

تجزیه و تحلیل عددی در مهندسی به روش المان محدود

مؤلف:

مهدی ظهور

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



سازمان اسناد و کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

شماره ۴۲۲

سرشناسه: ظهور، مهدی، ۱۳۲۷ -

عنوان و نام پدیدآور: تجزیه و تحلیل عددی در مهندسی به روش المان محدود/ مولف مهدی ظهور.

مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۵.

مشخصات ظاهری: ۴۵۸ ص.: مصور، جدول، نمودار.

شابک: 978-600-7867-36-5

وضعیت فهرست نویسی: فیپا

یادداشت: از و نامه.

یادداشت: کتابخانه.

یادداشت: نویسه.

موضوع: روش المان محدود.

موضوع: آنالیز عددی

موضوع: حساب عددی

موضوع: ماتریس ها

رده بندی کنگره: ۱۳۹۵ ۹ظ ۸۳۱

رده بندی دیویی: ۶۲۰/۰۰۱۵۱۵۳۵

شماره کتابشناسی ملی: ۴۴۹۷۹۷۰

www.press.kntu.ac.ir



ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

عنوان: تجزیه و تحلیل عددی در مهندسی به روش المان محدود

تألیف: دکتر مهدی ظهور

نوبت چاپ: اول

تاریخ انتشار: آذر ۱۳۹۵، تهران

شمارگان: ۲۰۰ نسخه

چاپ: کیمیا

صحافی: گرنامی

طرح روی جلد: سروش ظهور

بها: ۳۰۰۰۰ تومان

(تمام حقوق برای ناشر محفوظ است)

خیابان میرداماد غربی - پلاک ۴۷۰ - انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تلفن: ۸۸۸۸۱۰۵۲

میدان ونک - خیابان ولی عصر (عج) - بالاتر از چهارراه میرداماد - پلاک ۲۶۲۶ - مرکز پخش و فروش انتشارات - تلفن:

۸۸۷۷۲۲۷۷ رایانامه: press@kntu.ac.ir - تارنما (فروش آنلاین): www.press.kntu.ac.ir

پیشگفتار

دگرگونی در توسعه و پیشرفت فناوری، روش‌های تجزیه و تحلیل مختلفی و دستاوردهای زیادی را در مهندسی به دنبال داشته است که دانستن آن‌ها در دانشگاه‌ها و صنایع، ضرورت دارد. در چند سال متوالی که افتخار تدریس درس روش اجزاء محدود در چند دانشگاه را بر عهده داشته‌ام، اهمیت این موضوع را به‌خوبی درک نموده و تألیف کتابی، تحت عنوان "تجزیه و تحلیل عددی در مهندسی به روش المان محدود" به زبان فارسی را برای خود، یک مسئولیت و وظیفه ملی دانسته‌ام.

این کتاب، بر اساس سیلابس دروس (برنامه و سرفصل دروس، مصوبه وزارت علوم، تحقیقات و فناوری) و طبقه‌بندی که در فصل سوم آمده، نوشته شده است. این کتاب برای استفاده دانشجویان مهندسی، مخصوصاً رشته‌های مهندسی مکانیک، مهندسی صنایع، مهندسی مواد، مهندسی نیرو، مهندسی هوافضا، مهندسی عمران، و مهندسی برق برای هر سه مقطع تحصیلی، نام‌های ذکرشده (کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترا)، فارغ‌التحصیلان شاغل در صنعت، مدرسان، محققان و صنعتگران، تهیه و تنظیم شده است. کتاب تجزیه و تحلیل عددی در مهندسی به روش المان محدود، به پنج بخش اصلی تقسیم شده است: بخش اول تحت عنوان اساسات عددی است و شامل فصل‌های اول تا دوم است. بخش دوم تحت عنوان مقدمه‌ای بر روش اجزاء محدود است و شامل فصل سوم است. بخش سوم تحت عنوان روش المان محدود است و شامل فصل‌های چهارم تا نهم است. بخش چهارم تحت عنوان المان‌های باالاتر است و شامل فصل دهم است. علی‌رغم سعی و تلاش فراوان جهت ارائه کتاب بدون نقص احسان خطا و اشتباه در آن وجود دارد. انشاءاً... با استفاده از پیشنهاد و نظر اساتید محترم و دانشجویان عزیز، این کتاب در چاپ‌های بعدی اصلاح خواهد شد.

