

ویژه آمادگی آزمون ورودی دکتری (Ph.D)

ریاضیات

هادی رنجبران

رشته‌های:

مدیریت، حسابداری، اقتصاد، مجموعه مالی،
سنجش از دور و سامانه اطلاعات جغرافیایی

www.ketaboo.com





تهران: میدان انقلاب، خیابان کارگر شمالی، خیابان مستعلی، پلاک ۲۶، واحد ۲
انتشارات اثبات، تلفن: ۶۶۹۰۸۵۷۰

ریاضیات
آمادگی آزمون ورودی دکتری
هادی رنجبران

• نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۴ • شمارگان: ۵۰۰ جلد • قیمت: ۳۲۰۰۰ تومان
• حرفه‌پیشی و صفحه‌آرایی: آناهیتا کلاویانی • طرح جلد: مجید شمیم
چاپ و صحافی: گنج شایگان
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۵۴۰۳-۰-۳

این اثر، مشمول ققون حمایت مولفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مولف (ناشر) نشر یا بخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

سرشناسه : رنجبران، هادی، ۱۳۴۷
عنوان و نام پدیدآور : ریاضیات، آمادگی آزمون ورودی دکتری (Ph. D.) / هادی رنجبران
مشخصات نشر : تهران: اثبات
مشخصات ظاهری : یازده، ۱۳۹۴: مصر
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۹۵۴۰۳-۰-۳
وضعیت فهرست‌نویسی : فبهای مختصر
یادداشت : فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی <http://opac.nlai.ir>
قابل دسترسی است.
شماره کتابشناسی ملی : ۳۸۰۷۵۸۷

«ملت عشق از همه دین‌ها جداست»
«عاشقان را ملت و مذهب خداست»
مولانا

مقدمه

کتاب حاضر، مجموعه‌ای کاملی است از درس، مثال و تست‌های استاندارد که با توجه به مهم‌ترین منابع و مراجع ریاضیات، برای آمادگی آزمون ورودی دوره دکتری (Ph.D) تألیف و تدوین شده است. مطالب درسی در هر فصل به شرح زیر ارائه شده است:

۱. تعاریف و مفاهیم درسی به‌طور روشن و دقیق بیان شده است. در مواردی که وجود شکل، درک مفاهیم را آسان می‌کند، شکل‌های مناسبی نیز ترسیم شده است.
 ۲. قضایا و نتایج مهم درس، داخل کادرهایی قرار داده شده تا مورد توجه واقع شود.
 ۳. ترتیب مفاهیم به‌گونه‌ای است که هر یک یا چند مفهوم، پیش‌نیاز مفاهیم بعدی باشد تا امکان برقراری ارتباط بین مفاهیم آموخته شده، فراهم شود.
 ۴. در هر بخش مثال‌های مفهومی و متنوعی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.
 ۵. نکته‌ها و روش‌های لازم برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای بیان شده است. تا داوطلبان بتوانند در مدت زمانی کوتاه به این‌گونه پرسش‌ها پاسخ دهند.
 ۶. بیش از ۱۲۰۰ تست استاندارد به همراه پاسخ تشریحی که غالباً از مهم‌ترین منابع و مراجع ریاضیات می‌باشد، تدوین و تألیف شده است.
 ۷. در فصل ۱۴ تست‌های آزمون ورودی دوره دکتری رشته‌های مدیریت، حسابداری، اقتصاد، مجموعه‌ی مالی و سنجش از دور و سامانه اطلاعات جغرافیایی، از سال ۱۳۹۰ تاکنون با پاسخ تشریحی آورده شده است.
- از آقای ناصر رضایی که بازخوانی نمونه‌های تاییبی به همت ایشان انجام پذیرفته است، صمیمانه سپاسگزارم. بدیهی است این کتاب مانند هر اثر دیگری خالی از اشکال و لغزش نخواهد بود. از این‌رو، از استادان گرانقدر و دانشجویان عزیز تقاضا دارم نظرات اصلاحی خود را در میان گذارند تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد.

