

به نام آن که جان را فکرت آموخت

آشنایی با مبانی ریاضیات

محمدرضا سپهری نو بندگان

عضو هیأت علمی دانشگاه شیراز

نشر آینه

۱۳۹۴

۱.۰ پیش گفتار

۱.۱.۰ ماجرا

ماجرا از این قرار است که پس از بازگشائی دانشگاهها، در برنامه آموزشی رشته ریاضی، مانند سایر رشته‌های دانشگاهی، تغییرات عمده‌ای به وجود آمد. یکی از این تغییرات، اضافه شدن درس مبانی ریاضیات به دروس الزامی این رشته است. از اهداف کلی آموزشی این درس، آشنائی دانشجویان با زبان و منطق ریاضی، به منظور ارتقای توانائی آنان در درست‌نویسی و درست‌اثبات کردن و آشنائی دانشجویان با پاره‌ای از مفاهیم بنیادی ریاضیات، مانند مجموعه‌ها و تابعها عنوان شده است.

در دانشگاه شیراز، تدریس این درس، از همان ابتدا، به اینجانب واگذار گردید. از آجائی که این درس، در آن زمان، نه تنها در کشور ما که در کشورهای دیگر نیز درس به نسبت جدیدی بود، کتاب درسی مناسب و شناخته شده‌ای برای آن در دسترس نبود.

اولین کتاب درسی، که با مشورت همکاران انتخاب کردم فصل اول ترجمه کتاب جبر گودمان بود. از همان ابتدا، متوجه شدم که این کتاب مناسب اهداف آموزشی این درس نیست.

دومین کتاب درسی که چند دوره تدریس کردم نسخه کپی شده از کتاب Set theory: an intuitive approach: نوشته شوونگ‌تی و... بود که آقای دکتر اسفندیار اسلامی از دانشگاه شهید باهنر کرمان برایم فرستاد. مطالب این کتاب با سرفصل درس مبانی ریاضیات همخوانی داشت. از این رو، قرار شد نسخه اصلی این کتاب تهیه و پس از تکثیر در اختیار دانشجویان قرار داده شود. اما، پس از مدتی جستجو، معلوم شد که این کتاب از چاپ خارج شده است. به دنبال کتاب دیگری می‌گشتم که شادروان دکتر کریم صدیقی نسخه‌ای از این کتاب، که تجدید چاپ شده بود و به Set

Theory with Applications تغییر نام یافته بود، از کانادا برایم فرستاد. نسخه اصلی (انگلیسی) این کتاب به تعداد زیادی تکثیر و در بسیاری از دانشگاه‌های کشور توزیع گردید. پس از چندی، این کتاب توسط آقای عمید رسولیان، عضو هیأت علمی دانشگاه تهران، ترجمه شد و مرکز نشر دانشگاهی، تهران با ویراستاری استاد منوچهر وصال منتشر نمود. از این به بعد، این کتاب، در اکثر دانشگاه‌های کشور، کتاب درسی درس مبانی ریاضیات شناخته شد. اینجانب ترجمه این کتاب را سالها تدریس کردم. سومین کتابی که مبحث منطقی درس مبانی ریاضیات را از آن تدریس نمودم کتاب درآمدي به منطقی جدید نوشته دکتر ضیاء موحد است.

چهارمین کتاب، کتاب مبانی و مقدمات علم ریاضی نوشته آقای ناصر بروجرديان است که بجز مبحث منطقی، بقیه مباحث مبانی ریاضیات را از این کتاب تدریس کرده‌ام.

از تمامی کتابهایی که ذکر آنها رفت بهره‌های وافری گرفته‌ام. حاصل این بهره‌ها، کتاب حاضر است که از پنج سال پیش نگارش آن را شروع کرده‌ام و هم‌اکنون رو به اتمام است.

