

به نام آن که جان را فکرت آموخت

۱۴۷۵۴۶۴

ریاضیات مهندسی پیشرفته در یک نگاه

تالیف

مهندس محسن خاکی



سرشناسه	خالقی، محسن، ۱۳۵۹-
عنوان و نام پدیدآور	ریاضیات مهندسی پیشرفته در یک نگاه/تالیف محسن خالقی.
مشخصات نشر	تهران: دانش بنیاد، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری	۷۰۶ ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	۳۸۰۰۰ ریال: ۳-۱-۹۶۷۶۶-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	فیا
موضوع	ریاضیات مهندسی - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	Engineering mathematics -- Study and teaching (Higher)
موضوع	ریاضیات مهندسی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	Engineering mathematics -- Problems, exercises, etc. (Higher)
موضوع	ریاضیات مهندسی - آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	Engineering mathematics -- Examinations, questions, etc. (Higher)
رده‌بندی کنگره	۱۳۹۵ ۲۷۹/۵: TA۳۳۲
رده‌بندی دیویی	۶۲۰/۰۱۵۱۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی	۴۴۲۱۵۷۹

ریاضیات مهندسی پیشرفته در یک نگاه



تألیف	محسن خالقی
مدیر تولید	دکتر می‌شاهنده
صفحه آرایی	واحد تولید انتشارات فدک ایستاتیس (طاہرہ حقایق)
نوبت چاپ	اول - ۱۲۵
تیراژ	۵۰۰
قیمت	۳۸۰۰۰ ریال
شابک	۳-۱-۹۶۷۶۶-۶۰۰-۹۷۸

دفتر انتشارات: تهران - خیابان انقلاب - خیابان اردیبهشت - بین‌بانی نژاد و جمهوری - شماره ۱
تلفن: ۶۶۴۸۱۰۹۶ - ۶۶۴۸۲۲۲۱
فروشگاه یزد: میدان آزادی (باغ ملی) - ابتدای خیابان فرخی - جنب مجتمع ستاره
تلفن: ۳۶۲۲۷۴۷۵ - ۳۶۲۲۷۷۱ - ۳۶۲۲۶۷۷۲ - ۳۵

ایمیل و وبسایت: www.fadakhbook.ir - fadakhbook@yahoo.com

کلیه حقوق و حق چاپ متن و عنوان کتاب که به ثبت رسیده است؛ مطابق با قانون حقوق مولفان و مصنفان مصوب ۱۳۴۸ محفوظ و متعلق به انتشارات دانش بنیاد می‌باشد. هرگونه برداشت، تکثیر، کپی برداری به هر شکل (چاپ، فتوکپی، انتشار الکترونیکی) بدون اجازه کتبی از انتشارات دانش بنیاد ممنوع بوده و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار خواهند گرفت.

