

۱۵۳۴۲۵۸

ابزارهای ریاضی در فیزیک پایه ۱

سید وحید موسوی

www.ketab.ir

سرشناسه	: موسوی، سید وحید، ۱۳۵۹
عنوان و نام پدیدآور	: ابزارهای ریاضی در فیزیک پایه ۱ / سید وحید موسوی
مشخصات نشر	: تهران: نیاز دانش، ۱۳۹۶
مشخصات ظاهری	: ح. ۲۳۴ ص
شابک	: 978-600-7724-99-6
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیبا
موضوع	: مکانیک - الگوهای ریاضی
موضوع	: Mechanics—Mathematical models
رده‌بندی کنگره	: QA۸۸۰۵/م۸ ۱۳۹۶
رده‌بندی دیویی	: ۵۳۱
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۸۵۹۴۰۶



نام کتاب	: ابزارهای ریاضی در فیزیک پایه ۱
مؤلف	: سید وحید موسوی
مدیر اجرایی - ناظر بر چاپ	: حمیدرضا محمد شیرازی - محمد شمس
ناشر	: نیاز دانش
صفحه‌آرا	: واحد تولید انتشارات نیاز دانش
نوبت چاپ	: اول - ۱۳۹۶
شمارگان	: ۱۰۰ نسخه
قیمت	: ۱۳۰۰۰۰ ریال

ISBN: 978-600-7724-99-6

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۲۴-۹۹-۶

هر گونه چاپ و تکثیر (اعم از زیراکس، بازنویسی، ضبط کامپیوتری و تهیه‌ی CD) از محتویات این اثر بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع است، متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از مؤلفان، مصنفان و هنرمندان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

آدرس انتشارات: تهران، میدان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، تقاطع وحید نظری، پلاک ۲۵۵، طبقه ۱، واحد ۲