هادی رنجبران

www.hadiranjbaran.com

فهرست مطالب

فصل ۳. تابع ۳۵

۳۵	مقدمه
۳۶	تابع
۳۸	دامنه و برد تابع‌های حقیقی
۳۹	نمودار تابع
۴۰	تغییرات و انتقال منحنی‌ها
۴۲	مقدار تابع در یک نقطه
۴۳	چند نوع تابع
۴۴	تابع قدرمطلق
۴۶	تابع جزء صحیح
۴۷	تابع علامت
۴۸	تابع دیریکله
۴۸	تابع صعودی و تابع نزولی
۴۹	تابع کران‌دار
۵۰	بعضی از نابرابری‌های مهم
۵۰	تابع نمایی
۵۱	تابع لگاریتمی
۵۲	نحوه تعیین دامنه تابع
۵۵	نحوه تعیین برد تابع
۵۷	تساوی دو تابع
۵۷	$f(x)$ ها
۵۸	اعمال روی توابع (جبر توابع)
۵۹	ترکیب توابع
۶۰	تابع زوج و تابع فرد
۶۳	تابع یک به یک
۶۴	تابع معکوس
۶۷	تابع پوشا
۶۸	تابع متناوب
۷۱	توابع معکوس مثلثاتی
۷۶	توابع هیپربولیک (هذلولی)
۷۹	تست‌های فصل ۳
۸۹	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۳

فصل ۱. دستگاه اعداد حقیقی ۱

۱	اعداد حقیقی و خط حقیقی
۳	بازه‌ها
۳	قدرمطلق
۵	جزء صحیح
۸	کران‌های یک مجموعه
۸	سوپریموم و اینفیموم یک مجموعه
۹	ماکزیمم و مینیمم یک مجموعه
۹	میانگین و نابرابری‌های مربوط به آن‌ها
۱۱	تست‌های فصل ۱
۱۲	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۱

فصل ۲. اعداد موهومی و مختصات قطبی ۱۵

۱۵	مجموعه‌ی اعداد موهومی و مختلط
۱۶	تساوی دو عدد مختلط
۱۶	جمع و تفریق دو عدد مختلط
۱۶	ضرب دو عدد مختلط
۱۷	مزدوج یک عدد مختلط
۱۷	تقسیم دو عدد مختلط
۱۷	قدر مطلق اعداد مختلط
۱۸	تعریف مختصات قطبی
۱۹	ارتباط بین مختصات قطبی و دکارتی
۱۹	معادلات قطبی و نمودارها
۲۰	خط در مختصات قطبی
۲۱	مقاطع مخروطی در مختصات قطبی
۲۲	اعداد مختلط و صورت قطبی آن
۲۳	حاصل ضرب دو عدد مختلط که به صورت قطبی باشد
۲۴	خارج قسمت دو عدد مختلط که به صورت قطبی باشد
۲۴	ریشه‌های n ام یک عدد مختلط
۲۶	تست‌های فصل ۲
۲۹	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۲