۲.۱.۵ انگیزه

مهمترین انگیزه‌هایی که مرا به نگارش این کتاب واداشتند به قرار زیراند:

(۱) تجربه بیش از ربع قرن تدریس مبانی ریاضیات از کتابهای متعددی که ذکر بعضی از آنها در بالا رفت. و هم‌چنین، تدریس درسهای نظریه مجموعه‌ها و منطقی ریاضی که این دو درس، در واقع، پشتوانه علمی درس مبانی ریاضیات محسوب می‌شوند.

(۲) تجربه‌ای که در امر نگارش و ویرایش کتاب، در سالهای ۵۷-۱۳۵۵ در سازمان ویرایش و تولید فنی دانشگاه آزاد ایران (پیام نور فنی) کسب کرده‌ام. این سازمان، بعد از انقلاب، به مرکز نشر دانشگاهی تهران تغییر نام یافته است و هم‌اکنون از معتبرترین سازمانهای انتشاراتی کتابهای دانشگاهی است.

(۳) ظهور نرم‌افزار فارسی‌نک و نرم‌افزارهای مشابه، در عرصه نگارش کتابهای ریاضی. شاید این یکی، از سایر انگیزه‌ها قویتر باشد؛ زیرا، با کارهای سختی که، قبل از ظهور این نرم‌افزارها، انجام می‌شد تا یک کتاب ریاضی زیر چاپ رود آشنا بوده‌ام و می‌دیدم که این نرم‌افزارها چقدر کار را آسان می‌کنند.

۴) واگزینه دیگر اینکه اگر این کتاب را نمی‌نوشتیم در انجام وظیفه علمی خود مقصر می‌بودم.

۳.۱.۰ توضیحات

این کتاب شامل ۶ فصل است:

فصل ۱ به زبان ریاضیات اختصاص یافته است. در این فصل، در بخش اول، زبان عمومی ریاضیات، معرفی شده است و در بخش دوم، زبان نمادی ریاضیات. دلیل این تقسیم‌بندی زبان ریاضیات به زبان عمومی و زبان نمادی آموزش این نکته است که زبان ریاضیات همان زبان عمومی است یعنی، همان زبانی است که کتابهای ریاضی با آن نوشته می‌شوند؛ نه زبان نمادی. زبان نمادی، در خلال زبان معمولی ریاضیات زمانی به کار می‌رود که بخواهیم قسمتی از یک متن ریاضی را که در آن بیم ابهام می‌رود رفع ابهام کنیم؛ زیرا، یکی از ویژگیهای زبان نمادی مصون ماندن آن از ابهام است. دلیل دیگر این بوده است که بخش زبان نمادی بیش‌نیازی باشد برای درس مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها.

در زیربخش ۳.۱، انواع جمله‌ها ارائه گردیده است. دلیل طرح این مبحث، آن است که تشخیص نوع جمله در اثبات درست احکام ریاضی نقش مؤثری دارد. در این زیربخش، بحث جدید نمودار جمله‌ها پیش آمده است. برای هر جمله ریاضی، یک نمودار پیشنهاد شده است. این نوع نمودار را در جایی ندیده‌ام؛ البته، در بحث استنتاج یک نوع نمودار مطرح است که با این نوع نموداریکی نیست. هدف از این بحث، یعنی، رسم نمودار جمله‌ها، کسب مهارت در تشخیص نوع جمله‌ها و تجزیه آنها بوده است.

فصل ۲ به استنتاج می‌پردازد؛ استنتاج که از مهمترین اهداف درس مبانی ریاضیات است. از میان روشهایی که برای ارائه بحث استنتاج متداول است روش استنتاج طبیعی برگزیده شده است؛ زیرا، این روش همان روشی است که در اثبات احکام ریاضی به کار می‌رود؛ و به همین دلیل است که آن را روش استنتاج طبیعی نامیده‌اند. پس از کلیاتی در باب استنتاج، در بخش ۱، بحث استنتاج در دو مبحث جداگانه، منطق جمله‌ها و منطق سورها، در بخشهای ۲ و ۳، ادامه یافته است. در بخش ۲، بحث جدول ارزشها هم به میان آمده است؛ اما، بر آن تأکید نشده است. زیرا، این روش یک روش کاملاً مکانیکی است و

هیچ فایده آموزشی دربر ندارد.

