

ریاضیات مهندسی تحلیلی

شامل حل معادلات دیفرانسیلی معمولی و جزئی
قابل استفاده برای کلیه رشته‌های مهندسی

مؤلف:

دکتر حسین ابوالقاسمی

عضو هیات علمی پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

سرشناسه	ابوالقاسمی، حسین، ۱۳۵۰ -
عنوان و نام پدیدآور	ریاضیات مهندسی تحلیلی: شامل حل معادلات دیفرانسیلی معمولی و جزئی قابل استفاده برای کلیه رشته‌های مهندسی/مؤلف حسین ابوالقاسمی: به سفارش جهاد دانشگاهی دانشکده فنی دانشگاه تهران.
مشخصات نشر	تهران: انتشارات جهاد دانشگاهی، واحد تهران، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری	۲۸۴ ص.: نمودار.
شابک	978-600-133-040-7
وضعیت فهرست نویسی	فیها
یادداشت	واژه‌نامه.
یادداشت	کتابنامه: ص. [۳۷۷] - ۳۷۸.
موضوع	معادله‌های دیفرانسیل -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	معادله‌های دیفرانسیل -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	ریاضیات مهندسی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	جهاد دانشگاهی، واحد تهران، دانشکده فنی
شناسه افزوده	جهاد دانشگاهی، واحد تهران، انتشارات
رده بندی کنگره	۱۳۹۰ ۱۲۴۹ الف/۳۷۱ QA
رده بندی دیویی	۵۱۵/۳۵
شماره کتابشناسی ملی	۳۳۱۴۵



ریاضیات مهندسی تحلیلی

تألیف: دکتر حسین ابوالقاسمی

ناشر: انتشارات جهاد دانشگاهی واحد تهران

لیتوگرافی: زاویه نور

چاپ و صحافی: موسسه چاپ شریف

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ۱۲۰۰۰ ریال

نوبت چاپ: اول - تابستان ۱۳۹۱

ISBN: 978-600-133-040-7

شابک: ۷-۰۴۰-۱۳۳-۶۰۰-۹۷۸

<http://nashr.jahat.ir>

نشانی: تهران - صندوق پستی ۱۸۶-۱۳۱۴۵

en.jahat@gmail.com

تلفن: ۶۶۴۱۸۴۹۹ - تلفکس: ۶۶۹۵۴۳۶۸

تلفن مراکز پخش: ۶۶۴۹۰۷۴۰ - ۶۶۴۹۰۷۴۲ - ۶۱۱۱۳۸۶۲

این اثر، مشمول قانون حمایت مولفان، مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هرکس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف یا ناشر تکثیر و کپی برداری نماید مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

مقدمه ناشر

ایران امروز در اشتیاق توسعه و استقلال، گامهای محکم و استواری برمی دارد. همه روزه در گوشه و کنار میهن ما جوانه های خود کفایی علمی و فنی رخ نموده و با عنایت و یاری خداوند متعال و در سایه تلاش و کوشش جامعه علمی و دانشگاهی حرکت به سوی مرزهای دانش شتاب بیشتری به خود می گیرد. خدای را شکر می گوئیم که این فرصت را به ما ارزانی داشته تا گامهایی هر چند کوچک در راه رشد و نشر دستاوردهای علمی و فرهنگی کشور برداریم، باشد تا با یاری خداوند منان و در پرتو همت اندیشمندان، نویسندگان، مترجمان و متخصصان مومن و متعهد بتوانیم در اعتلاء علمی کشور عزیزمان ایران سهمی داشته باشیم.

انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه تهران در راستای وظایف خویش و به منظور نیل به اهداف علمی- فرهنگی نظام جمهوری اسلامی مبادرت به انتشار آثار ارزشمند و مورد نیاز علمی و دانشگاهی می نماید. در این راه از کلیه اساتید، پژوهشگران، صاحبان قلم و اندیشه دعوت به مشارکت و همکاری می گردد.