فصل ۴. حد و پیوستگی

۱۰۷	همسایگی	۱۰۷
۱۰۸	میل کردن یک متغیر به یک عدد ثابت	۱۰۸
۱۰۸	تعریف حد	۱۰۸
۱۰۹	حد راست و حد چپ تابع	۱۰۹
۱۱۱	حد توابع چندضابطه‌ای	۱۱۱
۱۱۳	حد تابع علامت	۱۱۳
۱۱۴	حدهای شامل توابع جزء صحیح	۱۱۴
۱۱۶	حدهایی که به صورت $\frac{0}{0}$ درمی آیند	۱۱۶
۱۱۸	قضیه فشردگی	۱۱۸
۱۱۹	هم‌ارزی‌های مثلثاتی و جبری	۱۱۹
۱۲۲	حد بی‌نهایت	۱۲۲
۱۲۴	حد در بی‌نهایت	۱۲۴
۱۲۵	حدهایی که به صورت $\frac{\infty}{\infty}$ درمی آیند	۱۲۵
۱۳۱	صورت‌های میهم	۱۳۱
۱۳۶	پیوستگی تابع در یک نقطه	۱۳۶
۱۳۹	ناپیوستگی رفع‌شدنی و رفع‌نشده‌نی (جهشی)	۱۳۹
۱۴۰	پیوستگی چپ و پیوستگی راست	۱۴۰
۱۴۱	مطالبی درباره‌ی پیوستگی	۱۴۱
۱۴۵	پیوستگی در یک بازه	۱۴۵
۱۴۶	کاربرد پیوستگی	۱۴۶
۱۴۷	خط مجانب	۱۴۷
۱۴۸	مجانب قائم	۱۴۸
۱۴۹	مجانب افقی	۱۴۹
۱۵۱	مجانب مایل	۱۵۱
۱۵۲	مجانب‌های توابع ضمنی	۱۵۲
۱۵۳	مجانب‌های توابع پارامتری	۱۵۳
۱۵۵	تست‌های فصل ۴	۱۵۵
۱۶۶	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۴	۱۶۶
۲۰۷	نقطه‌ی زاویه‌دار، نقطه‌ی بازگشت و نقطه‌ی عطف	۲۰۷
۲۰۸	مشق‌پذیری و پیوستگی	۲۰۸
۲۱۱	دسته‌بندی نقاط مشتق‌ناپذیر	۲۱۱
۲۱۱	خط مماس بر منحنی	۲۱۱
۲۱۳	زاویه‌ی بین خط و منحنی	۲۱۳
۲۱۴	زاویه‌ی بین دو منحنی	۲۱۴
۲۱۵	خط قائم بر منحنی	۲۱۵
۲۱۶	تابع صعودی و نزولی	۲۱۶
۲۱۸	نقطه‌ی بحرانی	۲۱۸
۲۱۹	ماکزیمم نسبی و می‌نیمم نسبی (اکسترمم‌های نسبی)	۲۱۹
۲۲۳	ماکزیمم مطلق و می‌نیمم مطلق (اکسترمم‌های مطلق)	۲۲۳
	طرز تعیین عرض‌های ماکزیمم و می‌نیمم تابع f	
۲۲۵	بدون استفاده از مشتق	۲۲۵
۲۲۶	تحدب و تفرع منحنی یک تابع	۲۲۶
۲۲۸	نقطه‌ی عطف	۲۲۸
۲۳۱	نقاط مهم روی منحنی تابع f	۲۳۱
۲۳۱	رسم منحنی توابع چندجمله‌ای	۲۳۱
۲۳۳	رسم منحنی توابع کسری (غیررادیکالی)	۲۳۳
۲۳۵	رسم منحنی توابع رادیکالی	۲۳۵
۲۳۶	رسم نمودار تابع f' از روی نمودار تابع f	۲۳۶
۲۳۷	آهنگ تغییر	۲۳۷
۲۳۸	بهنه‌سازی	۲۳۸
۲۳۹	یافتن ماکزیمم و می‌نیمم در حالت‌های خاص	۲۳۹
۲۴۰	قضیه‌ی رول	۲۴۰
۲۴۲	قضیه‌ی مقدار میانگین یا قضیه‌ی لاگرانژ	۲۴۲
۲۴۳	فرمول کوشی	۲۴۳
۲۴۳	دیفرانسیل	۲۴۳
۲۴۴	دیفرانسیل و خطا	۲۴۴
۲۴۵	دیفرانسیل‌های متوالی	۲۴۵
۲۴۶	تست‌های فصل ۵	۲۴۶
۲۶۰	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۵	۲۶۰

فصل ۵. مشتق

۱۸۹	نمونه‌ی تابع و نمونم تغییر	۱۸۹
۱۸۹	تعریف مشتق تابع در یک نقطه	۱۸۹
۱۹۰	تعبیر هندسی مشتق	۱۹۰
۱۹۱	تعریف تابع مشتق	۱۹۱
۱۹۱	دستورها و قضیه‌های مشتق‌گیری	۱۹۱
۱۹۷	مشتق مراتب بالاتر	۱۹۷
۲۰۰	مشتق تابع مرکب	۲۰۰
۲۰۱	مشتق‌گیری ضمنی	۲۰۱
۲۰۲	مشتق منحنی‌های پارامتری	۲۰۲
۲۰۳	مشتق تابع معکوس	۲۰۳
۲۰۴	مشتق راست و مشتق چپ	۲۰۴