در بخش پایانی این فصل، روش حل مسئله پولیا، تحت عنوان فوت و فن اثبات، مطرح شده است. منظور از حل مسئله در اینجا، اثبات احکام ریاضی است. در این بخش، نقش تشخیص نوع جمله ریاضی و نحوه به کار بردن قواعد استنتاج در اثبات احکام ریاضی تبیین گردیده است.

در این فصل، تنها به استنتاج اکتفا نشده است، بلکه، بعد از هر قاعده استنتاج، مثالی هم از مجموعه‌های مقدماتی آورده شده است. در واقع، خواننده در خلال این فصل، نگاهی اجمالی هم به مجموعه‌های مقدماتی می‌کند.

فصل ۳. در باب اعداد حقیقی است. از اهداف آموزشی این فصل یکی این است که فراگیرنده آنچه را که در دو فصل قبل، در مورد نگارش متنهای ریاضی و استنتاجهای ریاضی فرا گرفته است در اینجا عمل نماید تا آموخته‌هایش ماندگار بماند. هدف دیگر آموزشی این فصل اینکه با طرح بحث اعداد طبیعی، زمینه برای بحث استقرای ریاضی فراهم شود. در این فصل، استقرای ریاضی به عنوان یک قاعده استنتاج، مطرح شده است و معادل بودن آن با خاصیت خوشترتیبی اثبات گردیده است.

فصل ۴. این فصل در باب مجموعه‌هاست. در این فصل، بر دو موضوع تأکید گردیده است: یکی نمایش مجموعه‌ها و دیگری تعمیم اجتماع و اشتراک. دلیل تأکید بر نمایش مجموعه‌ها این است که به تجربه معلوم شده است که بسیاری از مشکلات آموزشی که در اثباتهای ریاضی برای نوآموزان پیش می‌آید ناشی از عدم شناخت کافی از نمایش مجموعه‌هایی به صورت $\{f, F\}$ است. به موضوع تعمیم اجتماع و اشتراک از آن جهت توجه شده است که در سایر دروس ریاضی، به وفور، ظاهر می‌شود.

فصل ۵. در این فصل، دو مفهوم مهم رابطه و تابع مورد بحث قرار گرفته‌اند. در بحث رابطه‌ها، رابطه‌های هم‌ارزی و ارتباط آنها با افرازا مطرح گردیده‌اند، و در بحث تابعها، شرطهای لازم و کافی برای یک‌به‌یک بودن تابع و پوشا بودن تابع اثبات شده‌اند.

فصل ۶. در این فصل، مجموعه‌های متناهی، مجموعه‌های نامتناهی و مجموعه‌های شمارا معرفی شده‌اند. ابتدا، توسط مجموعه‌های N_k ، مجموعه‌های متناهی تعریف شده‌اند و توسط مجموعه‌های متناهی مجموعه‌های نامتناهی، در مبحث

مجموعه‌های شمارا، هدف نهائی، اثبات قضیه «اجتماع شمارا از مجموعه‌های شمارا، شماراست» بوده‌است.

اعداد اصلی، اصل انتخاب و لم زرن در این کتاب آورده نشده‌اند؛ زیرا، اولاً به لحاظ سه واحدی شدن این درس، یعنی درس مبانی علوم ریاضی سه واحدی به جای درس مبانی ریاضی چهار واحدی، فرصتی برای تدریس این مبحث نمی‌ماند. دوم به این لحاظ که مبحث «اصل انتخاب و لم زرن» از سن ریاضی دانشجویان سال اول بالاتر می‌باشد. بنابراین، تدریس این مبحث در سال اول، عملاً، مفید نخواهد بود. اگر خدا یاری کند، این مبحث، در آینده نزدیک، به آخر کتاب ضمیمه خواهد شد.

