
ریاضی مهندسی پیشرفته

گردآورنده

دکتر ناصر پرهیزگار

عضو هیات علمی و استادیار گروه مهندسی برق
دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز

نشر نگره

شیراز ۱۳۹۴

سرشناسه : پرهیزگار، ناصر، ۱۳۴۷-

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی مهندسی پیشرفته، دکتر ناصر پرهیزگار

مشخصات نشر : شیراز: نشر نگره، ۱۳۹۴

مشخصات ظاهری : ۲۱۶ ص.: مصور.

شابک : ۱۶۵۰۰۰ ریال: ۵-۷-۹۳۷۶۵-۹۷۸-۶۰۰

وضعیت فهرست‌نویسی : فیپای مختصر

یادداشت : فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی <http://opac.nlai.ir> قابل

دسترسی است.

شماره کتاب‌شناسی ملی : ۳۸۳۶۷۵۴

ریاضی مهندسی پیشرفته

دکتر ناصر پرهیزگار

چاپ اول / ۱۳۹۴

شابک: ۵-۷-۹۳۷۶۵-۹۷۸-۶۰۰

قیمت: ۱۶۵۰۰ تومان



نشر نگره

کلیه حقوق چاپ و نشر این اثر برای ناشر محفوظ است.

آدرس: شیراز، میدان گاز، کوچه ۹ بلوار آزادی (کوچه ۱۰ نارون)، پلاک ۱۳۰،

تلفن: ۰۹۱۷۱۰۰۲۱۳۸

آب دریا را اگر نتوان کشید هم به قدر تشنگی باید چشید

کتاب حاضر حاصل سال‌ها تجربه‌ی تدریس اینجانب در مقاطع مختلف رشته‌های مهندسی بوده و شامل مطالب و نکات مهم در زمینه‌ی مباحث ریاضی مهندسی و جبر خطی می‌باشد. این کتاب مشتمل بر ده فصل است که در پایان هر فصل، تعدادی مساله جهت تثبیت مطالب و ارتقای دانش ریاضیاتی دانشجویان در حل مسایل گردآوری شده است. در فصل اول به معرفی بردارها و روابط حاکم بر آن‌ها پرداخته شده است و سعی شده که به طور خلاصه گریزی بر مباحث مرتبط با حوزه‌ی مهندسی زده شود. فصل دوم به بررسی توابع برداری، مشتقات جزئی و عملگرها می‌پردازد. در فصل سوم به معرفی ماتریس‌ها و مفاهیم و کاربردهای آن پرداخته شده است. فصل چهارم مباحث برداری و خواص آن‌ها را دنبال می‌کند. مباحث فصل پنجم شامل فضای ضرب داخلی، تعامد و نرم می‌باشد. در فصل ششم کتاب تبدیلات خطی که در مباحث جبر خطی بسیار کاربرد دارند؛ مطرح می‌شود. فصل هفتم به مبحث مقادیر ویژه، بردار ویژه و هم‌چنین قطری کردن ماتریس‌ها پرداخته است و از آن گذشته در این فصل روش‌های LR و QR نیز مطرح شده‌اند. فصل هشتم کتاب دربردارنده‌ی ماتریس‌های معین و شکل کانونیک عبارات مرتبه‌ی دوم می‌باشد و به دنبال حل ماتریس‌های متقارن بدون محاسبه‌ی مقادیر ویژه‌ی آن‌ها است. در فصل نهم نیز شیوه‌ی حل معادلات انتگرالی بیان شده است و با تبدیل معادلات دیفرانسیلی به معادلات انتگرالی به دنبال حل آن‌ها می‌باشد. فصل دهم کتاب نیز به حساب تغییرات و معرفی فانکشنال‌ها می‌پردازد.

امید است که کتاب پیش رو کمک شایانی در جهت بهبود سطح کیفی یادگیری دانشجویان ایفا کند و بتواند به عنوان مرجعی مناسب در حوزه‌ی مهندسی به کار گرفته شود. بی شک در این راه پیشنهادات و انتقادات ارزشمند شما عزیزان که به

آدرس پست الکترونیک Nasserpar@yahoo.com ارسال می‌شود، راه‌گشا و راهنمای اینجانب در بهبود سطح کیفی این کتاب خواهد بود.

در پایان بر خود لازم می‌دانم که از کلیه دانشجویان تحصیلات تکمیلی که در تدوین و چاپ کتاب پیش رو با اینجانب همکاری به عمل آورده‌اند خصوصا مهندس یوسف صداقت صمیمانه تشکر کنم.