با تشکر

دکتر مهدی ظهور

عضو هیئت علمی (دانشیار) دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهرماه ۱۳۹۵

فهرست مطالب

۱	پیشگفتار
۳	بخش اول: محاسبات عددی
۵	فصل اول: جبر ماتریس
۵	۱.۱ مقدمه
۵	۲.۱ تعریف اصطلاحات و واژه‌های مقدماتی
۵	۱.۲.۱ تعریف کمیت اسکالر
۵	۲.۲.۱ تعریف کمیت برداری
۶	۳.۲.۱ تعریف ماتریس
۶	۴.۲.۱ تعریف ماتریس سطری
۶	۵.۲.۱ تعریف ماتریس ستونی
۷	۶.۲.۱ تعریف ماتریس مربعی
۷	۷.۲.۱ تعریف زیر ماتریس
۸	۸.۲.۱ تعریف سوپر ماتریس
۹	۹.۲.۱ تعریف ماتریس مثلثی
۱۰	۱۰.۲.۱ تعریف ماتریس قطری
۱۰	۱۱.۲.۱ تعریف ماتریس اسکالر
۱۱	۱۲.۲.۱ تعریف ماتریس واحد
۱۱	۱۳.۲.۱ تعریف ماتریس صفر
۱۲	۱۴.۲.۱ تعریف ماتریس باند شده
۱۲	۱۵.۲.۱ تعریف ماتریس متقارن
۱۳	۱۶.۲.۱ تعریف مرتبه ماتریس
۱۳	۳.۱ تساوی ماتریس‌ها

- ۴.۱ جمع و تفریق ماتریس ۱۳
- ۵.۱ ضرب ماتریس ۱۵
- ۱.۵.۱ ضرب ماتریس در اسکالر ۱۵
- ۲.۵.۱ ضرب ماتریس در ماتریس ۱۶
- ۳.۵.۱ قوانین ضرب ماتریس ۱۷
- ۶.۱ ترانزاده ماتریس ۱۹
- ۱.۶.۱ قوانین ترانزاده ماتریس ۱۹
- ۷.۱ دترمینان ماتریس ۲۳
- ۷.۱ محاسبه دترمینان با روش چولسکی ۲۴
- ۱.۱.۷.۱ محاسبه دترمینان ماتریس متقارن ۲۴
- ۸.۱ ماتریس معکوس ۲۷
- ۱.۸.۱ ماتریس تبیین ۲۸
- ۹.۱ مشتق ماتریس ۳۱
- ۱۰.۱ تابع اولیه ماتریس ۳۲

فصل دوم: انتگرال گیری عددی ۳۳

- ۱.۲ مقدمه ۳۳
- ۱.۱.۲ فرمول های نیوتن کتز ۳۵
- ۲.۱.۲ فرمول های گاوس ۳۵
- ۲.۲ قانون مستطیلی ۳۶
- ۳.۲ قانون ذوزنقه ای ۳۷
- ۴.۲ قانون سیمپسون ۴۰
- ۵.۲ روش گاوس کووادرپرچر ۴۴
- ۱.۵.۲ انتگرال گیری عددی یک بعدی ۴۴
- ۲.۵.۲ انتگرال گیری عددی دوبعدی ۵۱
- ۱.۲.۵.۲ المان دوبعدی مثلثی ۵۲

۵۲	۲.۲.۵.۲ المان دوبعدی چهارضلعی
۵۵	۳.۵.۲ انتگرال گیری عددی سه بعدی
۵۵	۱.۳.۵.۲ المان سه بعدی چهاروجهی
۵۶	۲.۳.۵.۲ المان سه بعدی شش وجهی (آجری)

۶۳ بخش دوم: مقدمه‌ای بر روش اجزاء محدود

۶۵ فصل سوم: مقدمه‌ای بر روش المان محدود

۶۵	۱.۳ مقدمه
۶۶	۲.۳ مفهوم اصلی روش المان محدود
۶۷	۳.۳ تاریخچه روش المان محدود
۶۸	۴.۳ استفاده کلی روش المان محدود
۶۸	۵.۳ استفاده مهندسی روش المان محدود
۷۰	۱.۵.۳ آنالیز دستگاه‌های مجزا
۷۱	۲.۵.۳ آنالیز دستگاه‌های پیوسته
۷۱	۳.۵.۳ مسائل استاتیک (تعادل)
۷۲	۴.۵.۳ مسائل دینامیک (انتشار)
۷۳	۵.۵.۳ مسائل مقدار خاص
۷۵	۶.۳ شرح کلی روش المان محدود
۷۸	۷.۳ مدل کامپیوتری
۷۹	۸.۳ مدل ریاضی
۸۰	۹.۳ تحلیل مسائل نمونه

