

۱۷/۱۱/۱۷

مقدمه ای بر آنالیز تصادفی و کاربردها

مسیر جعفری

دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار

www.ketab.ir

سرشناسه	: جعفری، حسین، ۱۳۴۴-
عنوان و نام پدیدآور	: مقدمه‌ای بر آنالیز تصادفی و کاربردها/ حسین جعفری.
مشخصات نشر	: اصفهان: کاردان، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری	: ج، ۱۸۰ ص، نمودار.
شابک	: ۳۸۰۰۰۰ ریال: ۳-۱-۹۵۸۵۳-۶۲۲-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: واژه‌نامه.
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۱۶۱ - ۱۶۳.
موضوع	: آنالیز تصادفی -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: Stochastic analysis -- Study and teaching (Higher)
رده بندی کتبی	: Q۲۷۴
رده بندی دیویدی	: ۲/۵۱
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۹۵۸۵۳۰۳



اصفهان، خیابان دکتر باهنر، ساختن - ریار، طبقه ششم
تلفن: ۹-۲۱۳۳۴۴۷۵۹۷

مقدمه‌ای بر آنالیز تصادفی و کاربردها

تالیف حسین جعفری
طراح جلد فرزانه جزینی
نوبت چاپ اول ۱۳۹۸
تیراژ ۱۰۰۰ نسخه

قیمت ۳۸۰۰۰۰ ریال

شابک ۳-۱-۹۵۸۵۳-۶۲۲-۹۷۸

بیشتر افراد براساس تجربه زندگی خودشان مفهومی شهودی از احتمال دارند. با این حال، تلاش برای تعریف دقیق مفاهیم احتمالی با مشکلات جدی روبرو است. از محاسبات ترکیبی ابتدایی تا یک نظریه دقیق در حوزه های علمی و کاربردی مشاهده می شود. احتمالاً، مانند هیچ زمینه دیگری در ریاضیات، در نظریه احتمال، فاصله بسیار زیادی بین عناصر اولیه و نظریه دقیق وجود دارد. این ابتدا به این واقعیت مربوط می شود که نظریه احتمال براساس ساختار نظریه اندازه گیری نسبتاً ظریف و انتزاعی ساخته شده است. به عنوان مثال، برای یک ریاضیدان، یک متغیر تصادفی یک تابع قابل اندازه گیری حقیقی است که در فضای پیشامدهای مقدماتی تعریف می شود، در حالی که برای متخصصان (فیزیکدانان، شیمی دانها، زیست شناسها، و غیره) مقداری است که وابسته به شانس و تصادف است. برای یک ریاضیدان، تصادفی بودن از طریق یک اندازه گیری احتمال در فضای اندازه گیری (فضای پیشامدهای مقدماتی با سیگما-جبر زیر مجموعه های آن) بیان می شود، که به همراه مورد دوم، یک فضای احتمال، یعنی مفهوم اصلی نظریه احتمال را تشکیل می دهد. این اساس مفاهیم نظریه احتمال، مانند متغیر تصادفی، استقلال، امید ریاضی، واریانس و غیره تعریف می شوند. برای یک متخصص تصادفی بودن توسط یک تابع توزیع نشان داده می شود، که به صورت شهودی به خوبی درک می شود و می تواند برای تعداد بسیاری از مفاهیم فوق الذکر استفاده شود. بنابراین، هر کتابی در مورد نظریه احتمال باید به دنبال یک زمینه بین نظریه انتزاعی دقیق و دسترسی به محققان سایر علوم و حتی برای ریاضیدانان شاغل در زمینه های دیگر ریاضیات باشد. یک حوزه اخیر از نظریه احتمال، معادلات دیفرانسیل تصادفی، توجه محققان و متخصصان مختلف در علوم مختلف را به کاربردی را به خود جلب کرده است. این مربوط به این واقعیت است که معادلات دیفرانسیل "عادی" (قطعی) هنگام مدل سازی پدیده های مختلف در دنیای واقعی، معمولاً فقط رفتار متوسط یک سیستم را توصیف می کنند. با این حال، به دست آمدن های دنیای واقعی اغلب تحت تأثیر عوامل تصادفی مختلفی قرار دارند که به آن آشفتگی نیز گفته می شود. به نظر می رسد که چنین آشفتگی هایی، هنگامی که به اندازه کافی فشرده باشند، نه تنها سیستم را مجبور می کنند تا آن رفتار را به نوسان از رفتار متوسط کند، بلکه از نظر کیفی رفتار متوسط را نیز تغییر می دهد. واضح است که، در چنین شرایطی، معادلات قطعی نمی توانند سیستم را بطور کافی توصیف کنند. در سالهای اخیر، تقاضای روزافزون برای ابزار و روش های آنالیز تصادفی در رشته های مختلف وجود داشته است. یکی از بزرگترین نیازها در حوزه رو به رشد ریاضیات مالی است، که در آن حساب دیفرانسیل تصادفی برای قیمت گذاری و احاطه سازی مشتقات مالی، مانند قراردادهای اختیار معامله استفاده می شود. در فیزیک، برای مطالعه اثرات آشفتگی تصادفی در پدیده های مختلف فیزیکی، و در زیست شناسی، برای مدل سازی اثرات متغیر تصادفی در بازتولید و محیط در جمعیت ها استفاده می شود. از دیدگاه کاربردی، آنالیز تصادفی می تواند به عنوان رشته ای از ریاضیات توصیف شود که مربوط به حساب دیفرانسیل بی نهایت کوچک در توابع غیر قابل مشتق گیری است. نیاز به این محاسبه ضرورت وجود عوامل غیر قابل پیش بینی در مدل سازی را نشان می دهد. بطوریکه نظریه احتمالات در آن دخالت پیدا می کند و نتیجه آن یک حساب دیفرانسیل و انتگرال برای توابع تصادفی یا فرآیندهای تصادفی است. هدف این کتاب ارائه مطالبی از آنالیز تصادفی شامل مبانی احتمال و فرایندهای تصادفی،