ناصر پرهیزگار

بهار ۹۴

www.ketab.ir

فهرست مطالب

۱۵	فصل اول / بردارها
۱۵	۱-۱- مقدمه
۱۷	۱-۲- بردارها در R^n
۱۸	۱-۳- جمع برداری و ضرب اسکالر
۱۹	۱-۴- ضرب نقطه‌ای
۲۰	۱-۵- نرم و فاصله در R^n
۲۲	۱-۶- اعداد مختلط
۲۳	۱-۷- بردارها در R^n و C^n
۲۵	۱-۸- بردارها در C^n
۲۶	۱-۹- مسائل حل شده از بخش‌های گفته شده
۳۳	فصل دوم / توابع برداری و مشتقات جزئی و عملگرها
۳۳	۲-۱- مقدمه و هدف کلی
۳۴	۲-۲- حد تابع برداری
۳۵	۲-۳- پیوستگی تابع برداری
۳۵	۲-۴- مشتق تابع برداری
۳۶	۲-۵- منحنی هموار
۳۶	۲-۶- سرعت
۳۷	۲-۷- شتاب
۳۹	۲-۸- بردار واحد مماس
۳۹	۲-۹- بردار قائم

- ۴۰-۲ طول قوس یک منحنی _____
- ۴۰-۲ بردار انحناء (خم) _____
- ۴۰-۲ انتگرال توابع برداری _____
- ۴۱-۲ توابع چند متغیره _____
- ۴۳-۲ مشتق جزئی _____
- ۴۴-۲ مشتق‌های جزئی مرتبه‌های بالاتر _____
- ۴۵-۲ مشتق‌های جزئی تابع برداری _____
- ۴۶-۲ اپراتور گرادیان _____
- ۴۶-۲ دیورژانس _____
- ۴۷-۲ کرل _____
- ۴۸-۲ لاپلاسین _____
- ۴۸-۲ مشتق سویی _____
- ۵۰-۲ مجموعه مسائل پایانی فصل دوم _____

فصل سوم / ماتریس‌ها ۵۳

- ۵۳-۱-۳ مفاهیم ابتدایی _____
- ۵۴-۲-۳ جبر ماتریس‌ها _____
- ۵۴-۱-۲-۳ تعریف جمع ماتریس‌ها _____
- ۵۴-۲-۲-۳ تعریف ضرب عددی _____
- ۵۴-۳-۲-۳ تعریف ضرب ماتریس‌ها _____
- ۵۵-۳-۳ معرفی چند نوع ماتریس خاص _____
- ۵۵-۱-۳-۳ ماتریس صفر _____
- ۵۵-۲-۳-۳ ماتریس واحد (ماتریس همانی) _____
- ۵۶-۳-۳-۳ ماتریس قطری _____
- ۵۶-۴-۳-۳ ماتریس پایین مثلثی _____
- ۵۶-۵-۳-۳ ماتریس بالا مثلثی _____

۵۶	۳-۴- ماتریس وارون
۵۷	۳-۵- ترانهاده ماتریس
۵۷	۳-۶- ماتریس متقارن
۵۸	۳-۷- ماتریس هرمیشین
۵۸	۳-۸- ماتریس هرمیتو
۵۹	۳-۹- قوانین حاکم بر ترانهاده (T) و هرمیشین (H)
۶۰	۳-۱۰- معکوس های ماتریس
۶۰	۳-۱۱- خواص معکوس ها
۶۲	۳-۱۲- ماتریس بلوکی
۶۲	۳-۱۳- دستگاه های معادلات خطی
۶۳	۳-۱۳-۱- دستگاه خطی، ماتریس ضرایب، ماتریس افزوده
۶۳	۳-۱۳-۲- صورت ماتریسی دستگاه خطی
۶۴	۳-۱۳-۳- روش حذف گاوسی
۶۶	۳-۱۴- عمل سطری مقدماتی روی ماتریس
۶۷	۳-۱۵- ماتریس مقدماتی
۶۸	۳-۱۶- روش تجزیه LU
۷۰	۳-۱۷- تجزیه LU با جابه جایی
۷۲	۳-۱۸- مجموعه مسائل پایانی فصل سوم

فصل چهارم / فضاهای برداری ۷۵

۷۵	۴-۱- مقدمه
۷۵	۴-۲- تعریف عمل دو تایی
۷۵	۴-۳- تعریف میدان
۷۵	۴-۳-۱- عمل جمع
۷۶	۴-۳-۲- عمل ضرب
۷۶	۴-۴- قوانین توزیع پذیری

