

گراف‌های تمام‌دور و دو تمام‌دور

جان س. جورج عبدالله خودکار - دلیو. دی. والیس

مترجم: ابراهیم تمیمی

عضو هیأت علمی دانشکده علوم پایه‌ی دانشگاه ولایت

سرشناسه	جورج، جان سی.
عنوان و نام پدیدآور	George, John C.
مشخصات نشر	گراف‌های تمام‌دور و دو تمام‌دور / جان سی. جورج، عبدالله خودکار، دلیو. دی. والیس؛ مترجم ابراهیم تیمیمی.
مشخصات ظاهری	تهران: گسترش علوم پایه، ۱۳۹۵.
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۴۹۰-۷۱۳-۵
وضعیت فهرست نویسی	فینا
یادداشت	عنوان اصلی: Pancylic and bipancylic graphs.
یادداشت	واژه‌نامه
موضوع	ریاضیات
موضوع	Mathematics
موضوع	آنالیز عددی
موضوع	Numerical analysis
موضوع	آنالیز ترکیبی
موضوع	Combinatorial analysis
شناسه افزوده	خودکار، عبدالله
شناسه افزوده	Khodkar, Abdollah
شناسه افزوده	والیس، دلیو. دی.، ۱۹۴۱ - م.
شناسه افزوده	Wallis, W. D.
شناسه افزوده	تیمیمی، ابراهیم، ۱۳۵۵ - مترجم
رده بندی کنگ	۱۳۹۵ گج ۱۳۹/ج ۱۳۹۵
رده بندی یی	۷۴/۵۱۰
شماره کتبشناسی ملی	۴۶۰۳۲۲۳

(توجه) فروشنده و خواننده گرامی: این کتاب دارای برجسب اصالت کالا (هولوگرام) در روی جلد است که ضمن دقت در این مورد ما را در صورت عدم وجود هولوگرام مطلع سازید. با تشکر

نام کتاب:	گراف‌های تمام‌دور و دو تمام‌دور
مترجم:	ابراهیم تیمیمی
ناشر:	انتشارات گسترش علوم پایه
مدیر فنی:	مهدی زنگنه
صفحه‌آرایی:	سیما ابویی
طراحی جلد:	حاتمی کیا
لیتوگرافی:	مهرشاد
چاپخانه:	مهر
سال نشر:	۱۳۹۵
نوبت چاپ:	اول
شمارگان:	۱۰۰۰ جلد
قیمت کتاب:	۱۴۰۰۰۰ ریال

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۴۹۰-۷۱۳-۵ ISBN: 978-964-490-713-5

حق چاپ و نشر محفوظ و مخصوص ناشر می‌باشد.

دفتر انتشارات و پخش شهرستان: میدان انقلاب، ابتدای کارگر جنوبی، کوچه مهدی زاده، پلاک ۹، طبقه همکف

تلفن: ۶۶۹۰۵۳۱۲ ~ ۰۲۱-۶۶۹۰۵۳۱۶ تلفکس:

دفتر سفارشات تهران: خ آزادی، خ جمال‌زاده جنوبی، خ دیلمان، پلاک ۱۴ واحد ۳

تهران: ۶۶۵۹۵۵۱۳ ~ ۱۴

نمایندگی تهران: خ انقلاب، نبش ۱۲ فروردین، پ ۱۴۴۴، کتابفروشی الباس - ۶۶۴۰۵۰۸۴

Email: gostareshep@yahoo.com

www.gostareshep-pub.com

پیش‌گفتار

به مدت تقریبی ۵۰ سال، دوره‌هایی که به صورت زیرگراف در گراف‌ها ظاهر می‌شوند، مورد توجه دانشمندان بودند. در سال ۱۹۷۱، آدریان بوندی ایده گراف تمام‌دور را مطرح کرد که بیانگر گرافی است که تمامی دوره‌ها با همه طول‌های ممکن را در خود داشته باشد. اما از آن زمان، این ایده توسعه زیادی پیدا نکرد. ما به کمک برخی از همکارانمان، ایده تمام‌دوری بودن را بررسی کردیم و تصمیم گرفتیم که کتابی درباره این موضوع و حوزه‌های مرتبط با آن بنویسیم. امیدواریم که این کتاب برای دانشجویان و محققان مشتاق، الهام‌بخش باشد و ایده‌هایی به آنها ارائه کند که بتوانند کار خود را به‌طور مناسبی نمایند و درک خوبی از این موضوع جذاب بدست آورند. ما از همکارانمان، سعد الزناتی، الیه بن‌سدر، الیس بترسون، نیک فیلیپس، کریستینا وال و زاک والش که به ما در تهیه این کتاب یاری رساندند، سپاسگزاری می‌کنیم.