فصل ۶. انتگرال

۲۹۳	تابع اولیه یا پادمشتق	۲۹۳
۲۹۳	انتگرال نامعین	۲۹۳
۲۹۵	صورت‌های متعارف انتگرال‌گیری	۲۹۵
۳۰۲	انتگرال‌گیری به روش تغییر متغیر	۳۰۲
۳۰۵	انتگرال‌گیری به روش جزء به جزء	۳۰۵
۳۰۹	انتگرال‌گیری از کسرها گویا	۳۰۹
۳۱۳	انتگرال معین	۳۱۳
۳۱۵	قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال	۳۱۵
۳۱۸	مشتق‌گیری از انتگرال	۳۱۸
۳۱۹	محاسبه‌ی بعضی از حدهای مجموع با انتگرال معین	۳۱۹

۳۸۳	تست‌های فصل ۷
۳۸۶	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۷

فصل ۸. ماتریس و دترمینان ۳۹۳

۳۹۳	ماتریس
۳۹۳	تساوی دو ماتریس
۳۹۳	ماتریس‌های خاص
۳۹۵	جمع و تفریق ماتریس‌ها
۳۹۶	ضرب عدد در یک ماتریس
۳۹۶	ضرب ماتریس‌ها
۳۹۹	توان‌های طبیعی یک ماتریس مربع
۴۰۰	ماتریس‌های بی‌اثر (هیچ‌نما) و خود توان
۴۰۱	ماتریس ترانزاده (ترانسپوز)
۴۰۲	ماتریس متقارن
۴۰۳	ماتریس پادمقارن (شبه متقارن)
۴۰۳	دترمینان
۴۰۴	دترمینان ماتریس‌های $n \times n$
۴۰۶	ویژگی‌های دترمینان یک ماتریس
۴۰۸	دو کاربرد دترمینان
۴۰۸	ماتریس منفرد و غیرمنفرد
۴۰۹	مینورهای اصلی یک ماتریس مربع
۴۰۹	تعریف علامت یک ماتریس متقارن
۴۱۰	ماتریس همساز و ماتریس الحاقی
۴۱۱	معکوس (اوپوزی) یک ماتریس
۴۱۳	ویژگی‌های معکوس یک ماتریس
۴۱۵	ماتریس متعامد
۴۱۵	عملیات مقدماتی
۴۱۶	رتبه ماتریس
۴۱۷	صورت‌های نرمال یک ماتریس
۴۱۸	دستگاه معادلات خطی
۴۱۸	دستگاه دو معادله دو مجهول
۴۱۹	دستگاه سه معادله و سه مجهول
۴۲۰	دستگاه دو معادله و سه مجهول
۴۲۰	دستگاه سه معادله و دو مجهول
۴۲۱	دستگاه معادلات خطی m معادله n مجهول
۴۲۳	حل دستگاه n معادله n مجهول
۴۲۴	دستگاه معادلات همگن خطی
۴۲۴	معادله مفسر، مقادیر ویژه و امتدادهای یک ماتریس مربع
۴۲۶	فرم‌های درجه‌ی دوم
۴۲۹	تست‌های فصل ۸
۴۳۸	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۸

۳۲۰	محاسبه‌ی مقدار متوسط تابع
۳۲۰	طول قوس در مختصات قائم
۳۲۰	طول قوس منحنی در مختصات پارامتری
۳۲۱	سطح محصور
۳۲۳	محاسبه‌ی حجم جسم دوار
۳۲۴	انتگرال‌های ناسره
۳۲۷	انتگرال‌های دوگانه
۳۲۸	نحوه‌ی محاسبه انتگرال چندگانه
۳۲۹	تست‌های فصل ۶
۳۴۰	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۶