۷۷ _____ ۴-۵- فضا

۷۷ _____ ۴-۵-۱- عمل جمع

۷۸ _____ ۴-۵-۲- عمل ضرب

۷۸ _____ ۴-۶- توزیع ضرب روی جمع

۸۰ _____ ۴-۷- زیر فضا

۸۳ _____ ۴-۸- ترکیب خطی عناصر یک فضای خطی

۸۳ _____ ۴-۹- مجموعه مبنا (مولد) یک فضای خطی

۸۶ _____ ۴-۱۰- استقلال خطی و وابستگی خطی

۸۸ _____ ۴-۱۱- مجموعه مبنا یک فضای خطی

۹۴ _____ ۴-۱۲- مجموعه مسائل پایانی فصل چهارم

۹۷ _____ فصل پنجم / فضای ضرب داخلی

۹۷ _____ ۵-۱- مقدمه

۹۹ _____ ۵-۲- نامساوی شوارتز (کوشی-شوارتز)

۱۰۰ _____ ۵-۳- استقلال خطی در فضای ضرب داخلی

۱۰۲ _____ ۵-۴- شرط تعامد

۱۰۴ _____ ۵-۵- چندجمله‌ای‌های مثلثاتی

۱۰۵ _____ ۵-۶- طول عنصر A در فضای ضرب داخلی

۱۰۶ _____ ۵-۷- بسط یک عنصر دلخواه A از فضای ضرب داخلی

۱۰۸ _____ ۵-۸- الگوریتم گرام اشمیت

۱۱۰ _____ ۵-۹- فضای خطی نرم‌دار

۱۱۱ _____ ۵-۱۰- نرم‌های معمولی و متعارف

۱۱۲ _____ ۵-۱۱- نرم ماتریس

۱۱۲ _____ ۵-۱۲- نرم متعارف

۱۱۳ _____ ۵-۱۳- مراحل الگوریتم گرام اشمیت

۱۱۳ _____ ۵-۱۴- مراحل الگوریتم گرام اشمیت اصلاح شده

- ۱۱۶-۱۵-۵- فرم توابع پیوسته انتگرال پذیر
- ۱۱۶-۱۶-۵- فضای متریک
- ۱۱۷-۱۷-۵- بسط یک تابع براساس تابع پایه
- ۱۱۸-۱۸-۵- تعریف یک مجموعه متعامد کامل
- ۱۱۹-۱۹-۵- مجموعه مسائل پایانی فصل پنجم

فصل ششم / تبدیلات خطی ۱۲۳

- ۱۲۳-۱-۶- مقدمه
- ۱۲۵-۲-۶- اپراتورها
- ۱۲۶-۳-۶- اپراتور خطی
- ۱۲۶-۴-۶- تبدیلات خطی منفرد و نامنفرد
- ۱۲۸-۵-۶- اپراتور غیر خطی
- ۱۲۸-۶-۶- تبدیل های خطی از R^n به R^m
- ۱۳۱-۷-۶- تعریف فضای صفر یا هسته یک اپراتور
- ۱۳۲-۸-۶- کران یک اپراتور
- ۱۳۳-۹-۶- یادآوری نرم ها
- ۱۳۳-۱۰-۶- نرم های مشهور ماتریس A
- ۱۳۴-۱۱-۶- خواص شعاع طیفی
- ۱۳۴-۱۲-۶- خواص نرم ماتریس
- ۱۳۴-۱۳-۶- اپراتور الحاقی
- ۱۳۶-۱۴-۶- وجود و یگانگی جواب معادلات اپراتوری
- ۱۳۷-۱۵-۶- تعریف رتبه یا رنک ماتریس $m \times n$
- ۱۳۸-۱۶-۶- ماتریس افزوده
- ۱۳۹-۱۷-۶- مجموعه مسائل پایانی فصل ششم

فصل هفتم / مقادیر ویژه، بردارهای ویژه و قطری کردن ماتریس ها ۱۴۱

- ۱-۷- مقدمه ۱۴۱
- ۲-۷- اپراتورها: مقادیر ویژه ماتریس، و بردارهای ویژه ۱۴۴
- ۳-۷- خصوصیات بردارهای ویژه یک ماتریس ۱۴۴
- ۴-۷- روش Verrier-Fadeev برای تعیین ضرائب معادله مشخصه ماتریس ۱۴۷
- ۵-۷- ماتریس های مشابه ۱۴۸
- ۶-۷- روش های LR و QR ۱۴۹
- ۱-۷-۷- روش LR ۱۴۹
- ۲-۷-۷- روش QR ۱۵۱
- ۳-۷-۷- مقادیر ویژه ماتریس های سه قطری مشترک ۱۵۵
- ۸-۷- مجموعه مسائل پایانی فصل هفتم ۱۵۶

