

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

گردآوری و تدوین:

دکتر بیژن طائی

استاد دانشکده‌ی علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان



دانشگاه علمی کاربردی

مرکز

شماره کتاب ۱۲۵

گروه علوم ۲۵

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

پدیدآورنده	دکتر بیژن طائری
مدیر تولید	دکتر محمدرضا کوشش
ویراستار	دکتر ملیحه یوسف‌زاده
طراح جلد	آیدا رضایی
ناشر	مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان
لیتوگرافی، چاپ و صحافی	چاپخانه دانشگاه صنعتی اصفهان
چاپ اول	بهار ۱۳۹۲
شمارگان	۲۰۰۰ جلد
شابک	۹۷۸-۶۹۴-۸۴۷۶-۸۱-۱
قیمت	۱۳۰۰۰ تومان

سرشناسه	۱۳۴۰-۱۳۴۰
عنوان و نام پدیدآور	مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی / گردآوری و تدوین بیژن طائری
مشخصات نشر	اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	چهار ۳۷۳ ص
شابک	۹۷۸-۶۹۴-۸۴۷۶-۸۱-۱
وضعیت فهرست نویسی	فیفا
یادداشت	واژه‌نامه
یادداشت	نمایه
موضوع	ماتریس‌ها - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	جبر خطی - راهنمای آموزشی (عالی)
شانه افزوده	دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر
رده‌بندی کنگره	۱۳۹۲ ۲ ۲م / ط ۸۸۸ QA۱۸۸
رده‌بندی دیویی	۹۳۴۰۷۶/۵۱۲
شماره کتابشناسی ملی	۳۱۳۶۱۱۸

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان محفوظ است.

اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان - مرکز نشر - کدپستی ۸۴۱۵۶-۸۳۸۱۱

تلفن: ۰۳۱۱-۳۹۱۲۵۰۹ و ۰۳۱۱-۳۹۱۲۵۵۲ (دورنگار) (۰۳۱۱)

فهرست مطالب

دو	مقدمه
۱	فصل ۱ ماتریس‌ها و اعمال جبری روی آن‌ها
۱	۱.۱ میدان
۵	۲.۱ هم‌ارزی
۱۷	۳.۱ دستگاه معادله‌های خطی
۳۳	۴.۱ ماتریس‌های وارون‌پذیر
۴۵	فصل ۲ دترمینان
۴۵	۱.۲ بسط لاپلاس بر حسب ستون اول
۵۰	۲.۲ خواص دترمینان
۵۴	۳.۲ دترمینان و وارون‌پذیری
۷۱	فصل ۳ فضاهای برداری و خواص آن‌ها
۷۱	۱.۳ خواص مقدماتی فضاهای برداری
۷۴	۲.۳ زیر فضا
۸۰	۳.۳ استقلال و وابستگی خطی
۸۱	۴.۳ پایه و بعد
۹۸	۵.۳ رتبه‌ی ماتریس
۱۰۴	۶.۳ فضای خارج قسمتی
۱۰۸	۷.۳ جمع زیرفضاها
۱۲۱	فصل ۴ تبدیل‌های خطی
۱۲۱	۱.۴ خواص مقدماتی تبدیل‌های خطی

۱۳۴	رتبه و پوچی تبدیل‌های خطی	۲.۴
۱۴۳	فضای تبدیل‌های خطی	۳.۴
۱۴۹	قضایای یکرختی و کاربرد آن‌ها	۴.۴

۱۵۳	فصل ۵ بررسی خواص تبدیل خطی	
۱۵۳	چندجمله‌ای‌ها روی یک میدان	۱.۵
۱۵۵	مقادیر ویژه	۲.۵
۱۷۶	قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه	۳.۵
۱۹۹	فرم‌های نرم	۴.۵

۲۱۷	فصل ۶ فضاهای ضرب داخلی	
۲۱۷	ضرب داخلی	۱.۶
۲۲۴	متعامدسازی	۲.۶
۲۳۰	ماتریس‌های متعامد	۳.۶
۲۴۲	تجزیه‌ی ماتریس	۴.۶
۲۵۳	ماتریس‌های متقارن	۵.۶
۲۵۸	ایزومتري	۶.۶

۲۷۳	فصل ۷ مباحث و کاربردهایی از جبر خطی	
۲۷۳	کاربرد در رابطه‌های بازگشتی خطی	۱.۷
۲۸۱	کاربرد در فرم‌های درجه‌ی دوم	۲.۷
۲۸۹	کاربرد در روش کمترین مربعات	۳.۷
۲۹۸	کاربرد در حل دستگاه معادله دیفرانسیل خطی	۴.۷
۳۰۹	ضرب تانسوری	۵.۷
۳۱۷	فرم‌های معین و نیمه معین مثبت	۶.۷
۳۳۸	نرم ماتریسی	۷.۷

۳۵۵	واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی	
۳۶۱	واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی	
۳۶۷	فهرست نمادها	
۳۶۹	نمایه	

مقدمه

جبر خطی از مهم‌ترین مباحث در ریاضی است. کاربردهای نظری و عملی بسیار زیاد، آن را به شاخه‌ای جذاب از ریاضی تبدیل کرده است. کمتر شاخه‌ای از ریاضیات را می‌توان یافت که از جبر خطی استفاده نکند. این اهمیت باعث شده درس جبر خطی درس پایه‌ای برای برخی از رشته‌های علمی و مهندسی و تکمیلی علوم و مهندسی مطرح باشد. بنابراین برای چگونگی ارائه‌ی اولین فصل در جبر خطی توافق نظر وجود ندارد. بسته به نوع دانشجویان در کلاس، گاهی ممکن است تنها جنبه‌های محاسباتی و گاهی جنبه‌های کاملاً نظری آن در نظر گرفته شود. به نظر من هیچ‌کدام نباید منجر به ضعف کلی دیگری شود. علاوه بر آماده سازی دانشجو برای درک مفاهیم نظری باید جنبه‌های کاربردی و محاسباتی آن نیز مورد توجه قرار گیرد. البته برای اولین درس بهتر است برخی مفاهیم نظری ساده‌تر ارائه و از اثبات‌های نظری پیچیده و مشکل صرف‌نظر کرد. در این کتاب علاوه بر جنبه‌های نظری که به دقت بررسی شده‌اند برخی از جنبه‌های کاربردی و پیشرفته‌تر نیز لحاظ شده‌اند.