پیشگفتار مؤلف

تجربه اینجانب در تدریس و کار صنعتی نشان داده است افرادی در زمینه تحقیقات تئوری و عملی موفق هستند که از پایه ریاضیات قوی برخوردار باشند. از آنجائیکه امروزه یکی از ارکان پژوهش، مدل‌سازی ریاضی بوده که عموماً منجر به معادلات دیفرانسیل خواهد شد بنابراین حل این معادلات به منظور بیان ارتباط بین متغیرها از اهمیت به سزایی برخوردار است. از اینرو شناخت انواع معادلات دیفرانسیلی رایج در مهندسی و دانستن حل تحلیلی آنها می‌تواند دیدگاه بسیار مناسبی جهت پیش‌بینی رفتار سیستم ارائه نماید که این امر از نقطه نظر طراحی مهندسی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. در این کتاب روشهای مختلف حل معادلات دیفرانسیلی بطور جامع مورد بررسی قرار گرفته و سعی شده است که علاوه بر بیان روشهای معمول، روشهای تعمیم یافته جدیدی نیز (همانند روشهای تعمیم یافته HA) جهت حل معادلات دیفرانسیلی ارائه گردد. همچنین سعی شده است که مطالب کتاب به گونه‌ای بیان گردد که برای کلبه رشته‌های مهندسی در مقاطع مختلف قابل استفاده باشد.

ضمناً در اینجا لازم می‌دانم از تلاش سرکار خانم مهندس مختاری در تدوین مطالب کتاب و طراحی جلد آن صمیمانه قدردانی نمایم و همچنین از همکاری جناب آقای مهندس رضا حاصلی در تدوین و تنظیم مطالب کتاب تشکر ویژه نمایم.

دانشگاه تهران - پردیس دانشکده‌های فنی

حسین ابوالقاسمی

زمستان ۱۳۸۹

فهرست مطالب

مقدمه	۱۷
بخش اول: توابع و معادلات دیفرانسیلی معمولی	۱۹
فصل اول: انواع توابع کاربردی در حل معادلات دیفرانسیلی	
۱-۱- مقدمه	۲۱
۲-۱- تابع سینوس	۲۲
۳-۱- تابع کسینوس	۲۳
۴-۱- تابع نمائی	۲۸
۵-۱- توابع بسل	۲۶
۱-۵-۱- تابع بسل نوع اول	۲۷
۲-۵-۱- تابع بسل نوع دوم	۲۸
۳-۵-۱- تابع بسل تعمیم یافته نوع اول	۲۹
۴-۵-۱- تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم	۳۰
۵-۵-۱- خواص توابع بسل	۳۲
۶-۱- توابع لژندر	۳۵
۱-۶-۱- تابع نوع اول لژندر	۳۵
۲-۶-۱- تابع لژندر نوع دوم	۳۷
۳-۶-۱- تابع لژندر وابسته	۳۹
۷-۱- تابع خطا	۳۹
۸-۱- تابع گاما	۴۱
۹-۱- تابع پله‌ای واحد	۴۳
۱۰-۱- تابع دلتای دیراک	۴۴
۱۱-۱- تابع بتا	۴۷

۴۷	۱۲-۱- تابع انتگرال نمایی
۴۷	۱۳-۱- تابع انتگرال سینوسی
۴۷	۱۴-۱- تابع انتگرال کسینوسی
۴۹	مسائل فصل اول

فصل دوم: سری ها و انتگرال های فوریر

۵۱	۱-۲- مقدمه
۵۱	۲-۲- تابع متناوب
۵۲	۳-۲- توابع فرد و زوج
۵۳	۴-۲- سری فوریر تابع $f(x)$
۵۴	۵-۲- تعیین ضرایب فوریر
۵۶	۶-۲- سری فوریر توابع زوج و فرد
۶۱	۷-۲- سری فوریر نیم بردی
۶۶	۸-۲- سری فوریر مختلط
۶۹	۹-۲- انتگرال فوریر
۷۱	۱-۹-۲- انتگرال سینوسی فوریر
۷۱	۲-۹-۲- انتگرال کسینوسی فوریر
۷۵	مسائل فصل دوم