۱۰۱ بخش سوم: روش المان محدود

۱۰۳ فصل چهارم: گسسته سازی جسم پیوسته

۱۰۳	۱.۴ مقدمه
۱۰۴	۲.۴ عمل گسسته سازی

۱۰۴	۱.۲.۴ تقریب ابعاد هندسی
۱۰۵	۲.۲.۴ ساده سازی از طریق تقارن
۱۰۷	۳.۲.۴ شکل المان
۱۱۰	۴.۲.۴ نوع المان
۱۱۲	۵.۲.۴ تعداد و اندازه اجزاء
۱۱۴	۶.۲.۴ تغییر تراکم مش در مدل
۱۱۵	۷.۲.۴ مکان گره
۱۱۹	۸.۲.۴ شماره گذاری گره و المان
۱۲۰	۹.۲.۴ تولید مش به طور خودکار
۱۲۲	۳.۴ تمرین

فصل پنجم: توابع چند جمله ای درون یابی

۱۲۵	۱.۵ مقدمه
۱۲۷	۲.۵ توابع چند جمله ای درون یابی
۱۳۳	۳.۵ المان های ساده، پیچیده و چندبُیی
۱۳۴	۴.۵ توابع چند جمله ای درون یابی بر حسب درجه ای گره
۱۳۶	۵.۵ انتخاب یک تابع چند جمله ای درون یابی
۱۳۸	۶.۵ توابع درون یابی خطی بر حسب مختصات کل وقتی متغیر ناحیه فقط دارای اندازه باشد
۱۳۸	۱.۶.۵ المان ساده یک بعدی
۱۴۵	۲.۶.۵ المان ساده دوبعدی
۱۶۰	۳.۶.۵ المان ساده سه بعدی
۱۶۵	۷.۵ توابع درون یابی خطی بر حسب مختصات کل وقتی متغیر ناحیه دارای اندازه و جهت باشد
۱۶۶	۱.۷.۵ المان ساده یک بعدی
۱۶۷	۲.۷.۵ المان ساده دوبعدی

۱۶۸	۳.۷.۵ المان ساده سه بعدی
۱۷۰	۸.۵ توابع درونیابی خطی برحسب مختصات محلی
۱۷۰	۱.۸.۵ سیستم مختصات محلی (سیستم مختصات طبیعی)
۱۷۴	۲.۸.۵ مختصات محلی المان ساده یک بعدی
۱۷۹	۳.۸.۵ مختصات محلی المان ساده دوبعدی
۱۸۵	۴.۸.۵ مختصات محلی المان ساده سه بعدی
۱۸۹	۹.۵ المان تقارن محوری وقتی متغیر ناحیه فقط دارای اندازه باشد
۱۹۲	۱۰.۵ المان تقارن محوری وقتی متغیر ناحیه دارای اندازه و جهت باشد
۱۹۳	۱۱.۵ مختصات محلی المان تقارن محوری

فصل ششم: تشکیل معادلات المان محدود

۱۹۵	۱.۶ مقدمه
۱۹۶	۲.۶ روش مستقیم
۱۹۷	۱.۲.۶ تشکیل معادلات المان ساده سه بعدی
۲۰۷	۳.۶ روش تغییرات
۲۰۷	۱.۳.۶ حساب تغییرات
۲۱۰	۲.۳.۶ تشکیل معادلات المان محدود به روش تغییرات
۲۱۱	۱.۲.۳.۶ روش رلی ریتز
۲۱۳	۲.۲.۳.۶ مقایسه روش المان محدود و روش رلی ریتز
۲۱۴	۳.۲.۳.۶ تشکیل معادلات المان محدود به روش رلی ریتز
۲۳۱	۴.۶ روش معادله دیفرانسیل (روش وزن باقیمانده)
۲۳۳	۱.۴.۶ روش کلکیشن
۲۳۴	۲.۴.۶ روش کلکیشن در ناحیه زیر مجموع
۲۳۴	۳.۴.۶ روش کوچکترین مربعها
۲۳۵	۴.۴.۶ روش گالرکین
۲۳۶	۵.۴.۶ تشکیل معادلات المان محدود با استفاده از

روش گالرکین (معادله دیفرانسیل)

- ۵.۶ روش فرموله نمودن مسائل مکانیک جامدات و مکانیک سازه‌ای ۲۴۴
- ۱.۵.۶ اصل حداقل انرژی پتانسیل (تئوری حداقل کار) ۲۴۵
- ۲.۵.۶ اصل حداقل انرژی مکمل ۲۵۶
- ۳.۵.۶ اصل انرژی ثابت ریسر ۲۶۰
- ۴.۵.۶ روش تغییر مکان ۲۶۲
- ۵.۵.۶ روش نیرو ۲۷۴
- ۶.۵.۶ روش تغییر مکان - نیرو ۲۷۵
- ۷.۵.۶ اصل کار مجازی (اصل تغییر مکان مجازی) ۲۷۵

