

بسم الله الرحمن الرحيم

زیلفی عمومی ۲

مؤلفان:

فاطمه محمدی آغچه مشهد (عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی - واحد پرند)

نرگس رحیمی (مدرس دانشگاه)

سرشناسه	: محمدی اعجه مشهد، فاطمه، ۱۳۶۱ -
عنوان و نام پدیدآور	: ریاضی عمومی ۲
مشخصات نشر	: تهران: انتشارات کوی ۱۲ [دوازده]، ۱۳۹۵ .
مشخصات ظاهری	: ۳۲۰ ص.: جدول (بخشی رنگی) ، نمودار
شابک	: 978-600-96799-0-4
وضعیت فهرست نویسی	: فبیای مختصر
شناسه افزوده	: رحیمی، نرگس، ۱۳۶۲ -
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۴۲۰۹۵۲

ریاضی عمومی ۲

مؤلفان	فاطمه محمدی آغجه مشهد- نرگس رحیمی
ناشر	نشر کوی ۱۲
طراح جلد	حمیدرضا دهنوی
صفحه آرایي	الهام پیدایی
تیراژ	۱۰۰۰ جلد
نوبت چاپ	اول ۱۳۹۵
قیمت	۳۲۰۰۰ تومان
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۹۶۷۹۹-۰-۴

هرگونه تکثیر این اثر از طریق ارسال یا بارگذاری فایل الکترونیکی، یا چاپ و نشر کاغذی آن بدون مجوز ناشر، به هر شکل، اعم از فایل، سی دی، افست، ریسوگراف فتوکپی، زیراکس یا وسایل مشابه، به صورت متن کامل یا صفحانی از آن، تحت هر نام اعم از کتاب، راهنما، جزوه، یا وسیله کمک آموزشی، در فضای واقعی یا مجازی، و همچنین توزیع، فروش، عرضه یا ارسال اثری که بدون مجوز ناشر تولید شده، موجب پیگرد قانونی است.

فهرست

۱۱	فصل اول بردارها
۱۱	(۱-۱) بردارها در صفحه و ویژگی‌های آن
۱۷	(۲-۱) تمرین
۱۷	(۳-۱) ضرب داخلی دو بردار
۲۳	(۴-۱) تمرین
۲۴	(۵-۱) بردارها در فضا و ویژگی‌های آن
۳۴	(۶-۱) تمرین
۳۴	(۷-۱) تمرین‌های تکمیلی
۳۶	فصل دوم توابع برداری
۳۶	(۱-۲) معرفی توابع پارامتری و توابع برداری
۴۴	(۲-۲) تمرین
۴۴	(۳-۲) رفتار توابع برداری
۴۸	(۴-۲) تمرین
۴۹	(۵-۲) حرکت در صفحه
۵۵	(۶-۲) تمرین
۵۶	(۷-۲) ابزارهایی برای تجزیه و تحلیل معادله حرکت
۷۱	(۸-۲) تمرین
۷۱	(۹-۲) توابع برداری در فضای سه بعدی
۸۵	(۱۰-۲) تمرین
۸۶	(۱۱-۲) تمرین‌های تکمیلی

فصل سوم رویه‌ها، مختصات استوانه‌ای و کروی

۸۹	(۱-۳) معادله‌ی خط در فضا
۸۹	(۲-۳) صفحه
۹۰	(۳-۳) استوانه‌ها
۹۳	(۴-۳) سطح دوار در فضای سه بعدی
۹۶	(۵-۳) رویه‌های درجه دوم
۹۸	(۶-۳) تمرین
۱۰۵	(۷-۳) مختصات استوانه‌ای
۱۰۵	(۸-۳) مختصات کروی
۱۰۸	(۹-۳) تمرین
۱۱۰	(۱۰-۳) تمرین‌های تکمیلی
۱۱۱	فصل چهارم توابع چند متغیره
۱۱۳	(۱-۴) معرفی توابع n متغیره در حالت کلی
۱۱۳	(۲-۴) تمرین
۱۱۹	(۳-۴) حد توابع چند متغیره
۱۱۹	(۴-۴) تمرین
۱۲۳	(۵-۴) بررسی وجود حد
۱۲۳	(۶-۴) تمرین
۱۲۸	(۷-۴) بررسی عدم وجود حد
۱۲۸	(۸-۴) تمرین
۱۳۴	(۹-۴) پیوستگی توابع چند متغیره
۱۳۴	(۱۱-۴) مشتق جزئی مرتبه اول
۱۴۰	(۱۲-۴) تمرین
۱۴۵	