۴.۱.۰ پیشنهاد

به مدرسانی که این کتاب را کتاب درسی، برای درس مبانی علوم ریاضی، انتخاب می‌کنند پیشنهاد می‌شود:

- از فصلهای ۱ و ۲، به خصوص فصل ۱، با سرعت گذر کنند، اما مبحث استقرای ریاضی از فصل ۲ و فصلهای ۳ و ۴ با تأمل.
- ممکن است طولانی شدن فصلهای ۱ و ۲ با سلیقه بعضی از مدرسان جور در نیاید. این مدرسان می‌توانند از فصل ۲ شروع کنند و در فصل ۲ از اثبات صوری (ستونی) قواعد فرعی استنتاجها چشم‌پوشی نمایند.
- از آنجائی که بسیاری از مطالب کتاب با تفصیل و توضیح و مثال کافی ارائه گردیده است، و منظور از آن، خودآموز بودن مطالب بوده است، می‌توان، برای صرفه‌جویی در وقت کلاس، مطالعه بعضی از این مطالب را به دانشجویان واگذار کرد؛ مانند، بیان بعضی از مثالها، اثبات پاره‌ای از قضایا و حتا بعضی از مبحثها، مثل: مبحث فوت و فن اثبات، بخش ۴.۲.

۵.۱.۰ سپاس‌داشت

بنابر وظیفه، از افراد زیر سپاس می‌دارم:

- تمام مدرسان و دانشجویانی که نسخه‌های پیش از چاپ این کتاب را مطالعه کرده‌اند و اشتباهات آن را تذکر داده‌اند؛ اجر همه آنان با خدا.

- جناب دکتر مهدی ابراهیمی، استاد دانشگاه شهید بهشتی؛ ایشان در سفری علمی که به دانشگاه شیراز داشتند، نسخهٔ ناتمامی از این کتاب را ورق زدند و در همان فرصت کوتاه، دستورات مفید و بجائی دادند که همگی انجام شد.
- آقای دکتر افشین امینی عضو هیأت علمی بخش ریاضی دانشگاه شیراز؛ ایشان با تدریس این کتاب و مطالعهٔ دقیق آن، تصحیحات دقیق و شایسته‌ای، هم در زمینهٔ ریاضی و هم در زمینهٔ نگارشی، انجام داده‌اند.
- خانم دکتر ساره حق‌خواه؛ ایشان با تدریس نسخهٔ پیش‌چاپ این کتاب، تصحیحات ارزشمندی را انجام داده‌اند.
- آقایان علی محمد روستا، دانشجوی سابق کارشناسی ارشد فیزیک و حجت فرزاد فرد دانشجوی دکتری ریاضی دانشگاه شیراز؛ از این دو بزرگوار، رمزها و فوت‌وفن‌های کارگشایی را از نرم‌افزار اسرارآمیز فارسی‌تک که با آن این کتاب را خود نگاشته‌ام و صفحه‌آرایی کرده‌ام، آموخته‌ام.

۶.۱.۰ درس مبانی

این درس، که نام قدیم آن مبانی ریاضیات و نام جدید آن مبانی علوم ریاضی و در بین دانشجویان ریاضی به مبانی شهرت یافته است، از همان ابتدای ورود به صحنهٔ دروس رشتهٔ ریاضی، معرکهٔ آرای صاحب‌نظران ریاضی دانشگاه‌های کشور گردیده است.

گروهی بر این باوراند که این درس، درسی ناکارآمد و غیرضروری است. اینان می‌گویند: این درس جز مشتبی اصطلاحات چیز ارزشمندی به معلومات دانشجو نمی‌افزاید و با این اصطلاحات کسی راه ریاضی خواندن را نمی‌یابد. تنها با گرفتن درس‌هایی درست و حسابی، مانند جبر و آنالیز و هندسه و... است که شخص عملاً، وارد میدان ریاضیات می‌شود و با وارد میدان شدن راه را هم می‌یابد.