۰۲۱-۶۶۴۷۸۱۰۶-۶۶۴۷۸۱۰۸-۰۹۱۲۷۰۷۳۹۳۵

www.Niaze-Danesh.com

مشاوره جهت نشر: ۰۹۱۲-۲۱۰۶۷۰۹

فهرست مطالب

پیشگفتار

ج

اول ابزارهای ریاض و نظریه‌ی مکانیک نیوتنی

۱ روش‌های تقریب، بردارها، دستگاه‌ای مختصات و سینماتیک حرکت

۱.۱ مقدمه ۳

۲.۱ نمادگذاری مجموع یا سیگما $\sum$ ۴

۳.۱ روش‌های تقریب ریاضی ۶

۴.۱ بردارها ۱۱

۵.۱ ضرب بردارها در همدیگر ۱۵

۱.۵.۱ ضرب اسکالر یا نقطه‌ای ۱۵

۲.۵.۱ ضرب خارجی ۱۷

۳.۵.۱ ضرب‌های سه گانه ۱۸

۶.۱ مشتق برداری ۱۹

۱.۶.۱ مشتق‌های معمولی بردارها ۲۰

۲.۶.۱ مشتق‌های جزئی بردارها ۲۱

۳.۶.۱ دیفرانسیل بردار ۲۲

۷.۱ عملگرهای دیفرانسیلی برداری ۲۳

۱.۷.۱ عملگر برداری دیفرانسیلی گرادینان ∇ ۲۳

۲۵	عملگر برداری دیورژانس $\nabla \cdot$	۲۰۷.۱
۲۵	کرل یا چرخش $\nabla \times$	۳۰۷.۱
۲۶	انتگرال گیری برداری	۸۰.۱
۲۶	انتگرال های خطی	۱۰۸.۱
۲۷	انتگرال های سطحی	۲۰۸.۱
۲۷	انتگرال های حجمی	۳۰۸.۱
۲۸	مختصات منحنی الخط	۹۰.۱
۲۹	بردارهای یکه	۱۰۰.۱
۳۲	المان های طول کمان، المان های سطح و المان حجم	۲۰۹.۱
	۱۰.۱ گرایدن، دیورژانس و کرل در	
۳۳	دستگاه های مختصات منحنی الخط	
۳۴	دستگاه های مختصات منحنی الخط متعامد خاص	۱۱۰.۱
۳۴	مختصات اسفندی (ρ, ϕ, z)	۱۰۱۱.۱
۳۶	مختصات قطبی کروی (r, θ, ϕ)	۲۰۱۱.۱
۳۷	مشتق زمانی یک بردار	۱۲۰.۱
۴۰	سینماتیک حرکت	۱۳۰.۱
۴۲	سرعت نسبی و شتاب	۱۰۱۳.۱
۴۴	حرکت در مختصات قطبی	۱۴۰.۱
۴۷	نگاهی کوتاه به مکانیک نیوتنی	۲
۴۷	مقدمه	۱.۲
۴۸	دینامیک ذره	۲.۲
۴۸	قوانین حرکت نیوتن	۱.۲.۲
۵۲	چند نیروی خاص	۳.۲
۵۳	گرانش و وزن	۱.۳.۲
۵۸	نیروی الکتروستاتیکی	۲.۳.۲
۵۹	نیروهای تماسی (کشش نخ، اصطکاک، عمودی سطح و چسبندگی)	۳.۳.۲

۴.۲	نحوه‌ی کاربرد قوانین نیوتن برای حل مسائل	۶۱
۵.۲	کار، توان و انرژی جنبشی	۶۲
۱.۵.۲	قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی	۶۴
۶.۲	نیروهای پایستار، انرژی پتانسیل و پایداری انرژی	۶۵
۷.۲	ضربه‌ی یک نیروی وابسته به زمان	۶۹
۱.۷.۲	نوسان‌های کوچک در سیستم‌های مقید	۷۳
۱.۷.۲	دینامیک سیستم ذرات	۷۴
۳	حرکت صفحه‌ای جسم صلب	۸۵
۱.۳	مقدمه	۸۵
۲.۳	انتقال و دوران و قله‌ی شال	۸۵
۱.۲.۳	حرکت صفحه‌ای یک جسم صلب	۸۷
۳.۳	سینماتیک دورانی در دوران حول محور ثابت	۸۸
۱.۳.۳	دوران با شتاب زاویه‌ای ثابت	۹۰
۲.۳.۳	کمیت‌های دورانی به صورت برداری	۹۱
۳.۳.۳	رابطه‌ی میان سینماتیک انتقالی و دورانی	۹۲
۴.۳.۳	انرژی جنبشی دورانی جسم صلب و گشتاور لنگش	۹۵
۴.۳	دینامیک دورانی و قانون دوم نیوتن برای دوران	۹۷
۱.۴.۳	تکانه‌ی زاویه‌ای مداری و اسپینی	۱۰۱
۲.۴.۳	قانون دوم نیوتن در حرکت دورانی حول یک محور ثابت	۱۰۲
۳.۴.۳	قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی دورانی و توان در دوران حول یک محور ثابت	۱۰۴
۴.۴.۳	حرکت صفحه‌ای کلی یک جسم صلب	۱۰۶
۵.۳	حرکت غلتشی محض	۱۰۶
۱.۵.۳	نیروی اصطکاک در حرکت غلتشی	۱۰۸
۲.۵.۳	پایداری انرژی مکانیکی در حرکت غلتشی محض	۱۰۹
۶.۳	تعادل جسم صلب	۱۱۰