فصل سوم: اورتوگونالیتی و توابع متعامد

۷۹	۱-۳- مقدمه
۷۹	۲-۳- اورتوگونالیتی
۸۳	۳-۳- مسائل مقدار ویژه اشتورم-لیوویل
۸۷	۴-۳- اورتوگونالیتی توابع
۸۷	۱-۴-۳- اورتوگونالیتی توابع سینوس و کسینوس
۸۸	۲-۴-۳- اورتوگونالیتی توابع بسل
۸۹	۳-۴-۳- اورتوگونالیتی توابع لژاندر

۸۹.....	۳-۴-۴- اورتوگونالیتی توابع لژندر وابسته
۹۰.....	۳-۵-۰- بسط توابع
۹۰.....	۳-۵-۱- بسط تابع $f(x)$ برحسب سینوس و کسینوس
۹۰.....	۳-۵-۲- بسط تابع $f(x)$ برحسب توابع بسل
۹۲.....	۳-۵-۳- بسط تابع $f(x)$ برحسب توابع لژندر
۹۳.....	۳-۵-۴- بسط تابع $f(x)$ برحسب توابع لژندر وابسته
۹۶.....	مسائل فصل سوم

فصل چهارم : معادلات دیفرانسیل معمولی

۹۹.....	۴-۱- مقدمه
۱۰۱.....	۴-۲- معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه اول
۱۰۱.....	۴-۲-۱- روش جداسازی متغیرها
۱۰۲.....	۴-۲-۲- معادلات کامل
۱۰۵.....	۴-۲-۳- روش فاکتور انتگرال
۱۰۸.....	۴-۲-۴- معادلات همگن
۱۰۹.....	۴-۲-۵- معادلات برنولی
۱۱۱.....	۴-۳- معادلات دیفرانسیلی خطی مرتبه n
۱۱۲.....	۴-۳-۱- حل معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت
۱۱۳.....	۴-۳-۱-۱- روش عمومی حل معادلات دیفرانسیلی
۱۱۶.....	۴-۳-۲- روش تغییر پارامتر
۱۱۸.....	۴-۳-۳- حل معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب متغیر
۱۱۸.....	۴-۳-۳-۱- معادلات اوایلر-کوشی
۱۲۱.....	۴-۳-۳-۲- معادله بسل
۱۲۲.....	۴-۳-۳-۳- معادله بسل تعمیم یافته
۱۲۴.....	۴-۳-۳-۴- حالت‌های خاص از معادله دیفرانسیلی با ضرایب متغیر
۱۲۸.....	۴-۳-۵- معادله لژندر
۱۲۹.....	۴-۳-۶- معادله لژندر وابسته

۳۳۷	۸-۲- اساس و مبانی روش ترکیب متغیرها
۳۵۲	۸-۳- روش تشابه
۳۵۵	۸-۴- روش تشابه HA و روش ترکیب متغیرهای HA
۳۶۷	مسائل فصل هشتم

فصل نهم: روش تقریبی حل معادلات دیفرانسیلی

۳۷۱	۹-۱- مقدمه
۳۷۱	۹-۲- روش تقریب تابع
۳۷۶	۹-۳- روشهای انتگرالی
۳۷۶	۹-۳-۱- روش تعمیم یافته رانج- HA
۳۷۷	۹-۳-۲- روش تعمیم یافته کانتورویچ- HA
۳۸۸	۹-۳-۳- روشهای انتگرالی با تقریب درجات بالاتر
۳۹۸	مسائل فصل نهم

فصل دهم: روش انتگرال و تبدیل فوریر نامحدود

۴۰۱	۱۰-۱- مقدمه
۴۰۲	۱۰-۲- روش انتگرال فوریر
۴۰۴	۱۰-۳- تبدیل کسینوسی فوریر نامحدود
۴۰۵	۱۰-۴- تبدیل سینوسی فوریر نامحدود
۴۰۷	۱۰-۵- فرم مختلط تبدیل فوریر نامحدود
۴۱۰	۱۰-۶- تبدیل فوریر برای مشتق توابع
۴۱۱	۱۰-۷- قضیه پیچش
۴۱۲	۱۰-۸- تبدیل فوریر نامحدود برای توابع دو متغیره
۴۱۹	۱۰-۹- تبدیل فوریر نامحدود برای توابع چند متغیره
۴۲۱	۱۰-۱۰- تبدیل کسینوسی و سینوسی فوریر نامحدود برای توابع دو متغیره
۴۲۵	۱۰-۱۱- روش تبدیل نامحدود تعمیم یافته فوریر- HA
۴۲۸	مسائل فصل دهم

فصل یازدهم : توابع گرین برای حل معادلات دیفرانسیلی

۴۳۳	۱-۱۱- مقدمه
۴۳۳	۲-۱۱- تابع گرین
۴۳۷	۳-۱۱- تابع گرین برای معادلات دیفرانسیلی معمولی
۴۴۶	۴-۱۱- تابع گرین برای معادلات دیفرانسیلی جزئی
۴۵۲	۵-۱۱- روش بسط تابع ویژه برای تعیین توابع گرین
۴۵۷	۶-۱۱- حل معادلات با شرایط مرزی غیر ثابت
۴۶۵	مسائل فصل یازدهم
۴۶۹	ضمیمه A: جدول لاپلاس
۴۷۷	مراجع
۴۷۹	واژه نامه فارسی به انگلیسی

مقدمه

ریاضیات مهندسی پایه و اساس علوم مهندسی بوده به گونه‌ای که کلیه رشته‌های مهندسی ارتباط تنگاتنگ با ریاضیات مهندسی دارند. در گذشته، بررسی رفتار یک سیستم عموماً متکی به آزمایشات متعدد بوده که انجام این آزمایشات بسیار وقت‌گیر و نیازمند صرف هزینه‌های زیاد بوده است. علاوه بر این، در مواردی تکرار آزمایشات نتایج یکسانی را در بر نداشته که این نیز به نوبه خود مشکلاتی را به همراه داشته است. اما امروزه به کمک مدلسازی ریاضی، می‌توان رفتار یک سیستم را مدل کرده و با ارائه معادله و یا معادلات دیفرانسیلی برای آن و نهایتاً با حل معادلات، رفتار کلی سیستم را بررسی و پیش‌بینی نمود. بنابراین بررسی روشهای مختلف حل این معادلات از اهمیت به سزائی برخوردار است.

بطورکلی، ریاضیات مهندسی در دو شاخه ریاضیات مهندسی تحلیلی و عددی قابل بررسی است. در ریاضیات مهندسی تحلیلی، معادلات دیفرانسیلی با روشهای تحلیلی حل گردیده و پاسخ معادلات بصورت تابع کاملاً مشخص از متغیرها ارائه می‌گردد (روش دقیق حل معادلات) بنابراین تحلیل پاسخ معادله و بیان ارتباط آن با متغیرها مشخص می‌باشد و در نتیجه رفتار تابع قابل پیش‌بینی بوده و حتی می‌توان با توجه به حل تحلیلی بدست آمده، مدل‌های ریاضی مشابه برای آن تعریف نمود که این از نقطه نظر مهندسی بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در ریاضیات مهندسی عددی، معادلات دیفرانسیلی با روشهای عددی حل گردیده و پاسخ معادلات بصورت اعداد در نقاط مختلف مکانی و زمانی بدست می‌آید ولی ارتباط بین متغیرها مشخص نمی‌باشد. همچنین با توجه به نوع روش عددی انتخاب شده خطا محاسبات نیز وجود دارد روش تقریبی حل معادلات) اما بطورکلی روش عددی برای حل معادلات پیچیده و غیرخطی کاربرد دارد.

در این کتاب روشهای مختلف حل معادلات دیفرانسیلی مورد بررسی قرار گرفته و سعی گردیده است که مفاهیم معادلات و روشهای حل آنها با بیانی جدید ارائه شود تا بتواند دیدگاهی متفاوت در فهم مطالب ریاضی به خوانندگان القاء نماید.