

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## مینیاتورهای ریاضی

مؤلفان:

اسوتسلاو ساوچف - تیتو اندریکو

مترجم: محمد شریفی

(برنده مدال نقره کشوری المپیاد ریاضی ۱۳۷۹ و ۱۳۸۰)

|                     |                                                                         |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| سرسنانه             | : ساوچف، استوسلاو Savchen, Svetoslav                                    |
| عنوان و نام پدیدآور | : مینیاتورهای ریاضی / استوسلاو ساوچف - تیتو آندریسکو؛ مترجم محمد شریفی. |
| مشخصات نشر          | : تهران : دانش پژوهان جوان، ۱۳۹۳.                                       |
| مشخصات ظاهری        | : ۲۴۸ ص.                                                                |
| شابک                | : ۹۷۸-۶۰۰-۵۲۳۰-۳۲-۱                                                     |
| وضعیت فهرست نویسی   | : فیبا                                                                  |
| یادداشت             | : عنوان اصلی: <i>Mathematical miniatures, c2003</i>                     |
| موضوع               | : ریاضیات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره                                     |
| موضوع               | : حل مساله                                                              |
| شناسه افزوده        | : آندریسکو، تیتو، ۱۹۵۶ - م.                                             |
| شناسه افزوده        | : Andreescu, Titu                                                       |
| شناسه افزوده        | : شریفی، محمد، ۱۳۶۱ - ، مترجم                                           |
| رده بندی کنگره      | : QA۴۳۳ س۲م۹ ۱۳۹۳                                                       |
| رده بندی دیویی      | : ۵۱۰                                                                   |
| شماره کتابشناسی ملی | : ۳۴۶۸۴۷۳                                                               |

## مینیاتورهای ریاضی

مؤلف: استوسلاو ساوچف - تیتو آندریسکو

مترجم: محمد شریفی

ویراستار: محمد علی محمدآبادی

چاپ اول: ۱۳۹۲

قطع: وزیری

تیراژ: ۲۰۰۰ نسخه

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۵۲۳۰-۳۲-۱

قیمت: ۱۱۹۰۰ تومان



ناشر: کتابهای المپiad

آدرس: میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، خیابان شهید نظری، بین خیابان منیری جاوید و

۱۲ فروردین، پلاک ۱۰۵، طبقه ۳، واحد ۱۱ تلفن: ۶۶۴۹۸۵۲۳۴-۶۶۴۹۸۹۹۸-۶۶۴۹۶۳۶۳

[www.irolympiad.com](http://www.irolympiad.com)

کدپستی: ۱۳۱۴۶۷۵۹۳۴

دورنگار: ۶۶۹۵۳۲۵۰

## مقدمه مؤلف

تابستان سال ۱۹۹۳ در ترکیه و در جریان برگزاری المپیاد بین‌المللی ریاضیات بود، که یک بلغاری و یک رومانیایی - آمریکایی تصمیم گرفتند کتابی در حوزه حل مسئله بنویسند. این تصمیم، دو فردی را که به اندازه‌ی نیمی از کره زمین از هم دور بودند، به زبان یکدیگر صحبت نمی‌کردند و یکدیگر را به خوبی نمی‌شناختند، گرد هم آورد. شش ماه بعد، آن‌ها کتاب را در آمریکا شروع کردند.

ما، اسوتسلاو ساوچف، سردبیر مجله رومانیایی ریاضیات (Matematika) و تیتو برونکو سردبیر ارشد و سابق مجله Revista Mathematica Timisoara و سرپرست تیم المپیاد ریاضی رومانی، و اکنون مدیر کمیته ریاضی آمریکا و سرپرست تیم المپیاد آمریکا، هستیم.

موضوعات به دست آمده، با آن‌ها کار را شروع کردیم، گسترده بود و برگرفته از رقابت‌های ریاضی مختلف، کتاب‌ها، مقالات تحقیقاتی، بحث‌ها و مکاتبات شخصی مان و کارهای خودمان بود. این موضوعاتی در ریاضی، مطمئناً فراتر از اهداف عملی یک کتاب حل مسئله متعارف بود. جذاب‌ترین بخش‌های ریاضی، برای آنکه تکنیک‌های حل مسئله را نمایان کنند، به سختی در ساختارهای سنتز می‌گنجند. عمق و جذابیت این مطالب، ایجاب می‌کند که برای چنین موضوعاتی قالب حل‌گامی طراحی شود؛ و طرح اولیه ما این بود که یک نقش کمکی برای این موضوعات تعیین کنیم تا در عوض قرار گرفتن در تنگنا، دستان بازتر شود.