فصل ۷. بردار، خط و صفحه ۳۶۵

۳۶۵	مختصات در فضا
۳۶۶	فاصله دو نقطه در فضای سه‌بعدی
۳۶۷	بردارها در فضا
۳۶۸	جمع بردارها
۳۶۸	ضرب عدد در یک بردار
۳۶۹	بردارهای موازی (هم‌راستا)
۳۶۹	قرینه‌ی یک بردار و تقاضل دو بردار
۳۶۹	بردارهای یک‌گه
۳۷۰	ضرب داخلی دو بردار (ضرب اسکالر)
۳۷۱	زاویه‌ی یک بردار با محورهای مختصات (کسینوس‌های هادی یک بردار)
۳۷۲	تصویر قائم یک بردار بر یک محور
۳۷۲	ضرب خارجی دو بردار (ضرب برداری)
۳۷۴	ضرب مختلط
۳۷۴	خط در فضا
۳۷۵	وضعیت دو خط نسبت به هم در فضا
۳۷۶	فاصله‌ی یک نقطه از یک خط
۳۷۷	فاصله‌ی دو خط موازی
۳۷۷	زاویه‌ی بین دو خط
۳۷۷	صفحه در فضا
۳۷۸	حالت‌های خاص معادلات صفحه
۳۷۹	شرایط موازی بودن و عمود بودن دو صفحه
۳۸۰	زاویه‌ی بین دو صفحه
۳۸۰	فاصله‌ی یک نقطه از یک صفحه
۳۸۰	فاصله‌ی دو صفحه‌ی موازی
۳۸۰	وضعیت نسبی دو صفحه در فضا
۳۸۱	وضعیت نسبی خط و صفحه
۳۸۱	ترکیب خطی
۳۸۲	بردارهای هم‌صفحه
۳۸۲	استقلال خطی و بستگی خطی

فصل ۹. توابع چندمتغیره

۴۵۱

- توابع چندمتغیره
دامنه و برد توابع چندمتغیره
نمودار تابع دو متغیره
تابع تابع (تابع مرکب)
حد توابع چندمتغیره
پیوستگی
مشتقات جزئی (نسبی)

- توجیه هندسی مشتق‌های جزئی مرتبه اول
رابطه‌ی بین پیوستگی و مشتقات جزئی
مشتقات جزئی مراتب بالاتر
دیفرانسیل کامل
دیفرانسیل مراتب بالاتر
مشتق کامل
مشتق تابع ضمنی
توابع همگن و قضیه‌ی اور
ژاکوبین
صفحه‌ی مماس و خط قائم بر یک رویه
بردار گرادیان و مشتق جهتی
محاسبه‌ی مشتق یک انتگرال
ماکزیم و می‌نیم توابع چندمتغیره
نقطه‌ی بحرانی
نقطه‌ی زینی
نحوه‌ی تعیین نقاط اکسترم نسبی و زینی
محدب و مقعر بودن
ماکزیم و می‌نیم توابع مقید
ماکزیم و می‌نیم یک تابع نسبت به قید
نامعادله‌ای (شرایط کان-تاکر)
مشتق برداری
تست‌های فصل ۹
پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۹

فصل ۱۰. معادلات دیفرانسیل

۵۰۹

- تعریف معادله دیفرانسیل
مرتبه و درجه یک معادله دیفرانسیل
تشکیل معادلات دیفرانسیل
جواب‌های یک معادله دیفرانسیل
حل معادلات دیفرانسیل
معادله دیفرانسیل $\frac{d^n y}{dx^n} = f(x)$
معادله‌ی دیفرانسیل جدا
معادله دیفرانسیل همگن
معادله دیفرانسیل کامل

فاکتور انتگرال

۵۱۴

- معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول
معادله‌ی دیفرانسیل برنولی
معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن
معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه دوم غیرهمگن
تست‌های فصل ۱۰
پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۱۰