معادلات و انتگرالهای تصادفی، و برخی کاربردها در اقتصاد و مالی می باشد. این کتاب یک متن ریاضی است که بر پایه نظریه توابع و احتمال، و نظریه مارتینگل که بسیار فنی است ایجاد شده است که به تدریج خواننده را از یک سطح نسبتاً پایین به سطح بالاتر می رساند. این کار با استفاده از نمونه های حل شده به دست می آید. تلاش شده است که ارائه مطالب به طور ساده بیان شوند، در حالی که مبانی ریاضی آن دقیق باشد. شواهد ساده ارائه شده است، اما اثبات های فنی اضافی از آن ها خارج شده و با استدلالهای اکتشافی همراه با مراجع جایگزین می شوند. این به خواننده اجازه می دهد تا به نتایج پیشرفته زودتر وارد شوند که در کاربردها بیشتر مورد نیاز است. شرح مختصری از مطالب بصورت زیر است. دو فصل اول نتایج اولیه را در مورد نظریه احتمالات، مفهوم فرایندهای تصادفی و انواع آن به ویژه حرکت براونی بیان می کنند. برخی نتایج فنی بیشتر در این فصل ها ممکن است برای مطالعه نادیده گرفته شوند و سپس در صورت نیاز مورد اشاره قرار گیرند. در فصل سوم انواع مدلهای تصادفی بر اساس فرایندهای تصادفی زمان گسسته و زمان پیوسته مطرح می شوند. انتگرال گیری نسبت به حرکت براونی و فرایند تصادفی ایتو در فصل چهارم بیان می شوند. این به ما اجازه می دهد تا یک معادله دیفرانسیل تصادفی را تعریف کنیم. چنین معادلاتی در کاربردها رخ می دهد که عبارت ساده ای. معادلات دیفرانسیل معمولی اضافه می شود. معادلات دیفرانسیل تصادفی در فصل پنجم در نظر گرفته شده است. فصل ششم حساب دیفرانسیل مالی وین و انتگرال تصادفی اسکوروود تعریف می شود که تابع زیرانتگرال تصادفی با "به توان" شده توسط فرآیند وینر سازوار نیست. در فصل هفتم کاربردهایی از آنالیز تصادفی در مهندسی مالی و نیز پیش بینی نرخ های حمل نقل مطرح می شود.