- ۱۴۶ (۴-۱۳) مشتق‌های جزئی مراتب بالاتر
- ۱۵۱ (۴-۱۵) مفهوم مشتق‌پذیری توابع چند متغیره
- ۱۵۸ (۴-۱۶) تمرین
- ۱۵۹ (۴-۱۷) مشتق‌های جهتی یا سوئی
- ۱۶۵ (۴-۱۸) تمرین
- ۱۶۵ (۴-۱۹) معادلات صفحه مماس و خط قائم بر رویه‌ی $f(x, y, z) = 0$
- ۱۶۸ (۴-۲۰) تمرین
- ۱۶۸ (۴-۲۱) اکسترمم‌های توابع دو متغیره
- ۱۷۷ (۴-۲۲) تمرین
- ۱۷۷ (۴-۲۳) اکسترمم‌های مضاعف
- ۱۸۳ (۴-۲۴) تمرین
- ۱۸۴ (۴-۲۵) تمرین‌های تکمیلی
- ۱۸۸ **فصل پنجم انتگرال‌های چندگانه**
- ۱۸۸ (۵-۱) معرفی انتگرال دو گانه
- ۱۸۹ (۵-۲) خواص انتگرال دو گانه
- ۱۹۰ (۵-۳) محاسبه‌ی انتگرال دو گانه با استفاده از انتگرال مکرر
- ۲۰۰ (۵-۴) تمرین
- ۲۰۲ (۵-۵) تغییر ترتیب انتگرال‌گیری
- ۲۰۵ (۵-۶) تمرین
- ۲۰۶ (۵-۷) تغییر متغیر در انتگرال‌های دو گانه
- ۲۱۰ (۵-۸) تمرین
- ۲۱۲ (۵-۹) حل انتگرال دو گانه در مختصات قطبی
- ۲۱۷ (۵-۱۰) تمرین

- ۲۱۹ (۱۱-۵) محاسبه‌ی حجم
- ۲۲۲ (۱۲-۵) جرم، گشتاور ماند و مرکز ثقل
- ۲۲۴ (۱۳-۵) تمرین
- ۲۲۴ (۱۴-۵) معرفی انتگرال سه گانه
- ۲۲۵ (۱۵-۵) خواص انتگرال سه گانه
- ۲۲۶ (۱۶-۵) محاسبه‌ی انتگرال سه گانه با استفاده از انتگرال‌های مکرر
- ۲۳۰ (۱۷-۵) تغییر متغیر در انتگرال‌های سه گانه
- ۲۳۲ (۱۸-۵) محاسبه‌ی انتگرال سه گانه در مختصات استوانه‌ای
- ۲۳۶ (۱۹-۵) محاسبه‌ی انتگرال سه گانه در مختصات کروی
- ۲۴۱ (۲۰-۵) جرم، گشتاور ماند، مرکز جرم و گشتاور اول
- ۲۴۳ (۲۱-۵) تمرین
- ۲۴۸ (۲۲-۵) تمرین‌های تکمیلی
- ۲۵۷ **فصل ششم انتگرال خط**
- ۲۵۷ (۱-۶) انتگرال خط توابع چند متغیره
- ۲۶۰ (۲-۶) خواص انتگرال خط توابع چند متغیره
- ۲۶۱ (۳-۶) تمرین
- ۲۶۲ (۴-۶) میدان‌های برداری
- ۲۶۹ (۵-۶) تمرین
- ۲۶۹ (۶-۶) انتگرال خط میدان‌های برداری
- ۲۷۳ (۷-۶) انتگرال خط میدان‌های برداری پایستار
- ۲۷۵ (۸-۶) قضیه‌ی گرین
- ۲۷۷ (۹-۶) تمرین
- ۲۸۰ (۱۰-۶) تمرین‌های تکمیلی