فصل ۱۱. معادلات تفاضلی

۵۲۹

- مقدمه
تعریف معادله تفاضلی
درجه و مرتبه یک معادله تفاضلی
حل معادلات تفاضلی
تست‌های فصل ۱۱
پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۱۱

فصل ۱۲. دنباله و سری

۵۴۳

- دنباله
نمودار یک دنباله
حد یک دنباله
تعریف بازگشتی یا استقرایی
دنباله‌های خاص
کران بالا و کران پایین دنباله و دنباله‌ی کران‌دار
سری
سری هندسی و سری هارمونیک
یک قضیه‌ی مهم
قضایای مربوط به نوع سری‌ها
آزمون‌های هم‌گرایی برای سری‌های مثبت
هم‌گرایی مطلق و مشروط
سری متناوب
سری‌های توانی
سری‌های تیلور و مک‌لورن
تست‌های فصل ۱۲
پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۱۲

فصل ۱۳. کاربرد ریاضیات

۵۷۳

- تعادل بازار
تابع درآمد
تابع هزینه کل
تحلیل سر به سر
کشش

۶۳۲	تست های آزمون ورودی دکتری	۵۸۱	تابع درآمد، درآمد نهایی و کشش تقاضا
	مدیریت، حسابداری (۱۳۹۴)	۵۸۲	سطوح تقاضا
۶۳۳	پاسخ تشریحی تست های ...	۵۸۳	تابع سود
۶۳۶	تست های آزمون ورودی دکتری	۵۸۴	سود بنگاه
	اقتصاد (۱۳۹۴)	۵۴۸	درآمد مالیاتی
۶۳۶	پاسخ تشریحی تست های ...	۵۸۶	مازاد مصرف کننده و مازاد تولید کننده
۶۳۸	تست های آزمون ورودی دکتری	۵۸۷	توابع مطلوبیت
	مجموعه مالی (۱۳۹۴)	۵۸۹	توابع تولید
۶۳۸	پاسخ تشریحی تست های ...	۵۹۱	نسبت بازده به مقیاس
۶۴۱	تست های آزمون ورودی دکتری	۵۹۱	مسیر توسعه
	سنجش از دور و سامانه اطلاعات جغرافیایی (۱۳۹۴)	۵۹۲	درآمد ملی، مصرف ملی و پس انداز ملی
۶۴۲	پاسخ تشریحی تست های ...	۵۹۳	ارزش فعلی و سرمایه گذاری
		۵۹۴	راه های محاسبه ی رشد
		۵۹۵	مسیر متغیرها در طول زمان
		۵۹۶	تست های فصل ۱۳
		۵۹۶	پاسخ تشریحی تست های فصل ۱۳

فصل ۱۴. تست های آزمون ورودی دکتری

۶۰۹	تست های آزمون ورودی دکتری
	اقتصاد، مدیریت، حسابداری (۱۳۹۱)
۶۱۰	پاسخ تشریحی تست های ...
۶۱۵	تست های آزمون ورودی دکتری
	مدیریت، حسابداری، مجموعه مالی (۱۳۹۲)
۶۱۵	پاسخ تشریحی تست های ...
۶۱۷	تست های آزمون ورودی دکتری
	اقتصاد (۱۳۹۲)
۶۱۷	پاسخ تشریحی تست های ...
۶۲۰	تست های آزمون ورودی دکتری
	سنجش از دور و سامانه اطلاعات جغرافیایی (۱۳۹۲)
۶۲۱	پاسخ تشریحی تست های ...
۶۲۳	تست های آزمون ورودی دکتری
	مدیریت، حسابداری، مجموعه مالی (۱۳۹۳)
۶۲۳	پاسخ تشریحی تست های ...
۶۲۵	تست های آزمون ورودی دکتری
	اقتصاد (۱۳۹۳)
۶۲۵	پاسخ تشریحی تست های ...
۶۲۸	تست های آزمون ورودی دکتری
	سنجش از دور و سامانه اطلاعات جغرافیایی (۱۳۹۳)
۶۲۹	پاسخ تشریحی تست های ...