اولین پیش‌نویس ما با نظرات مفیدی از سوی داوران مواجه شد که به ما در بهبود این کتاب یاری رساند. ما مایلیم که از کمک آنها سپاسگزاری کنیم.

همچنین تشکر خود را نسبت به کارکنان اسپرینگر و به ویژه راضی‌ال‌عبد بیان می‌داریم.

جان سی. جورج عبدالله خودکار - دلیو. دی. والیس

فهرست مطالب

فصل ۱: گراف‌ها	۱۱
۱ مقدمه	۱۱
۲ گراف‌ها: اصول پایه	۱۱
۳ اصل ضرب‌ها	۱۶
۴ گسترده‌ها، مسیرها و دورها	۱۶
۵ رنگ‌آمیزی و دورها	۱۹
فصل ۲: درجه‌ها و همبستگی	۲۳
۱ قضیه شواتال	۲۳
۲ قضیه فن	۲۵
۳ قضیه بوندی و تعمیم آن	۲۹
فصل ۳: تمام‌دوری	۴۳
۱ مقدمه	۴۳
۲ قیدها	۴۴
۳ حاصل ضرب‌های گراف تمام‌دور	۶۲
۴ مسائل حل نشده	۶۴
فصل ۴: تمام‌دوری مینیمال	۶۷
۱ مقدمه	۶۷
۲ گراف‌های تمام‌دوری مینیمال: مرتبه‌های کوچک	۶۸
۳-۱ کمتر از دو وتر	۷۰
۳-۲ دو وتر	۷۰
۳-۳ سه وتر	۷۳
۳-۴ چهار وتر	۷۷
۴-۱ پنج وتر	۷۸
۴-۲ قیدهای عمومی‌تر بر روی تمام‌دورها	۷۹

۸۷	فصل ۵: گراف‌های تمام‌دور یکتا
۸۷	۱ مقدمه
۸۸	۲ موارد کوچک
۹۰	۳ گراف‌های UPC مسطح بیرونی
۹۴	۴ گراف‌های UPC عمومی‌تر
۱۰۷	۵ فضای دوری یک گراف
۱۱۱	۶ قیده‌های روی تعداد یال‌ها در گراف UPC
۱۱۵	۷ مسائل حل نشده
۱۱۷	فصل ۶: گراف‌های دو تمام‌دور
۱۱۷	۱ مقدمه
۱۱۸	۲ رابطة حدیثی
۱۲۱	۳ شرایط درج
۱۳۷	فصل ۷: گراف‌های دو تمام‌دور متناهی
۱۳۷	۱ مقدمه
۱۳۸	۲ گراف‌هایی با کمتر از دو وتر
۱۳۹	۳ دو وتر
۱۴۲	۴ سه وتر
۱۶۱	۵ وترهای بیشتر: تحقیقات رایانه‌ای
۱۶۵	فصل ۸: دو تمام‌دور مینیمال
۱۶۵	۱ مقدمه
۱۶۶	۲ گراف‌های دو تمام‌دور مینیمال با فزونی کمتر از ۲
۱۶۷	۳ فزونی ۲
۱۶۸	۴ فزونی ۳
۱۶۹	۵ فزونی ۴
۱۷۱	۶ قیده‌های عمومی‌تر برای دو تمام‌دورها
۱۷۶	۷ حاصل‌ضرب‌های گراف دو تمام‌دوری
۱۷۷	مراجع

لیست شکل‌ها و جداول

۱۴	۱. دو نمایش از گراف $k4$	شکل ۱
۱۵	۲. گراف $k3,5$	شکل ۱
۲۶	۱. حالتی که در آن، k تا حد امکان بزرگ است.....	شکل ۲
۲۶	۲. حالتی که در آن $s \geq k+2$	شکل ۲
۲۸	۳. موردی که در آن $s = k+1$	شکل ۲
۳۰	۴. P با یک نقطه (نقطه انتهایی) در C	شکل ۲
۳۱	۵. x دورترین همسایه x است.....	شکل ۲
۳۲	۶. S و T روی یک مسیر هستند.....	شکل ۲
۳۲	۷. S و T مسیرهای متفاوت قرار دارند.....	شکل ۲
۳۳	۸. مسیر C مورد.....	شکل ۲
۳۳	۹. مسیر C در.....	شکل ۲
۳۳	۱۰. دور جدید مورد نیاز.....	شکل ۲
۳۶	۱۱. مسیر C با a_1 و a_2	شکل ۲
۳۷	۱۲. حالت ۱: $d_{C \setminus \{a\}}(x) = 0$	شکل ۲
۳۷	۱۳. حالت ۲: $d_{C \setminus \{a\}}(x) \geq 1$ و a^+ مجانب b نیست.....	شکل ۲
۳۸	۱۴. حالت ۲: $d_{C \setminus \{a\}}(x) \geq 1$ و a^+ مجاور v^+ نیست.....	شکل ۲
۳۸	۱۵. k یال موازی بین C و H	شکل ۲
۶۰	۱. گراف F_n	شکل ۳
۶۳	۲. ساخت یک $2k+1$ -دوری.....	شکل ۳
۷۰	۱. دورها در حالت یک وتر.....	شکل ۴
۷۱	۲. دو وتر.....	شکل ۴
۷۲	۳. آرایش ۹ رأسی.....	شکل ۴
۷۳	۴. حالت‌های سه وتری.....	شکل ۴
۷۶	۵. گراف‌های تمام‌دور مینیمال تا مرتبه ۱۴.....	شکل ۴
۷۷	۶. گراف به کار رفته برای مثال‌هایی با مرتبه‌های ۱۵ تا ۲۴.....	شکل ۴
۷۹	۷. نمودار به کار رفته برای ایجاد مدل‌های از مرتبه ۲۵ تا ۳۷.....	شکل ۴
۸۸	۱. احتمالات مربوط به دو وتری‌ها.....	شکل ۵
۸۸	۲. گراف UPC با دو وتر یا کمتر.....	شکل ۵
۹۶	۳. سه گراف تمام‌دور یکتای غیریکریخت از مرتبه ۱۴.....	شکل ۵