کتاب حاضر مشتمل بر ۷ فصل است. در فصل اول مفاهیم زیادی ماتریس‌ها، اعمال جبری روی آن‌ها و کاربرد ماتریس‌ها در حل دستگاه معادلات خطی بررسی شده است. در فصل دوم مفهوم دترمینان ماتریس و نحوه‌ی و محاسبه و کاربرد آن در حل دستگاه معادلات خطی بررسی شده است. در فصل سوم مفهوم فضای برداری و مفاهیم وابسته به آن، تبدیل زیرفضا، استقلال و وابستگی خطی، پایه و بعد، حاصل جمع مستقیم زیرفضاها، و فضاهاهای خطی سمتی را بررسی می‌کنیم. در فصل چهارم تبدیل‌های خطی و ارتباط آن‌ها با ماتریس‌ها و مفاهیم مرتبط و جبری تبدیل‌های خطی را بررسی می‌کنیم. در فصل پنجم تاثیرات یک تبدیل خطی بر فضای برداری را بررسی می‌کنیم. چندجمله‌ای‌های می‌نمال و سرشت‌نمای تبدیل خطی را معرفی و ارتباط بین آن‌ها را بررسی می‌کنیم. مقادیر و بردارهای ویژه‌ی تبدیل خطی را معرفی و نحوه‌ی یافتن آن‌ها را تشریح می‌کنیم. شرط لازم و کافی برای این که یک نمایش ماتریسی یک تبدیل خطی در یک پایه به صورت قطری باشد را اثبات می‌کنیم. نشان می‌دهیم یک فضای برداری به جمع مستقیم زیرفضاهاهای وابسته به تبدیل خطی تجزیه می‌شود، این مطلب به قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه یا قضیه‌ی تجزیه‌ی طیفی معروف است. کاربردهای قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه در نمایش ماتریسی یک تبدیل خطی به صورت قطری، مثلاً، بلوک ژردان، و ... را بررسی می‌کنیم. در فصل ششم

ضرب داخلی روی فضاهاى بردارى حقیقی و مختلط را بررسی می‌کنیم. نامساوى کشی-شوارتز و فرایند متعامدسازی گرام-اشمیت، قضیه‌ی تجزیه‌ی متعامد و بهترین تقریب را ثابت می‌کنیم. تبدیل‌های خطی روی فضاهاى بردارى که مجهز به یک ضرب داخلی هستند را بررسی می‌کنیم. ایزومتري‌ها و خواص اساسی آن‌ها را تشریح و آن‌ها را رده‌بندی می‌کنیم. ماتریس‌ها متعامد، هرمیتی، یکانی و خواص آن‌ها را تشریح می‌کنیم. نشان می‌دهیم ماتریس‌های متقارن به طور متعامد و ماتریس‌های هرمیتی به طور یکانی قطری شدنی هستند. هم‌چنین مقادیر منفرد و تجزیه‌ی منفرد ماتریس‌ها را بررسی می‌کنیم. در نهایت در فصل هفتم کاربردها و مباحث دیگری از جبر خطی را ارائه می‌کنیم. در این فصل دنباله‌های خطی بازگشتی، فرم‌های درجه‌ی دوم، راس‌های این روبات، دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی همگن، ضرب‌های تانسوری، فرم‌های دو خطی متقارن، متناوب و هرمیتی، فرم‌ها و ماتریس‌های معین مثبت و در نهایت نرم ماتریس را بررسی می‌کنیم.

این کتاب برای دانشجو دو نیمسال مناسب است و هیچ پیش‌نیازی برای آن لازم نیست. دانشجو تنها باید با مفاهیم اولیه‌ی ریاضیات از قبیل مجموعه، تابع، اعداد حقیقی و مختلط، ... آشنا باشد. برای اولین درس جبر خطی بهتر است فصل اول تا فصل پنجم و دو بخش اول از فصل ششم را در نظر گرفت. البته برای این‌که مفاهیم مهم از قبیل قطری‌سازی و فرم‌های مثلثی و ژردان بررسی شوند، بهتر است فصل دوم، صورت سطحی و ارائه‌ی کلی نتایج، تنها به منظور محاسبه‌ی دترمینان ماتریس در نظر گرفته شود. هم‌چنین اثبات برخی از قضایا مثل قضیه‌ی تجزیه اولیه و قضیه‌ی فرم ژردان و مقدمات اثبات آن‌ها، در اولین درس لازم نیست. حل و یا راهنمایی برای حل تعدادی از تمرین‌ها هم‌چنین هر مطلب دیگر در مورد کتاب در آدرس اینترنتی <http://taeri.iut.ac.ir> قرار دارد. از خدایگان گرامی تقاضا دارم هر نکته در مورد کتاب را با اینجانب در میان بگذارند.

بیژن طائری

دانشکده علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان

b.taeri@cc.iut.ac.ir