فصل هشتم / ماتریس های معین و شکل کانونیک عبارات مرتبه دوم ۱۵۹

- ۱-۸- مقدمه ۱۵۹
- ۲-۸- ماتریس های معین ۱۵۹
- ۳-۸- معیار سیلوستر ۱۵۹
- ۴-۸- عبارات های درجه دوم ۱۶۱
- ۵-۸- شکل کانونیک عبارت درجه دوم ۱۶۲
- ۶-۸- سیستم معادلات بد وضعیت ۱۶۴
- ۷-۸- حل سیستم معادلات خطی ۱۶۶
- ۸-۸- روش حذفی ۱۶۷
- ۹-۸- روشی برای محاسبه عکس یک ماتریس به ابعاد بزرگ ۱۶۷
- ۱۰-۸- مراحل حل یک سیستم معادلات خطی $A\bar{x} = \bar{b}$ توسط تجزیه LU ۱۶۸
- ۱-۱۰-۸- عمل تراز کردن ۱۶۸
- ۲-۱۰-۸- عمل محوری کردن ۱۶۹

- ۸-۱۱- روش‌های تکرار برای حل معادله $Ax = b$ ۱۶۹
- ۸-۱۲- شرط لازم و کافی برای همگرایی روش‌های تکرار ۱۶۹
- ۸-۱۳- λ_i مقادیر ویژه ماتریس تکرار ۱۷۰
- ۸-۱۴- مجموعه مسائل پایانی فصل هشتم ۱۷۱

فصل نهم / حل معادلات انتگرالی ۱۷۳

- ۹-۱- مقدمه ۱۷۳
- ۹-۲- روش تبدیل معادله انتگرالی به معادله دیفرانسیلی ۱۷۴
- ۹-۳- روش سری نویمان ۱۷۵
- ۹-۴- حل معادله انتگرالی فرد هولم نوع دوم با هسته تفکیک‌پذیر ۱۷۷
- ۹-۵- حل معادله فرد هولم نوع دوم با هسته مجموعه‌ای از توابع تفکیک‌پذیر ۱۷۸
- ۹-۶- حل معادلات انتگرالی به روش تکرار ۱۸۲
- ۹-۷- تعمیم روش تکرار برای معادله انتگرالی ولترا ۱۸۳
- ۹-۸- حل معادلات انتگرالی پیچشی ۱۸۴
- ۹-۹- معادله فرد هولم نوع دوم پیچشی ۱۸۴
- ۹-۱۰- حل معادله ولترا نوع دوم با هسته پیچشی ۱۸۵
- ۹-۱۱- تبدیل معادله اپراتوری $Lx = B$ به یک سیستم معادلات خطی ۱۸۵
- ۹-۱۱-۱- معادله فرد هولم نوع سوم ۱۸۶
- ۹-۱۱-۲- نحوه انتخاب توابع بسط ϕ_i و توابع وزن (ω_j) ۱۸۷
- ۹-۱۱-۳- انتخاب‌ها ۱۸۷
- ۹-۱۲- اپراتور اشتورم-لیوول ۱۸۸
- ۹-۱۳- مجموعه مسائل پایانی فصل نهم ۱۹۲

فصل دهم / حساب تغییرات و فانکشنال‌ها ۱۹۳

- ۱۰-۱- نقطه اکسترمم تابع Π متغیره ۱۹۳
- ۱۰-۲- معرفی فانکشنال‌ها ۱۹۵

۱۰-۳- نمو فانکشنال ۱۹۶

۱۰-۴- تعریف پیوستگی فانکشنال ۱۹۶

۱۰-۵- یک شکل تقریباً کلی برای فانکشنال ۱۹۷

۱۰-۶- شکل کامل‌تر فانکشنال ۱۹۷

۱۰-۷- فانکشنال خطی ۱۹۷

۱۰-۸- تغییر فانکشنال (معادل با مشتق تابع) ۱۹۷

۱۰-۹- حساب تغییرات ۱۹۸

۱۰-۱۰- فرم کلی فانکشنال ۲۰۱

۱۰-۱۱- روش Ritz ۲۰۲

۱۰-۱۲- اکسترمم شرطی ۲۰۴

۲۰۷ منابع و مآخذ