معاونت حقوقی
انتشارات دانش بنیاد

حمد و سپاس یکتای بی همتا را که همواره بنده را رهین مثبت خود قرار داده و توانایی تألیف و گردآوری مجموعه حاضر را به اینجانب عطا نموده است. مجموعه حاضر ماحصل پژوهش‌ها و تلاش‌های مولف درخصوص مباحث ویژه ریاضیات کاربردی در زمینه مهندسی از سال ۱۳۷۷ تاکنون می‌باشد. هدف از این نگارش آن است که خواننده با صرف کمترین زمان از عهده تحلیل مسائل پیچیده و سخت برآمده و در زمینه حل مسائل ریاضیات مهندسی تبحر یابد. نگارنده سالیان زیادی به دنبال یافتن دلایل و عوامل ضعف جامعه مهندسی در تحلیل مسائل کاربردی و استفاده از ابزار ریاضیات رده است و همچنین بدنبال آسیب‌شناسی این موضوع بوده است که چرا اکثر فارغ-التحصیلان رشته‌های مهندسی از نعمت آشنایی با مفاهیم زیبا و عمیق ریاضیات و درک فلسفه وجودی آنها بی‌بهره می‌مانند. برای حل این مشکل در کشورهای پیشرفته دنیا مانند ایالات متحده آمریکا و کانادا و استرالیا و فرانسه و آلمان و بریتانیا سعی بر آن است که در تدریس مباحث ریاضیات مهندسی از روش حل مسدود برای بهره‌مندی از مفاهیم پایه و مفاهیم انتزاعی استفاده شود تا دانشجویان نحوه بکارگیری مفاهیم محض در مسائل کاربردی را بیاموزند. نگارنده سال‌های متمادی با مراجعه به کتابخانه‌های مرکزی دانشگاه‌های راسری (دانشگاه صنعتی شریف، دانشگاه علوم پایه و مرکز تحصیلات تکمیلی زنجان، دانشگاه راسری زنجان) و با خواندن بیش از ده‌ها جلد کتاب معتبر منتشر شده درخصوص ریاضیات مهندسی مقدماتی و پیشرفته از سوی اساتید این فن در دنیا به زبان‌های انگلیسی و فرانسوی و آلمانی و روسی سعی بر آن داشته که با مفاهیم اولیه و مباحث پیچیده دانش ریاضیات مهندسی آشنا شود. نگارنده همواره با این درد مواجه بوده که چرا نظام آموزشی کشور ما نیز مانند سایر ملل متمدنی به دنبال انتقال دیدگاهی دانش بر اساس مفهوم بنیادی حل مسئله محور^۱ نمی‌باشد. نگارنده همواره بدنبال راهکارهایی برای ارتقاء سطح دانش ریاضیات مهندسی در جامعه مهندسين ایران بوده است و در این نگارش سعی بر آن است که دانش پژوهان با دنیای با شکوه و زیبای ریاضیات بیشتر مانوس گردند. این کتاب تنها برای اهداف تجاری و مقاصد مادی نگاشته نشده است و هدف اصلی نگارنده، انتقال و ارتقاء سطح دانش و آشنایی با بردن مخاطبینی از مفاهیم پیچیده ولی در عین حال زیبا و با شکوه ریاضیات می‌باشد. در این مجموعه بیش از ۷۷۷ مسئله حل شده است. در این کتاب سعی شده با بیان خلاصه مباحث، اصول و مفاهیم مهم در ریاضیات مهندسی معرفی و با ارائه مثال‌ها و مسأله‌های متعدد از آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری، مفاهیم مربوطه به‌طور عمیق به خواننده منتقل گردد. در بخش‌های مختلف این کتاب از مراجع معتبر خارجی نیز بهره لازم برده شده است. شایان ذکر است که در این کتاب سعی شده است

متدلوژی آموزشی مسأله محور پیاده سازی شود. ابتدا با تعریف مسأله و به دنبال آن با الگوریتم کشف و ارائه راه حل مسأله، تحلیل موردنظر دنبال می گردد و بسته آموزشی بر اساس آن طراحی شده است. امید است که علاقه مندان بتوانند با مطالعه این کتاب تکنیک های متنوع و مناسب را برای حل مسائل به کار ببندند و از این رهگذر قدمی هر چند کوچک برای ارتقای علوم ریاضیات مهندسی در کشور عزیزمان، ایران برداشته شود.

بر خود لازم می دانم از زحمات تمامی آموزگاران و معلمان و دبیران و اساتیدی که در طول دوران تحصیل حق استادی به گردن این شاگرد کوچک دارند صمیمانه تشکر نموده و از خداوند منان برای آنها خیر دنیا و پاداش آخرت مسئلت نمایم. از این رهگذر بر خود لازم می دانم اول از پدر بزرگوارم که این استاد ریاضی زندگی می باشیم و سپس از زحمات استاد گرامیم جناب آقای دکتر محمدرضا موبد (استاد درس ریاضیات مهندسی پیشرفته دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف) تشکر ویژه نموده بدیهی است که نگارش مذکور خالی از نواقص نمی باشد و مایه مسرت و دلگرمی مؤلف است که نظرات و پیشنهادات ارزشمند خوانندگان در راستای ارتقای سطح کیفی کتاب لحاظ گردد.

مهندس محسن خالقی

Moh_Khaleghi @ alum.sharif. edu

عضو انجمن فارغ التحصیلان دانشکده

مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف

بهار ۱۳۹۵

فهرست مطالب

سری و انتگرال فوریه ۱

مقدمه ۲	۱.۱
سری فوریه ۲	۱.۲
تعریف سری فوریه یک تابع متناوب ۲	۲.۱
سری فوریه توابع زوج و فرد ۴	۲.۲.۱
روش یگیری برای محاسبه a_n و b_n ۵	۲.۲.۱
سری فوریه مشتق و انتگرال یک تابع ۷	۴.۲.۱
تبدیل و انتگرال فوریه ۸	۳.۱
معرفی تبدیل ۸	۱.۳.۱
خواص تبدیل فوریه ۱۰	۲.۳.۱
تبدیل فوریه تابع دسی دیراک و خواص آن ۱۱	۳.۳.۱
سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۱۸	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۵	
خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۴۱	
پاسخ‌نامه خودآزمایی (تألیفی) ۴۶	
فرامین کلیدی ۶۲	