۷.۳ مرکز گرانی (گرانیگاه یا مرکز ثقل) ۱۱۲

دوم	مسائل	۱۱۵
۱	آهنگ تغییر تندی	۱۱۷
۲	شنا در عرض رودخانه	۱۱۷
۳	سرعت بر حسب مختصات در حرکت با یک تندی ثابت بر روی یک	
	مسیر بیضوی	۱۱۹
	مولفه‌های مماسی و عمودی شتاب حرکت	۱۲۱
۵	حرکت قایق با یک تندی ثابت در جهت رو به یک نقطه‌ی معین	۱۲۴
۶	سقف شیروانی و حرکت پرتابه	۱۲۶
۷	پیشانی برد پرتابه بر روی سطح شیبدار	۱۲۸
۸	بج و قاعده مکعبی	۱۳۰
۹	طناب آیزار	۱۳۲
۱۰	ماشین آتوود شتاب	۱۳۳
۱۱	سطح شیبدار متحرک	۱۳۷
۱۲	نیروی گرانشی بین میله‌ی یکساخت و جرم نقطه‌ای	۱۴۲
۱۳	نیروی گرانشی بین حلقه‌ی یکساخت و جرم نقطه‌ای	۱۴۸
۱۴	نیروی گرانش بین قرص یکساخت و جرم نقطه‌ای	۱۵۰
۱۵	نیروی گرانشی بین پوسته‌ی کروی یکساخت و جرم نقطه‌ای	۱۵۳
۱۶	نیروی گرانش بین کره‌ی توپر با توزیع جرم با تقارن کروی و جرم نقطه‌ای	۱۵۶
۱۷	مرکز جرم میله‌ی نایکساخت	۱۵۸
۱۸	مرکز جرم نیم دایره‌ی یکساخت	۱۵۹
۱۹	مرکز جرم نیم قرص یکساخت	۱۶۰
۲۰	مرکز جرم قرص ناقص یکساخت	۱۶۲
۲۱	مرکز جرم نیم پوسته‌ی کروی یکساخت	۱۶۴
۲۲	مرکز جرم مخروط توپر یکساخت	۱۶۶

۲۳	مرکز جرم بستنی قیفی یکنواخت ۱۷۰
۲۴	لختی دورانی میله‌ی یکنواخت ۱۷۱
۲۵	لختی دورانی یک واشر (یا یک پوسته‌ی استوانه‌ای) یکنواخت ۱۷۲
۲۶	لختی دورانی یک پوسته‌ی کروی یکنواخت ۱۷۵
۲۷	مرکز جرم و گشتاور لختی پوسته‌ی یکنواخت محدود به ناحیه‌ی داخل
۱۷۷	سه‌می $y = x^2$ و خط $y = H$
۲۸	آونگ ساده ۱۸۱
۲۹	آونگ مرکب ۱۸۵
۳۰	نوسان یک ذره با دو نیرو ۱۸۷
۳۱	غلزش یک جسم گرد بر روی یک جسم گرد ثابت بزرگتر ۱۹۰
۳۲	غلزش یک جسم گرد یکنواخت بر روی یک سطح شیبدار ۱۹۶
۳۳	حرکت توأم غلزش و دورانی یک جسم گرد یکنواخت بر روی یک
۱۹۹	سطح افقی
۳۴	برخورد کاملاً ناکشسان یک قله‌دار یک میله‌ی آویزان ۲۰۳
۳۵	بررسی پایستار بودن یک میدان نیرو ۲۰۵
۳۶	کار انجام شده توسط یک میدان نیرو ۲۰۸
۳۷	کار انجام شده توسط یک میدان نیروی خطی ۲۰۹
۳۸	انتگرال خطی بردار مکان در یک مسیر بسته ۲۱۱
۳۹	محاسبه‌ی توان و کار با استفاده از معادله‌ی مسیر ۲۱۲
۴۰	محاسبه‌ی موقعیت و سرعت با استفاده از انرژی پتانسیل ۲۱۳

آ رابطه‌ی بین مولفه‌های پادوردای یک بردار در دو دستگاه مختصات ۲۱۷

ب در مورد قانون اول نیوتن ۲۲۱

پیشگفتار

کتاب‌های متعدد و متنوعی در زمینه‌ی فیزیک پایه توسط نویسندگان مختلف تألیف شده است. در کتاب‌های قدیمی‌تر تاکنون بر ریاضیات و پارامتری حل کردن مسائل به مراتب بیشتر از کتاب‌های جدیدتر است که با رویکردی متفاوت، بیشتر متمایل به کاربردی کردن موضوع نوشته شده‌اند. به نظر نگارنده‌ی کتاب حاضر، رویکرد کتاب‌های جدیدتر هر چند جذاب است ولی خالی از اشکال هم نیست. دانشجویان به دلیل کار نکردن با ریاضیات، در زمینه‌ی حل مسائل مهارت‌های لازم را کسب نمی‌کنند و لذا در ادامه‌ی تحصیل و هنگام آزمون‌های پیشرفته‌تر به مشکل بر می‌خورند.

در این کتاب که با رویکرد آموزش درست و بر اساس تجربه‌ی تدریس چندین دوره درس فیزیک پایه برای دانشجویان علوم و مهندسی به رشته‌ی تحریر درآمده است، کوشیده‌ایم قدرت روش‌های برداری، دستگاه‌های مختصات و روش‌های تقریب ریاضی را نشان دهیم و حتی‌الامکان از به کار بردن اصطلاحاتی نظیر "به راحتی نشان داده می‌شود" پرهیز کنیم.

بدین منظور، کتاب را در دو بخش آماده کرده‌ایم. در بخش اول ابزارهای ریاضی لازم شامل تحلیل برداری، روش‌های تقریب و دستگاه‌های مختصات منحنی‌الخط متعامد را آورده‌ایم. سپس، سینماتیک حرکت را مورد بحث قرار داده‌ایم و در انتها نگاهی هر چند کوتاه ولی دقیق به دینامیک انتقالی و دورانی داشته‌ایم. تا آن جا که ممکن بوده است، سعی کرده‌ایم مطالب را دسته بندی شده ارائه کنیم، چرا که اعتقاد داریم ارائه مطالب به این نحو باعث تسریع در یادگیری و دوام بیشتر آن می‌شود. به فراخور مطالب، از ذکر موارد جالبی که کمتر در کتاب‌های دیگر به چشم می‌خورد غافل نشده‌ایم. مثلاً با استناد به نوشتارهای موجود، به نقش این هیثم در حوزه مکانیک اشاره کرده‌ایم. در

بخش دوم، تعداد محدودی مسأله حل کرده‌ایم. این مسائل با دقت و وسواس خاصی انتخاب شده‌اند تا قدرت ابزارهای ریاضی در حل آن‌ها نمود داشته باشد. گاهی یک مسأله از راه‌های مختلف حل شده و وقتی یک مسأله در یک حالت کلی حل شده است با استفاده از روش‌های تقریب ریاضی، حالت‌های حدی آن به عنوان موارد خاص بحث شده تا دانشجو روش برخورد با مسأله را یاد بگیرد. ادعا نمی‌کنیم کار بی‌نظیری انجام داده‌ایم با این حال، اعتقاد داریم این کار در نوع خود کم‌نظیر است. این کتاب برای کلیه دانشجویان علوم و مهندسی، علی‌الخصوص دانشجویان رشته‌ی فیزیک در مقطع کارشناسی قابل استفاده است.

از سبناز خانم زکبه سادات حسینی نژاد دانشجوی ارجمند فیزیک که با تایپ مطالب، تولید شکل‌ها، ساختن اشکالات نگارشی و اشتباهات مختلف و همچنین متذکر شدن برخی مراجع، سهم بسزایی در بعضی کیفی این کتاب داشتند، به طور ویژه تشکر می‌شود. در پایان از تمام عزیزانی که کتاب را استفاده می‌کنند خواهشمند است نظرات، انتقادات و پیشنهادات خود و همچنین اشکالات احتمالی کتاب را از طریق رایانامه s.v.mousavi@gmail.com به اطلاع برسانند تا در چاپ‌های بعدی کتاب مورد توجه و استفاده قرار گیرند.