در مقابل، گروهی دیگر معتقدند که اکثر مشکلاتی که بر سر راه آموزش ریاضیات عالی پدیدار می‌شوند ریشه در مبانی ریاضیات دارند. اینان می‌گویند: آن زمان که مبانی لازم نبوده است ریاضیات هم همگانی نبوده است؛ ضرورت این درس از زمانی احساس شده است که دانش ریاضی همگانی گردیده است. بعضی از این گروه، پا را فراتر گذاشته و می‌گویند: یک درس برای مبانی کافی نیست.

چنانکه ملاحظه می‌شود هر دو گروه حرف‌های قابل تأملی دارند. نتیجه آنکه درس

مبانی هم می‌تواند مفید باشد و هم غیر ضروری و این بستگی به آن دارد که چه کتابی تدریس شود، کدام مدرس درس دهد و با چه روشی تدریس گردد.

۷.۱.۰ کلامی با دانشجویان

شما دانشجویان درس شیرین مبانی علوم ریاضی، اگر اینجا و آنجا شنیده‌اید که این درس درس سختی است و قبول شدن در آن مرد حریف می‌خواهد. باور نکنید این حرفها حرف آن دسته از دانشجویانی است که درس‌شان را به موقع نمی‌خوانند، تمرین نمی‌کنند و تنها در شب امتحان دست به عمل ناشایست حفظ کردن می‌زنند. آنان با دقت میانه خوبی ندارند با قواعد مبانی ریاضیات سر جنگ دارند و از «چون و چرا» بی‌زارند. اگر شما قصد آن کرده‌اید که در این درس و سایر دروس ریاضی نمره خوب بیاورید و از مطالعه آنها لذت برید نکات زیر را رعایت نمایید.

- درس خواندن را برای شب امتحان نگذارید. درس خواندن مثل نماز خواندن است. مثل غذا خوردن است؛ هر روز باید درس بخوانید.

- کتاب درسی را «دقیق» بخوانید. از مطلبی که خوب نفهمیده‌اید به آسانی نگذرید. اگر مطلبی را متوجه نشدید از یک هم‌کلاسی مطمئن و یا استاد درس و یا استاد تمرین بپرسید. در مکتب ریاضی، زیاد خواندن معیار نیست خوب خواندن است که معیار است.

- «خواندن ریاضی» یعنی «نوشتن ریاضی». ریاضی که روزنامه و یا رمان نیست که بخوانیم و بگذریم. ریاضی را باید نوشت. کتاب را ببندید و قضایا را خود اثبات کنید و مثالها را خود حل کنید. به کتاب زمانی مراجعه کنید که بخواهید نوشته خود را و یا حل خود را با آن بسنجید. نوشته‌های ریاضی خود را به افراد مطمئن نشان دهید تا از صحت آنها مطمئن شوید.

- اگر در مسیر مطالعه ریاضی (یعنی نوشتن ریاضی)، مطلبی را متوجه نمی‌شوید یک احتمال آن است که مطالب «پیش‌نیاز» آن را نمی‌دانید. مطالب ریاضی زنجیروارند، یکی پیش‌نیاز دیگری است.

- شما را به شرکت در کلاس تمرین توصیه می‌کنم. شرکت در کلاس تمرین از شرکت در کلاس درس واجب‌تر است. از «کوئیز» یا امتحانک ترسید. از استاد درس و یا استاد تمرین بخواهید تا از شما کوئیز بگیرد.

• در کلاس ریاضی با علاقه شرکت کنید. ریاضی را با علاقه بخوانید. اگر به اینها علاقه ندارید، به مشاور مراجعه کنید و یا تغییر رشته دهید. انتخاب رشته تحصیلی مثل انتخاب همسر است. برای درآمد بیشتر و یا از سرناچاری آن را انتخاب نکنید. یک عمر می‌خواهید با آن زندگی کنید و به آن بپردازید.