دکتر حسین جعفری

گروه ریاضیات، دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار

فهرست مطالب

۱	مفاهیم اساسی نظریه احتمالات	۱
۱.۱	فضای احتمال	۱.۱
۴	متغیرهای تصادفی	۲.۱
۴	خصوصیات یک متر تصادفی	۳.۱
۶	انواع متغیرهای تصادفی	۴.۱
۱۱	احتمالات و توزیعهای شرطی	۵.۱
۱۳	امید ریاضی شرطی به عنوان متغیر تصادفی	۶.۱
۱۴	پیشامدها و متغیرهای تصادفی مستقل	۷.۱
۱۵	همگرایی متغیرهای تصادفی	۸.۱
۱۷	فرایندهای تصادفی	۲
۱۷	تعریف و ویژگیهای حرکت براونی	۱.۲
۲۱	ویژگیهای مسیر حرکت براونی	۲.۲
۲۵	ویژگی مارتنینگل حرکت براونی	۳.۲
۲۷	خاصیت مارکف	۴.۲
۲۸	نوفه سفید و حرکت براونی	۵.۲
۳۰	فرایندهای تصادفی همراه با جهش لوی	۶.۲
۳۵	تجزیه لوی - ایتو	۱.۶.۲
۳۵	فرایند تصادفی لوی با فعالیت متناهی و نامتناهی	۲.۶.۲
۳۷	مدل های تصادفی	۳
۳۷	زمان گسسته	۱.۳

۴۰	زمان پیوسته	۲.۳
۴۳	حساب دیفرانسیل ایتو	۴
۴۴	انتگرال ایتو	۱.۴
۵۰	فرایند تصادفی ایتو	۲.۴
۵۱	تعمیم انتگرال ایتو	۳.۴
۵۳	فرمول تغییر متغیر: فرمول ایتو	۴.۴
۶۵	کاربردهای فرمول ایتو	۵.۴
۶۵	نامساویهای بورخلدر-دیویس-گانندی	۱۵.۴
۶۷	نمایش L^2 توابعی براونی	۲.۵.
۶۹	قضیه راسانف	۳.۵.۴
۷۲	مان مارتینگال حرکت براونی و فرمول تاناکا	۴.۵.۴
۷۹	معادلات دیفرانسیل تصادفی	۵
۸۱	مثالهایی از معادلات دیفرانسیل تصادفی	۱.۵
۸۲	وجود و یکتا بودن جوابها	۲.۵
۸۷	برخی ویژگیهای جوابها	۳.۵
۹۰	خاصیت مارکف جوابها	۴.۵
۹۳	تقریبهای عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی	۵.۵
۹۷	حساب دیفرانسیل مالیاوین	۶
۹۷	بی نظمی وینر و انتگرال تصادفی	۱.۶
۹۸	تجزیه بی نظمی وینر	۱.۱.۶
۱۰۱	انتگرال وینر- ایتو چندگانه	۲.۱.۶
۱۰۶	عملگر مشتق مالیاوین	۲.۶
۱۱۲	عملگر مشتق در حالت نوقه سفید	۱.۲.۶
۱۱۶	عملگر واگرایی	۳.۶
۱۱۷	ویژگیهای عملگر واگرایی	۱.۳.۶
۱۲۰	انتگرال اسکوروود	۲.۳.۶
۱۲۳	کاربردهای آنالیز تصادفی	۷
۱۲۳	کاربرد در مهندسی مالی	۱.۷

۱۲۳	قراردادهای مشتقات مالی	۱.۱.۷
۱۲۶	استراتژیهای بازگرداندن	۲.۱.۷
۱۲۸	فرمول بلاک شولز	۳.۱.۷
۱۳۱	حساسیت قیمت	۴.۱.۷
۱۳۲	قیمت گذاری ریسک خنثی	۵.۱.۷
۱۳۴	کاربرد حساب دیفرانسیل مالی وین در تحلیل حساسیت تابع قیمت	۶.۱.۷
۱۴۰	پیش بینی نرخ کرایه حمل و نقل	۲.۷
۱۴۲	مقدمه ای بر مدلها	۱.۲.۷
۱۴۴	نتایج پیش بینی مدلها	۲.۲.۷
۱۵۵	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی	
۱۶۵	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی	