

انتگرال‌های

معین و نامعین

ناصر محمدی‌راد

که کو یوحنائی - حسین محمد داودی



سرشناسه :	محمدراد، ناصر، ۱۳۲۵
عنوان و نام پدیدآور :	انتگرال های معین و نامعین
مشخصات نشر :	تهران: تایماز، ۱۳۹۵
مشخصات ظاهری :	۲۱۶ص
شابک :	۹۷۸-۶۰۰-۴۰۳-۲۴۷-۶
وضعیت فهرست نویسی :	فیبا
یادداشت :	کتابنامه ۲۱۶
موضوع :	حساب انتگرال -- راهنمای آموزشی (عالی)
شماره افزوده :	حساب انتگرال -- مسائل و تمرینها (عالی)
سازمان اسناد و کتابخانه ملی :	یوحنا، که کو ۱۳۲۴
ردیف دیویی :	محمد داودی، حسین، ۱۳۲۸
رده بندی کنگره :	۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی :	۱۳۹۵ ج ۵ / ۲۸۵۴ م / LB۲۳۵۳
	۴۵۷۵۶۸۹

انتشارات تایماز

انتگرال های معین و نامعین

ناشر :	تایماز
مؤلفین :	ناصر محمدی راد - که کو یوحنا - حسین محمد داودی
طراحی روی جلد :	گروه فنی تایماز
مدیر اجرایی :	مجید باشعور
نوبت چاپ :	اول ۱۳۹۵
چاپ و صحافی :	تایماز
شمارگان :	۵۰۰
قیمت :	۱۶۰۰۰ ریال
شابک :	۹۷۸-۶۰۰-۴۰۳-۲۴۷-۶
حق چاپ محفوظ و متعلق به انتشارات تایماز می باشد.	



آدرس: تهران - خیابان انقلاب - خیابان فخررازی - خیابان وحید نظری غربی - پلاک ۸۵ - طبقه ۳
 تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۰۲۷۴۴ موبایل: ۰۹۱۲۷۲۴۴۵۳۵ ایمیل: taymazpub@gmail.com تهران ۱۳۱۴۵-۶۴۸
 تلگرام: ۰۲۱-۶۶۹۷۲۰۵۴ ۰۹۱۴۴۰۹۹۷۵۸

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	مقدمه
۹	فصل اول: محاسبه انتگرال نامعین
۴۳	فصل دوم: محاسبه انتگرال معین (I)
۹۳	فصل سوم: محاسبه انتگرال معین (II)
۱۲۱	فصل چهارم: کاربردهای انتگرال معین (I)
۱۳۹	فصل پنجم: کاربردهای انتگرال معین (II)
۱۸۳	فصل ششم: انتگرال‌های بتا و گاما
۲۱۵	منابع:

مقدمه

متحرکی را در نظر می‌گیریم که روی یک خط مستقیم حرکت می‌کند، در t ثانیه اول شروع به حرکت سرعت آن v_1 متر در ثانیه است، در t_2 ثانیه بعد سرعت آن v_2 متر در ثانیه است، ... ، بالاخره در آخرین t_n ثانیه سرعت آن v_n متر در ثانیه است، مقدار مسافتی که این متحرک در این مدت پیموده است $\sum_{i=1}^n t_i v_i$ متر است.

حال متحرکی را در نظر بگیرید که روی یک خط مستقیم حرکت می‌کند و سرعت آن لحظه به لحظه در حال تغییر است و سرعت لحظه‌ای آن بر حسب زمان به شکل تابع $v = v(t)$ داده شده است که در آن متغیر t زمان است و $a \leq t \leq b$. می‌خواهیم مسافت پیموده شده توسط این متحرک از لحظه $t = a$ تا لحظه $t = b$ را محاسبه کنیم. چون سرعت متحرک در هر لحظه در حال تغییر است لذا نمی‌توانیم مانند حالت قبل عمل کنیم. در اینجا فاصله $t = a$ تا $t = b$ را به n قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم طول هر کدام از این تقسیمات $\Delta t = \frac{b-a}{n}$ است. اگر n به قدر کافی بزرگ باشد Δt کوچک خواهد بود، می‌توان به طور تقریب سرعت را در طول هر یک از این n فاصله ثابت گرفت، در نتیجه مسافت پیموده شده توسط این متحرک تقریباً برابر $\sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta t$ متر است که در آن $a + (i-1)\Delta t < t_i < a + i\Delta t$. مسافت پیموده شده توسط این متحرک دقیقاً برابر خواهد بود با:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta t = \int_a^b v(t) dt$$

بنابراین، برای محاسبه مسافت پیموده شده توسط این متحرک به انتگرال نیاز داریم. این انتگرال به انتگرال ریمان معروف است اگر تابع $v(t)$ در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد می‌کنند که حد بالا و در نتیجه $\int_a^b v(t) dt$ وجود دارد. با استفاده از انتگرال معین می‌توان مساحت زیر یک منحنی، طول قوس منحنی‌ها و اندازه سطوح دوار و حجم حاصل از دوران یک منحنی مسطح حول یکی از محورهای محاسبه نمود. توانی که به سبک ریمان انتگرال‌پذیر هستند باید در بازه انتگرال‌گیری پیوسته باشند و باره انتگرال‌گیری نیز یک بازه کراندار است. به تدریج انتگرال ریمان را به بازه‌های بی‌کران و به توانی که در یک یا چند نقطه از بازه انتگرال‌گیری ناپیوسته باشند تعمیم دادند. امروزه انتگرال‌های ریمان - اشتیلس و انتگرال‌های لوبگ را داریم که هر کدام از آنها تعمیمی از انتگرال ریمان می‌باشند. این نوع انتگرال‌ها در درس آنالیز ریاضی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. در این کتاب انتگرال‌های مورد بحث انتگرال‌های ریمان می‌باشند. مسائلی که در این کتاب مطرح شده‌اند قابل استفاده دانشجویان رشته ریاضی در ریاضی عمومی ۱ و ریاضی عمومی ۲ می‌باشند، همچنین دانشجویان رشته‌های فنی و مهندسی نیز می‌توانند از آن استفاده کنند. در فصل اول این کتاب

روش‌های انتگرال‌گیری شرح داده شده‌اند، در فصل‌های دوم و سوم کتاب مسائل متنوعی در زمینه محاسبه انتگرال‌های معین مطرح شده‌اند. فصل‌های چهارم و پنجم کتاب شامل مسائلی از کاربردهای انتگرال معین می‌باشند. فصل ششم آخرین فصل این کتاب به انتگرال‌های بتا و گاما اختصاص یافته است. این نوع انتگرال‌ها در دروس آمار و احتمال و معادلات دیفرانسیل و ریاضیات مهندسی کاربرد دارند. مسائل مطرح شده در این کتاب حاصل سال‌ها تدریس مؤلفین کتاب است، از اساتید محترم و دانشجویان عزیز خواهشمند است در صورتی که به نارسایی‌هایی در کتاب برخورد کردند مراتب را به ناشر کتاب اطلاع دهند تا در چاپ‌های بعدی تصحیح شود.

ناصر محمندی‌راد
که‌کو یوحنایی

www.ketab.ir