
۱۷۸	۵-۱۰ رابطه هم‌ارزی فازی
۱۷۸	۵-۱۰-۱ تعریف
۱۷۹	۵-۱۰-۲ قضیه
۱۷۹	۵-۱۰-۳ قضیه
۱۸۲	۵-۱۱ افراز فازی

۱۸۲	۵-۱۱-۱ تعریف
۱۸۴	۵-۱۱-۲ تعریف
۱۸۵	۵-۱۲ عملیات جبری روی روابط فازی
۱۸۶	۵-۱۲-۱ تعریف
۱۸۷	۵-۱۳ توسیع مجموعه فازی به کمک رابطه فازی
۱۸۷	۵-۱۳-۱ تعریف
۱۸۸	۵-۱۴ فاصله فازی روی مجموعه فازی
۱۸۸	۵-۱۴-۱ تعریف
۱۸۸	۵-۱۴-۲ تعریف
۱۸۹	۵-۱۴-۳ تعریف
۱۸۹	۵-۱۴-۴ تنبیه
۱۹۰	۵-۱۴-۵ تعریف
۱۹۲	خلاصه فصل پنجم
۱۹۲	خودآزمایی تدریجی فصل پنجم
۱۹۵	فصل ششم: گراف فازی و روابط
۱۹۵	هدف کلی
۱۹۵	هدف‌های یادگیری
۱۹۵	مقدمه
۱۹۶	۶-۱ گراف فازی
۱۹۶	۶-۱-۱ تعریف
۱۹۷	۶-۱-۲ تعریف
۱۹۸	۶-۱-۳ گزاره
۱۹۸	۶-۱-۴ گزاره
۱۹۹	۶-۱-۵ گزاره
۲۰۲	۶-۱-۶ تعریف
۲۰۳	۶-۱-۷ گزاره
۲۰۳	۶-۱-۸ تعریف
۲۰۴	۶-۱-۹ تعریف
۲۰۶	۶-۱-۱۰ تعریف
۲۰۷	۶-۱-۱۱ تعریف
۲۰۷	۶-۱-۱۲ قضیه
۲۰۸	۶-۱-۱۳ تعریف
۲۱۱	۶-۱-۱۴ قضیه
۲۱۲	۶-۱-۱۵ تعریف
۲۱۲	۶-۲ مکمل گراف فازی
۲۱۲	۶-۲-۱ تعریف

۲۱۳	۶-۲-۲ گزاره
۲۱۴	۶-۲-۳ تعریف
۲۱۴	۶-۲-۴ قضیه
۲۱۵	۶-۲-۵ قضیه
۲۱۵	۶-۳ عملیات جبری روی گراف‌های فازی
۲۱۶	۶-۳-۱ تعریف
۲۲۰	۶-۳-۲ قضیه
۲۲۰	۶-۳-۳ قضیه
۲۲۲	۶-۳-۴ قضیه
۲۲۶	۶-۴ درخت فازی
۲۲۶	۶-۴-۱ تعریف
۲۲۸	۶-۴-۲ تعریف
۲۲۹	۶-۴-۳ قضیه
۲۲۹	۶-۴-۴ گزاره
۲۳۱	۶-۴-۵ قضیه
۲۳۱	خلاصه فصل ششم
۲۳۱	خود آزمایی تشریحی فصل ششم
۲۳۵	نمادها
۲۳۷	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۲۴۲	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۲۴۵	منابع

پیشگفتار مؤلف

نظریه مجموعه‌های فازی، عنوان یکی از شاخه‌های علوم نوین همیشه موقعیت منحصر به فرد و زمینه پر از کاربردی داشته و دارد. ضرورت کاربرد مؤثر این علم در تمام شاخه‌های علمی تردیدناپذیر است. امروزه تمام علوم مهندسی به نوعی که به تخصص آن علم مرتبط است، وارد فقه علم فازی شده‌اند که گاهی برای تسریع نتایج علمی و در شهودی کردن نتایج عملی تاثیر بسزایی داشته است و البته در تمامی علوم غیر مهندسی هم آثار علوم فازی دیده می‌شود. از اینجایی که علوم فازی بر پایه منطقی تحت عنوان منطق فازی استوار هستند، به صورت طبیعی مشکل گشای علوم منطقی هستند. باعث افتخار است که لطف علی رحیم‌اوغلو، سکریزاده لطفی مشهور به لطفی‌زاده به عنوان پدر علم فازی متولد سرزمین پرافتخارمان ایران اسلامی است که به عنوان ریاضیدان، مهندس کامپیوتر و مهندس برق در تمام دنیا شناخته شده است. در این کتاب پیش‌رو، ما کوشش کرده‌ایم تا مفاهیم، مطالب و قضایا را به صورت مفهومی و علمی چنان ارائه دهیم که بر اصل خودآموزی استوار باشد. برای این هدف و منظور هر فصل شامل مطالب کاربردی و تکنیکی است که موجب می‌شود خواننده نسبت به حل تمرینات مهارت لازم را به دست آورد. تلاش مؤلفان بر این است که ضمن ارائه مفاهیم علم فازی در علوم پایه، نگاهی هم به سایر رشته‌های دیگر داشته باشند تا با ایجاد انگیزه خواننده به مسائل نمای کاربردی بدهند، که این کار با معرفی منابع و مقالات کاربردی داخل و خارج همراه است.

در فصل اول، مطالب موردنیاز فصل‌های بعد و خاصیت‌های اساسی مجموعه‌ها ارائه شده‌است. در فصل دوم، به مفهوم منطق ریاضی و انواع منطق‌های چندارزشی پرداخته‌ایم. فصل سوم، به مطالعه مجموعه‌های فازی و خواص آن می‌پردازد. در فصل چهارم، براساس مفاهیم مجموع عادی فازی به مقادیر فازی و اعداد فازی می‌پردازیم. در فصل پنجم، تعمیم روابط فازی را ارائه کرده و انواع آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌ایم. در فصل ششم به موضوع مهم و کاربردی گراف‌ها و درخت‌های فازی پرداخته‌ایم. از آنجایی که اثر علمی نمی‌تواند بدون ایراد باشد، از خوانندگان محترم به‌ویژه دانشجویان کارشناسی، کارشناسی ارشد، دکتری و اساتید محترم دانشگاه تقاضا می‌شود نمرات و پیشنهادهای خود را برای نویسندگان کتاب ارسال کنند تا در تجدید نظر برای چاپ بعدی مورد استفاده قرار گیرد. در پایان بر خود لازم می‌دانیم از کسانی که در مراحل مختلف چاپ این کتاب مؤلفان را یاری کرده‌اند سپاسگزاری شود. در ابتدا از ویراستار محترم علمی کتاب جناب آقای دکتر آرشام برومند سعید که از نظرات و پیشنهادات ارزشمند ایشان استفاده کردیم تشکر و قدردانی می‌کنیم. از زحمات بی‌دریغ جناب آقای محمدرضا قاسمی منفرد، جناب آقای سیدمحمد موسوی، سرکارخانم کرمی و جناب آقای خاتمی که در تمامی مراحل نگارش این کتاب همراه و همکار مؤلفان بودند کمال تشکر و قدردانی را داریم. همچنین از همکاران محترم در مدیریت تدوین به‌خصوص جناب آقای رامین که به‌دلیل همراهی و راهنمایی‌های دلسوزانه صمیمانه تشکر می‌کنیم.