شکل ۵	۴. C_1 نسبت به هیچ وترى چوله نیست؛ C_3 نسبت به C_4 چولگی دارد	۹۹
شکل ۵	۵. C_1 نسبت به C_3 چوله است؛ C_3 نسبت به C_4 چوله نیست	۱۰۰
شکل ۵	۶. C_3 نسبت به C_4 چوله است؛ C_1 و C_4 مجاور نیستند	۱۰۱
شکل ۵	۷. C_3 نسبت به C_4 چوله است؛ C_1 و C_4 مجاور هستند	۱۰۱
شکل ۵	۸. C_1 نسبت به دو وتر C_3 و C_4 چوله است	۱۰۱
جدول ۵	۱. تعداد دورها در هر طرح	۱۰۲
شکل ۶	۱. وترهایی برای لم ۲۵ ۴	۱۲۷
شکل ۶	۲. خط چین‌ها یال‌های حذف شده از گراف را نشان می‌دهند	۱۳۴
شکل ۷	۱. دورهایی در حالت یک وترى	۱۳۹
شکل ۷	۲. گراف دو تمام‌دور یکتا با مرتبه ۸	۱۳۹
شکل ۷	۳. موارد احتمالی با دو وتر	۱۴۰
شکل ۷	۴. موارد احتمالی با دو وتر	۱۴۲
شکل ۷	۵. موارد با سه وتر	۱۴۳
شکل ۷	۶. وتر نوع Ai	۱۴۵
شکل ۷	۷. وتر نوع Aii	۱۴۵
شکل ۷	۸. وتر نوع $AABi$	۱۴۶
شکل ۷	۹. وتر نوع $AABii$	۱۴۶
شکل ۷	۱۰. وتر نوع AAC	۱۴۹
شکل ۷	۱۱. گراف‌های دو تمام‌دور یکتای نوع C با $d=1,2,3,4$	۱۵۲
شکل ۷	۱۲. وتر نوع $ABBi$	۱۵۲
شکل ۷	۱۳. وتر نوع $ABBii$	۱۵۲
شکل ۷	۱۴. وتر نوع ABC	۱۵۳
شکل ۷	۱۵. گراف‌های دو تمام‌دور یکتای نوع ABC	۱۵۵
شکل ۷	۱۶. وتر نوع ACC	۱۵۵
شکل ۷	۱۷. وتر نوع $BBBii$	۱۵۷
شکل ۷	۱۸. وتر نوع BBC	۱۵۷
شکل ۷	۱۹. وتر نوع BCC	۱۵۷
شکل ۷	۲۰. گراف‌های دو تمام‌دور یکتا از مرتبه کمتر از ۳۲	۱۶۰
شکل ۷	۲۱. طرحی برای شش گراف UBPC غیریکریخت از مرتبه ۴۴	۱۶۰
شکل ۸	۱. گراف‌های دو تمام‌دوری مینیمال تا مرتبه ۸	۱۶۶
شکل ۸	۲. گراف‌های دو تمام‌دوری مینیمال از مرتبه ۱۰ تا ۱۴	۱۶۶
شکل ۸	۳. گراف‌های دو تمام‌دوری مینیمال با مرتبه‌های ۱۶ تا ۲۶	۱۶۹
شکل ۸	۴. طرح‌های وتر ACC و CCC	۱۶۹
شکل ۸	۵. مدلی برای ۲۴ رأس ۴۴	۱۷۱