از این دست توصیه‌ها فراوان است. استادان ریاضی شما، در فرصتهای مناسب، از این توصیه‌ها می‌کنند. آنها را جدی بگیرید.

www.ketab.ir

فهرست مندرجات

۱	پیش‌گفتار	۱.۰
۱	ماجرا	۱.۱.۰
۲	انگیزه	۲.۱.۰
۳	توضیحات	۳.۱.۰
۵	پیشنهاد	۴.۱.۰
۵	سیاس‌داشت	۵.۱.۰
۶	درس میانی	۶.۱.۰
۷	کلامی با دانشجویان	۷.۱.۰
۱۵	زبان ریاضیات	۱
۱۶	زبان عمومی ریاضیات	۱.۱
۱۶	اشیاء ریاضی و عالم سخن	۱.۱.۱
۱۶	عناصر زبان ریاضیات	۲.۱.۱
۲۹	انواع جمله‌های ریاضی	۳.۱.۱
۳۳	تمرین	۴.۱.۱
۳۶	زبان نمادی ریاضیات	۲.۱
۳۷	نمادهای زبان نمادی	۱.۲.۱
۴۱	ترجمه به زبان نمادی	۲.۲.۱
۴۴	نماد = (اینهمانی یا تساوی)	۳.۲.۱
۴۷	یادآوری نمادهای مجموعه‌ها و اعداد حقیقی	۴.۲.۱

۵۱	تمرین	۵.۲.۱
----	-------	-------

۲ استنتاج و قواعد آن

۵۴	استنتاج و اصطلاحات مربوط به آن	۱.۲
----	--------------------------------	-----

۵۴	استنتاج و صورت استنتاج	۱.۱.۲
----	------------------------	-------

۶۰	استنتاجهای معتبر	۲.۱.۲
----	------------------	-------

۶۲	استنتاج جمله‌ها و استنتاج سورها	۳.۱.۲
----	---------------------------------	-------

۶۳	تمرین	۴.۱.۲
----	-------	-------

۶۴	منطق جمله‌ها	۲.۲
----	--------------	-----

۶۴	قواعد اصلی استنتاج جمله‌ها	۱.۲.۲
----	----------------------------	-------

۷۲	اثبات اعتبار استنتاج جمله‌ها	۲.۲.۲
----	------------------------------	-------

۸۰	قواعد فرعی استنتاج جمله‌ها	۳.۲.۲
----	----------------------------	-------

۸۲	جدول ارزشها	۴.۲.۲
----	-------------	-------

۸۸	تمرین	۵.۲.۲
----	-------	-------

۹۳	منطق سورها	۳.۲
----	------------	-----

۹۳	قواعد اصلی استنتاج سورها	۱.۳.۲
----	--------------------------	-------

۱۰۲	قاعده‌های فرعی استنتاج سورها	۲.۳.۲
-----	------------------------------	-------

۱۰۵	قاعده‌های تساوی (اینهمانی)	۳.۳.۲
-----	----------------------------	-------

۱۰۶	تمرین	۴.۳.۲
-----	-------	-------

۱۰۷	فوت و فن اثبات (روش حل مسئله)	۴.۲
-----	-------------------------------	-----