فصل هفتم انتگرال سطح

۲۸۵	(۱-۷) انتگرال سطح توابع چند متغیره
۲۸۵	(۲-۷) تمرین
۲۹۳	(۳-۷) انتگرال سطح میدان‌های برداری
۲۹۴	(۴-۷) قضیه دیورژانس
۲۹۹	(۵-۷) تمرین
۳۰۴	(۶-۷) قضیه استوکس
۳۰۶	(۷-۷) تمرین
۳۱۱	(۸-۷) تمرین‌های تکمیلی
۳۱۳	منابع
۳۱۸	

«حقیقت امر...»

.... این است که ما کاره‌ای نیستیم. بدین نکته معترف نبودن خامی و پوچی بسیار می‌خواهد و پرسشی پیش می‌آید که: پس چه می‌گوی؟
برای این پرسش، پاسخی اندیشیده‌ایم. از هر چه بگذریم، بالاخره ما هم یک تماشایی این زندگی و زمانه‌ایم.»

مقدمه‌ی زمستان (مهدی اخوان ثالث)

مقدمه

کتاب حاضر به منظور معرفی برای درس «ریاضی عمومی ۲» مختص دانشجویان رشته‌های علوم پایه و فنی و مهندسی تألیف شده است. مطالب این کتاب، مطابق با سرفصل درس «ریاضی عمومی ۲» وزارت علوم و فناوری نوشته شده و با ارائه مثال‌ها و تمرین‌های متنوع سعی شده است ضمن پوشاندن ریزمواد، از حجم مناسبی نیز برخوردار شود.

کتاب حاضر مشتمل بر هفت فصل است. در فصل اول به مطالعه‌ی کمیت‌های برداری به منظور فراهم آوردن اطلاعات اولیه برای مطالعه‌ی سایر فصول کتاب می‌پردازیم و ویژگی بردارها و اعمال جبری بین آن‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در فصل دوم با استفاده از گزار بردارها به معرفی توابع برداری پرداخته و مباحث مربوط به آن‌ها از قبیل حد، پیوستگی، مشتق، انتگرال، دستگاه کنج فرنه و مؤلفه‌های مماس و قائم شتاب و... را مطالعه می‌نماییم.

برای بدست آوردن آمادگی لازم به منظور مطالعه‌ی توابع چندگانه، لازم است که خواننده با مفاهیم مقدماتی راجع به رویه‌ها، مختصات استوانه‌ای و کروی آشنا باشد. به همین منظور، فصل سوم را به مطالعه‌ی این مباحث اختصاص داده‌ایم و با حل مثال‌های متنوع سعی نموده‌ایم که تسلط خواننده را به این مباحث افزایش دهیم و به‌ویژه شهود هندسی آن‌ها را برای رسم رویه‌ها به منظور استفاده در حل انتگرال‌های چندگانه قوت بخشیم.

در فصل چهارم، توابع چندمتغیره را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و به تفصیل، به بررسی خواص مربوط به حد، پیوستگی، مشتق‌های جزئی، مشتق جهتی و گرادیان و... می‌پردازیم. همچنین تعبیری هندسی از بردار گرادیان ناصفر به عنوان برداری قائم بر صفحه‌ی مماس بر رویه در نقطه‌ای مفروض بر آن ارائه

داده و به عنوان کاربردهایی از مشتق جزئی توابع چندمتغیره به محاسبه‌ی مقادیر اکسترم توابع دومتغیره و بیان روش ضرایب لاگرانژ برای تعیین ماکسیمم و مینیمم مقید می‌پردازیم.