کم‌کم این ایده منجر به دسته‌بندی مطالب بر مبنای فصل‌های جداگانه شد. با انجام این کار، همچنین امیدوار بودیم که بتوانیم بر جنبه طبیعی این موضوعات در ارتباط با تجربیات ناب ریاضی، تاکید کنیم؛ و در واقع، آیا این «فتق یک مسئله دیگر» است که با کار خلاقانه که بعضاً این خلاقیت برجسته است، برای این موضوعات، طرح شده و در یک آزمون ارائه شده است؟ و یا در جایی دیگر، آیا این فقط یک مسئله المپیاد است که به سهولت قابل تعمیم به یک نتیجه گسترده و جذاب است؟

در راستای این کار، بخش دیگری از کتاب متولد شد، مقالاتی از موضوعاتی که نه تنها کاربردی‌اند، بلکه بسیار زیبا هستند و جذابیت ذاتی دارند. این مقالات، بسیار متنوع‌اند و با ایده‌های غیرمتعارف و تازه، جذابیت ایجاد می‌کنند. معتقدیم که آن‌ها، مینیاتورهای کارهای اصیل ریاضی و در عین شایستگی‌اند.

بنابراین قسمتی از کتاب را می‌توان به عنوان جعبه ابزار تکنیک‌های حل مسئله در نظر گرفت و قسمت دیگر، گلچین کوچکی از قطعات ریاضی در سطحی خاص است. ذکر صحیح منابع، کار راحتی نبود. تعدادی از گزاره‌ها و اثبات‌های کتاب را خودمان

انجام دادیم، اما در داخل متن کتاب، به خودمان ارجاع ندادیم. در بقیه موارد، منبع و یا مؤلف سؤال را بر اساس دانسته‌هایمان ذکر کردیم، و سپاسگزار کسانی هستیم که این منابع را در اختیار ما قرار دادند و در اینجا به اسامی آن‌ها اشاره نمی‌کنیم. فصل‌های ۱۷ و ۴۹-۲۰ توسط اسوتسلاو ساوچف و فصل‌های ۱۶-۱، ۱۹-۱۸ و ۵۰ و قسمت «به جای سخن آخر» توسط تیتو آندریسکو نوشته شده است. مؤلف بلغاری، پیشنهاد داد تا با اضافه کردن قسمت «مسائل دست گرمی» و بخش‌های «زنگ تفریح» بعد از هر پنج فصل، کتاب را جذاب‌تر کنیم. ایشان همچنین در جمع‌آوری قسمت زیادی از مسائل زنگ تفریح‌ها، همکاری کردند. بعضی از این مسائل، کاملاً پیکارچو اند.

زمانی که دست‌نوشته این کتاب آماده شد، هنوز نمی‌توانستیم تصور کنیم که چه حجمی از کار را باقی مانده است. اعضای گروه ویراستاری یکدیگر را در جریان این کتاب قرار دادند و در نهایت، ما را از تغییرات و پیشنهادات گسترده‌شان مطلع کردند. وظیفه آن‌ها بسیار سخت بود. ما با دقت نظر و وسواس خاصی از پس آن برآمدند. همچنین تغییرات مثبت زیادی را به ما پیشنهاد دادند. دوستانی بسیاری از افراد ایجاد شد. در این راستا از همه کسانی که در ۹ سال اخیر به هر طریقی با ما همکاری کردند تا نسخه نهایی کتاب آماده شود، قدردانی می‌کنیم.

تحمل زیادی زمان کار مشترک برای خان‌اده‌های ما آسان نبود. اما مادران ما، همسرانمان و فرزندانمان، بسیار صبور، فداکار و خرسند بودند. آخرین قدردانی را به آن‌ها تقدیم می‌کنیم. اما آندریسکو و کریستو ساوچف تقریباً زمانی که متن کتاب آماده شده بود، فوت کردند. امیدواریم این کتاب یادبودی از خیره‌انگشان آن‌ها باشد.