تبدیل لاپلاس ۶۵

مقدمه ۶۶	۱.۲
فلسفه و مفهوم تبدیلات ۶۷	۲.۲
تعریف ۶۹	۳.۲
خواص تبدیل لاپلاس ۷۰	۴.۲
محاسبه سری‌های جبری با استفاده از روش تبدیل لاپلاس (انتگرال لاپلاس) ۷۳	۵.۲
سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۸۰	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۸۳	

خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۸۹

پاسخنامه خودآزمایی ۹۵

فرامین کلیدی ۱۱۱

حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۱۱۳

مقدمه ۱۱۴	۱.۳
تعریف ۱۱۴	۲.۳
روش تفکیک متغیرها در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۱۱۴	۳.۳
حل معادلات حرارت ۱۱۵	۱.۳.۱
حل معادلات موج ۱۱۹	۲.۳.۳
حل معادلات لاپلاس ۱۲۰	۱.۳.۳
استفاده از تبدیل لاپلاس در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۱۲۴	۱.۳
موب سوالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۱۲۷	
پاسخنامه نمونه سوالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۱۳۶	
خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۱۵۴	
پاسخنامه خودآزمایی ۱۶۰	
فرامین کلیدی ۱۶۵	

معرفی اعداد مختلط ۱۶۱

مقدمه ۱۷۸	۱.۴
تعریف عدد مختلط و خواص آن ۱۷۸	۲.۴
توصیف و تعبیر هندسی عدد مختلط ۱۷۹	۱.۲.۴
تعریف مزدوج یک عدد مختلط ۱۸۲	۲.۲.۴
تبدیل شکل دکارتی و قطبی اعداد مختلط به هم ۱۸۱	۳.۴
خواص اعداد مختلط ۱۸۶	۴.۴
منحنی‌های هندسی در صفحه مختلط - خم‌ها در صفحه مختلط ۱۹۴	۵.۴
استفاده از تکنیک اعداد مختلط برای محاسبه انتگرال‌هایی با فرم مخصوص ۲۰۳	۶.۴
ریشه‌های واحد ۲۱۰	۷.۴
ناحیه‌ها در صفحه مختلط ۲۱۱	۸.۴
نمونه سوالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۱۶	
پاسخنامه نمونه سوالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۱۹	

خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۲۲۵

پاسخنامه خودآزمایی ۲۳۰

فرامین کلیدی ۲۴۰

توابع مختلط ۲۴۱

مقدمه ۲۴۲	۱.۵
تعریف توابع مختلط ۲۴۲	۲.۵
معرفی بعضی از توابع مختلط $w = f(z)$ ۲۴۳	۳.۵
تابع چند جمله‌ای ۲۴۳	۱.۱
تابع ریشه ۲۴۴	۱.۳.۵
تابع نمایی ۲۴۵	۳.۳.۵
تابع لگاریتم (نیرین) ۲۴۶	۴.۳.۵
تابع توانی ۲۴۹	۵.۳.۵
توابع دلتوی ۲۵۰	۶.۳.۵
توابع معکوس مثلثاتی و هذلولوی ۲۵۱	۷.۳.۵
صفحه‌های توابع ۲۵۴	۴.۵
تعریف حد ۲۵۵	۵.۵
پیوستگی ۲۵۷	۶.۵
مشتق‌پذیری توابع مختلط ۲۵۱	۷.۵
تعریف مشتق ۲۵۸	۱.۷.۵
روابط کوشی - ریمان در مختصات دکارتی (شرایط R-C) ۲۵۹	۲.۷.۵
شرایط کوشی - ریمان در مختصات قطبی ۲۶۰	۳.۷.۵
توابع تحلیلی یا آنالیتیک ۲۶۴	۸.۵
معرفی توابع تحلیلی ۲۶۴	۱.۸.۵
خواص توابع تحلیلی ۲۶۸	۲.۸.۵
روش حل میلن - تامسون ۲۷۶	۹.۵
عملگرهای دیفرانسیلی مختلط ۲۷۶	۱۰.۵
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۸۰	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۸۲	
خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۲۸۸	
پاسخنامه خودآزمایی ۲۹۵	
فرامین کلیدی ۳۱۶	