۱۰۸	روش حل مسئله جورج پولیا	۱.۴.۲
-----	-------------------------	-------

۱۱۵	تمرین	۲.۴.۲
-----	-------	-------

۳ اعداد حقیقی

۱۱۸	اصول موضوع اعداد حقیقی	۱.۳
-----	------------------------	-----

۱۱۸	اصول موضوع جمع	۱.۱.۳
-----	----------------	-------

۱۲۳	اصول موضوع ضرب	۲.۱.۳
-----	----------------	-------

۱۲۵	اصول موضوع ترتیب	۳.۱.۳
۱۲۷	تمرین	۴.۱.۳
۱۲۸	استقرای ریاضی	۲.۳
۱۲۹	مجموعه اعداد طبیعی	۱.۲.۳
۱۳۱	قاعده استقرای ریاضی	۲.۲.۳
۱۳۵	خاصیت خوش ترتیبی	۳.۲.۳
۱۳۸	استقرای قوی	۴.۲.۳
۱۳۸	استقرای شروع از عدد طبیعی m	۵.۲.۳
۱۴۰	تعریف استقرایی یا بازگشتی	۶.۲.۳
۱۴۵	تمرین	۷.۲.۳
۱۴۷	مجموعه‌ها	۴
۱۴۸	مفهوم مجموعه و نمایش آن	۱.۴
۱۴۸	مفهوم مجموعه و عضویت	۱.۱.۴
۱۵۰	نمایش مجموعه	۲.۱.۴
۱۵۵	نمایش مجموعه‌هایی از اعداد حقیقی	۳.۱.۴
۱۵۶	تمرین	۴.۱.۴
۱۵۸	روابط و اعمال روی مجموعه‌ها	۲.۴
۱۵۸	روابط روی مجموعه‌ها	۱.۲.۴
۱۶۴	اعمال بر مجموعه‌ها	۲.۲.۴
۱۷۲	مجموعه جهانی	۳.۲.۴
۱۷۴	تمرین	۴.۲.۴
۱۷۶	تعمیم اجتماع و اشتراک	۳.۴
۱۷۶	تعمیم اجتماع	۱.۳.۴
۱۸۱	تعمیم اشتراک	۲.۳.۴
۱۸۴	تمرین	۳.۳.۴
۱۸۵	حاصل ضرب مجموعه‌ها	۴.۴

۱۸۵	زوج مرتب	۱.۴.۴
۱۸۶	حاصل ضرب مجموعه‌ها	۲.۴.۴
۱۹۰	تعمیم حاصل ضرب مجموعه‌ها	۳.۴.۴
۱۹۱	تمرین	۴.۴.۴

۵ رابطه و تابع

۱۹۳	رابطه	۱.۵
۱۹۳	تعاریف و مثال	۱.۱.۵
۱۹۷	رابطه هم‌ارزی	۲.۱.۵
۲۰۲	افزاین یک مجموعه	۳.۱.۵
۲۰۳	ارتباط افزایش و رابطه هم‌ارزی	۴.۱.۵
۲۰۷	تمرین	۵.۱.۵
۲۰۸	تابع	۲.۵
۲۰۸	کلیات	۱.۲.۵
۲۱۴	تصویر مستقیم و تصویر معکوس یک مجموعه	۲.۲.۵
۲۲۰	توابع یک‌به‌یک و پوشا	۳.۲.۵
۲۲۵	ترکیب توابع	۴.۲.۵
۲۲۹	تابع معکوس	۵.۲.۵
۲۲۹	تحدید و توسیع توابع	۶.۲.۵
۲۳۰	تمرین	۷.۲.۵

۶ مجموعه‌های نامتناهی

۲۳۶	هم‌عددی	۱.۶
۲۳۶	کلیات	۱.۱.۶
۲۳۹	مجموعه‌های N_k	۲.۱.۶
۲۴۰	مجموعه‌های متناهی	۳.۱.۶
۲۴۳	مجموعه‌های نامتناهی	۴.۱.۶
۲۴۶	تمرین	۵.۱.۶

۲۴۷	 مجموعه‌های شمارا	۲.۶
۲۴۸	 کلیات	۱.۲.۶
۲۴۹	 مجموعه‌های شمارای نامتناهی	۲.۲.۶
۲۵۰	 شناسائی مجموعه‌های شمارا	۳.۲.۶
۲۵۲	 خواص مجموعه‌های شمارا	۴.۲.۶
۲۵۴	 مجموعه‌های ناشمارا	۵.۲.۶
۲۵۵	 تمرین	۶.۲.۶

www.ketab.ir