فصل هفتم: تبدیل سیستم مختصات و تشکیل معادلات سیستم

- ۱.۷ مقدمه ۲۸۷
- ۲.۷ تبدیل سیستم مختصات ۲۸۷
- ۱.۲.۷ سیستم مختصات دوبعدی ۲۹۰
- ۲.۲.۷ سیستم مختصات سه‌بعدی ۲۹۲
- ۳.۷ تشکیل معادلات سیستم ۲۹۳
- ۴.۷ تمرین ۲۹۵

فصل هشتم: اعمال شرایط مرزی و حل معادلات سیستم

- ۱.۸ مقدمه ۳۰۳
- ۲.۸ اعمال شرایط مرزی - روش اول ۳۰۴
- ۳.۸ اعمال شرایط مرزی - روش دوم ۳۰۵
- ۴.۸ حل معادلات سیستم ۳۰۹
- ۵.۸ حل مسائل تعادل خطی ۳۱۰

۳۱۲	۱.۵.۸ روش مستقیم
۳۱۲	۱.۱.۵.۸ روش حذفی گاوس
۳۱۴	۲.۱.۵.۸ روش چولسکی
۳۲۰	۳.۱.۵.۸ روش حذفی گاوس - جردن
۳۲۴	۴.۱.۵.۸ روش فرونتال (روش جبهه موج)
۳۳۰	۲.۵.۸ روش غیرمستقیم (روش تکراری)
۳۳۱	۱.۲.۵.۸ روش گاوس - سیدل

۳۳۵ فصل نهم: محاسبه نتایج المان

۳۳۵	۱.۹ محاسبه نتایج المان
۳۳۷	۲.۹ تمرین

۳۵۱ بخش چهارم: المان‌های با توان بالاتر

۳۵۳ فصل دهم: فرموله نمودن اجزاء با توان بالاتر

۳۵۳	۱.۱۰ مقدمه
۳۵۶	۲.۱۰ فرموله نمودن اجزاء با توان بالاتر برحسب مختصات محلی
۳۵۶	۳.۱۰ فرموله نمودن المان یک‌بعدی ایزو پارامتریک (راه اول)
۳۵۶	۱.۳.۱۰ مدل درون‌یابی، شکل هندسی و توابع شکل المان یک‌بعدی
۳۶۳	۲.۳.۱۰ تغییرات تابع شکل در طول المان یک‌بعدی
۳۶۴	۳.۳.۱۰ محاسبه معادلات المان یک‌بعدی
۳۷۱	۴.۱۰ فرموله نمودن المان یک‌بعدی ایزو پارامتریک (راه دوم)
۳۷۱	۱.۴.۱۰ مدل درون‌یابی، توابع شکل المان یک‌بعدی درجه دوم
۳۷۳	۲.۴.۱۰ محاسبه معادلات المان یک‌بعدی درجه دوم
۳۷۹	۵.۱۰ فرموله نمودن المان دوبعدی ایزو پارامتریک
۳۷۹	۱.۵.۱۰ فرموله نمودن المان دوبعدی مثلثی ایزو پارامتریک
۳۷۹	۱.۱.۵.۱۰ مدل درون‌یابی، شکل هندسی و توابع شکل المان

- ۳۸۷ ۲.۱.۵.۱۰ تغییرات تابع شکل در سراسر المان دوبعدی مثلثی
- ۳۸۸ ۳.۱.۵.۱۰ محاسبه معادلات المان دوبعدی مثلثی ایزو پارامتریک
- ۳۹۷ ۲.۵.۱۰ فرموله نمودن المان دوبعدی چهارضلعی ایزو پارامتریک
- ۳۹۹ ۱.۲.۵.۱۰ مدل درون یابی، شکل هندسی و توابع شکل المان
- ۴۰۶ ۲.۲.۵.۱۰ تغییرات تابع شکل در سراسر المان دوبعدی چهارضلعی
- ۴۰۷ ۳.۲.۵.۱۰ محاسبه معادلات المان دوبعدی چهارضلعی ایزو پارامتریک
- ۴۱۰ ۶.۱۰ فرموله نمودن المان سه بعدی ایزو پارامتریک
- ۴۱۰ ۶.۱۰ فرموله نمودن المان سه بعدی چهاروجهی ایزو پارامتریک
- ۴۱۲ ۱.۱.۶.۱۰ مدل درون یابی، شکل هندسی و توابع شکل المان
- ۴۱۷ ۲.۶.۱۰ فرموله نمودن المان سه بعدی شش وجهی ایزو پارامتریک
- ۴۱۸ ۱.۲.۶.۱۰ مدل درون یابی، شکل هندسی و توابع شکل المان
- ۴۲۴ ۲.۲.۶.۱۰ محاسبه معادلات المان سه بعدی شش وجهی

فهرست مراجع

۴۳۱

واژه نامه

۴۳۳

نمایه

۴۳۹