به دلیل اینکه بحث انتگرال گیری از توابع چند متغیره بسیار مفصل است، فصل پنجم را به طور کامل به مطالعه‌ی انتگرال این گونه توابع اختصاص داده‌ایم. در این فصل نشان می‌دهیم که می‌توان حجم یک جسم را با محاسبه‌ی انتگرال مضاعف و یا انتگرال سه گانه از یک تابع مناسب بدست آورد. همچنین روش حل انتگرال‌های چند گانه توسط انتگرال‌های مکرر را با استفاده از نواحی منظم بیان می‌نماییم. در ادامه، روش تغییر متغیر را برای محاسبه‌ی انتگرال‌های چند گانه مطرح می‌کنیم و به‌ویژه با استفاده از این روش به محاسبه‌ی انتگرال‌های مضاعف در دستگاه قطبی و محاسبه‌ی انتگرال‌های سه گانه در دستگاه استوانه‌ای و کروی می‌پردازیم. سپس به عنوان کاربردی فیزیکی از انتگرال چند گانه به محاسبه‌ی جرم، گمانه‌ها، مرکز ثقل و... می‌پردازیم.

در فصل ششم، توجه خود را به بحث انتگرال خط معطوف می‌کنیم. در ابتدا انتگرال خط توابع چندمتغیره روی یک منحنی در صفحه یا فضا را به عنوان تعمیمی از انتگرال معمولی توابع حقیقی یک‌متغیره معرفی می‌نماییم. سپس با معرفی میدان‌های برداری و استفاده از مفهوم انتگرال خط توابع چندمتغیره، به معرفی انتگرال خط میدان‌های برداری روی یک منحنی در صفحه یا فضا پرداخته و چندین روش برای محاسبه‌ی آن‌ها ارائه می‌دهیم. به‌ویژه با ذکر قضیه‌ی اساسی انتگرال خط، به محاسبه‌ی انتگرال خط میدان‌های برداری پایستار پرداخته و در ادامه با ذکر قضیه‌ی گرین، به محاسبه‌ی انتگرال خط میدان‌های برداری روی منحنی‌های بسته‌ی ساده توسط انتگرال مضاعف می‌پردازیم.

در فصل هفتم، مبحث انتگرال خط توابع چندمتغیره یا میدان‌های برداری روی یک منحنی در صفحه یا فضا را گسترش داده و به جای محاسبه‌ی انتگرال آن‌ها روی یک منحنی، از انتگرال آن‌ها را روی یک سطح مورد مطالعه و بررسی قرار می‌دهیم و چندین روش برای حل آن‌ها ارائه می‌دهیم. به‌ویژه به تعمیم قضیه‌ی گرین به فضا پرداخته و با ذکر قضیه‌ی دیورژانس به محاسبه‌ی انتگرال سطح میدان‌های برداری روی سطوح ساده و بسته می‌پردازیم و در ادامه با ذکر قضیه‌ی استوکس، به ارتباط بین انتگرال خط میدان برداری (مطرح شده در فصل ششم) و انتگرال سطح می‌پردازیم. ناگفته نماند که قضایای گرین، دیورژانس و استوکس از قضایای کاربردی و مهم حساب دیفرانسیل و انتگرال هستند که ما در اینجا سعی نموده‌ایم با حل مثال‌های متنوع، نحوه‌ی استفاده از آن‌ها را برای محاسبه‌ی انتگرال‌های میدان‌های برداری بیان نماییم.

در نگاهی اجمالی بر تحریر این کتاب، همواره سعی بر آن بوده است تا مطالب به‌طور کامل توضیح داده شوند تا خواننده بتواند به راحتی مطالب کتاب را دنبال کند و با حل تمرین‌های متنوعی که در کتاب گنجانده شده است، بتواند تسلط خود را به موضوع افزایش دهد.

در خاتمه از همه عزیزانی که ما را در تهیه این کتاب یاری نموده‌اند به‌ویژه آقایان دکتر محمد معصومیان و دکتر سید محسن خلخانی تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از آنجایی که هیچ کاری عاری از عیب و نقص نیست، لذا از همه عزیزانی که به مطالعه این کتاب می‌پردازند تقاضا می‌شود هرگونه پیشنهاد و انتقاد خود را به آدرس الکترونیکی mohammadi_flh@yahoo.com ارسال نمایند تا در چاپ‌های بعدی کتاب، اصلاحات لازم صورت گیرد.

پاییز ۱۳۹۳

فاطمه محمدی و نرگس رحیمی