اسوتسلاو ساوچف

تیتو آندریسکو

|    |                        |    |
|----|------------------------|----|
| ج  | مقدمه مؤلف             | ۱  |
| ۱  | مسائل دست در می        | ۲  |
| ۴  | یک مجموع تلسکوپی       | ۳  |
| ۶  | اتحاد لاگرانژ          | ۴  |
| ۸  | مربع کامل‌ها           | ۵  |
| ۱۱ | کوچک‌ترین مضرب مشترک   | ۶  |
| ۱۳ | تغییر متغیرهای مثلثاتی | ۷  |
| ۱۸ | زنگ تفریح ۱            | ۸  |
| ۲۱ | قضیهٔ پاپویکیو         | ۹  |
| ۲۳ | اتحاد کاتالان          | ۱۰ |
| ۲۶ | چند نابرابری           | ۱۱ |

|    |                                        |    |
|----|----------------------------------------|----|
| ۳۲ | بردارها                                | ۹  |
| ۳۶ | استقرای ریاضی کاربردی                  | ۱۰ |
| ۴۰ | زنگ تفریح ۲                            |    |
| ۴۳ | یک بخش‌پذیری بزرگ دترمینانی            |    |
| ۴۵ | اتحاد هرमित                            |    |
| ۴۹ | نبالدهای کامل                          | ۱۳ |
| ۵۲ | سه چندمائی                             | ۱۴ |
| ۵۵ | مطالب تکمیلی در روش‌های تقریبی         | ۱۵ |
| ۶۰ | زنگ تفریح ۳                            |    |
| ۶۳ | یک اتحاد کلاسیک                        | ۱۶ |
| ۶۶ | توابع ضربی                             | ۱۷ |
| ۷۰ | پرویزوولوف «دلخواه»                    | ۱۸ |
| ۷۴ | نابرابری هولدر                         | ۱۹ |
| ۷۸ | تقارن                                  | ۲۰ |
| ۸۳ | زنگ تفریح ۴                            |    |
| ۸۶ | او می‌داند که من می‌دانم که او می‌داند | ۲۱ |

|     |                                        |    |
|-----|----------------------------------------|----|
| ۸۹  | یک نابرابری خاص                        | ۲۲ |
| ۹۰  | دو ساختار استقرایی                     | ۲۳ |
| ۹۳  | چند مسئله قدیمی هندسه                  | ۲۴ |
| ۹۹  | استدلال‌های حدی                        | ۲۵ |
| ۱۰۴ | رنگ تفریح ۵                            | ۲۵ |
| ۱۰۷ | نابرابری AMS                           | ۲۶ |
| ۱۱۰ | قضیه‌ها یک                             | ۲۷ |
| ۱۱۴ | دو رویکرد                              | ۲۸ |
| ۱۲۰ | محور اصلی                              | ۲۹ |
| ۱۲۴ | اصل لانه کبوتری                        | ۳۰ |
| ۱۳۰ | رنگ تفریح ۶                            | ۳۰ |
| ۱۳۳ | مسئله سه کوزه                          | ۳۱ |
| ۱۳۷ | یکسوسازی مسیرها                        | ۳۲ |
| ۱۴۰ | دستگاه‌های اعداد                       | ۳۳ |
| ۱۴۵ | مطالب تکمیلی‌تر در مورد چند جمله‌ای‌ها | ۳۴ |
| ۱۵۱ | تبدیلات هندسی                          | ۳۵ |

|     |       |                                     |
|-----|-------|-------------------------------------|
| ۱۵۷ | ..... | زنگ تفریح ۷                         |
| ۱۶۰ | ..... | مسئله بازی زندگی ۳۶                 |
| ۱۶۴ | ..... | چهاروجهی هایی با یک نقطه مشترک ۳۷   |
| ۱۶۷ | ..... | آیا باید بشماریم؟ ۳۸                |
| ۱۷۰ | ..... | حالا بیایید بشماریم! ۲              |
| ۱۷۶ | ..... | چند مسئله از نظریه اعداد مقدماتی ۴۰ |
| ۱۸۱ | ..... | زنگ تفریح ۸                         |
| ۱۸۴ | ..... | بازی اقلیدس ۴۱                      |
| ۱۸۸ | ..... | توان های کامل ۴۲                    |
| ۱۹۳ | ..... | مسئله $2n - 1$ ۴۳                   |
| ۱۹۸ | ..... | مسئله $2n + 1$ ۴۴                   |
| ۲۰۲ | ..... | مسئله $3n$ ۴۵                       |
| ۲۰۴ | ..... | زنگ تفریح ۹                         |
| ۲۰۷ | ..... | مجموع های دوتایی ۴۶                 |
| ۲۱۱ | ..... | تصادف های صحیح ۴۷                   |
| ۲۱۵ | ..... | مجموعه های غیر قابل مقایسه ۴۸       |

۴۹ دنباله مورس ..... ۲۱۸

۵۰ از مسائل مورد علاقه اردوش ..... ۲۲۴

به جای سخن آخر ..... ۲۲۷

راژنه ..... ۲۲۹

www.ketab.ir