نگاشت‌ها ۳۱۹

۳۲۰	مقدمه	۱.۶
۳۲۰	تعریف نگاشت	۲.۶
۳۲۲	نگاشت‌های پر کاربرد	۳.۶
۳۲۲	نگاشت خطی $w = Az + B$	۱.۳.۶
۳۲۳	نگاشت z^n	۲.۳.۶
۳۲۵	نگاشت نمایی e^z	۳.۳.۶
۳۲۸	نگاشت $\operatorname{Ln} z$	۴.۳.۶
۳۲۸	نگاشت $\sin z$	۵.۳.۶
۳۳۲	نگاشت توابع هذلولی - هایپربولیک	۶.۳.۶
۳۳۴	نگاشت $f(z) = \frac{1}{z}$	۷.۳.۶
۳۳۸	نگاشت موبیوس $f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$	۸.۳.۶
۳۴۴	نگاشت ژاکوبی	۹.۳.۶
۳۴۶	نگاشت همسایه کریستوفل - شوارتز	۱۰.۳.۶
۳۴۶	مسائل نگاشت	
۳۶۸	نمونه سؤالات امتحانی - پهای گذشته	
۳۷۰	پاسخ‌نامه نمونه سؤالات آزمونهای سالهای گذشته	
۳۷۰	خودآزمایی (مسائل تألیفی)	
۳۷۸	پاسخنامه خودآزمایی	
۳۸۴	فرامین کلیدی	

انتگرال‌های مختلط ۳۸۶

۳۸۷	مقدمه	۱.۷
۳۸۷	تعریف انتگرال‌های مختلط	۲.۷
۳۸۹	قضیه کوشی و نتایج آن	۳.۷
۳۹۰	نتایج قضیه کوشی	۱.۳.۷
۳۹۱	قضیه انتگرال کوشی	۴.۷
۳۹۲	نتایج قضیه انتگرال کوشی	۱.۴.۷
۴۰۲	خواص انتگرال‌های مختلط	۵.۷
۴۰۲	نتایج حاصل از خواص انتگرال‌های مختلط	۱.۵.۷
۴۰۴	خواص دیگری از انتگرال‌های مختلط و کاربرد آنها	۲.۵.۷

خواص معادله لاپلاس	۴۰۷	۳.۵.۷
قضیه حساب مانده	۴۰۹	۶.۷
روش‌های محاسبه مانده	۴۱۰	۱.۶.۷
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۴۱۲	
پاسخ‌نامه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۴۱۴	
خودآزمایی (مسائل تألیفی)	۴۱۷	
پاسخ‌نامه خودآزمایی	۴۳۵	
فرامین کلیدی	۴۹۲	

۴۹۳ دنباله‌ها و سری‌های مختلط

مقدمه	۴۹۴	۱.۸
دنباله‌های مختلط	۴۹۴	۲.۸
سری‌های سری مختلط	۴۹۴	۳.۸
آزمون سید (نسبت، الامیر - آدامار)	۴۹۵	۱.۳.۸
آزمون مقایسه	۴۹۵	۲.۳.۸
آزمون ریشه (تست ریش)	۴۹۶	۳.۳.۸
سری‌های توابع	۴۹۶	۴.۸
سری‌های توانی	۴۹۷	۱.۴.۸
صفرها، قطب‌ها و نقاط منفرد تابع $f(z)$	۵۰۰	۵.۸
اندازه مانده در بسط لوران	۵۰۷	۶.۸
قضیه لوران و فلسفه وجودی آن	۵۱۱	۷.۸
نمونه سؤالات آزمون‌های سالهای گذشته	۵۱۱	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سالهای گذشته	۵۱۷	

۵۵۵ انتگرال گیری به روش مانده‌ها

مقدمه	۵۵۶	۱.۹
محاسبه برخی انتگرال‌های حقیقی با استفاده از خواص انتگرال مختلط	۵۵۷	۲.۹
محاسبه انتگرال‌های حقیقی به فرم $\int_{\gamma} \frac{P(x)}{Q(x)} dx$	۵۶۰	۳.۹
نمونه سؤالات آزمونهای سالهای گذشته	۵۶۷	
پاسخ‌نامه نمونه سؤالات آزمون‌های سالهای گذشته	۵۶۸	

خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۵۷۰

پاسخنامه خودآزمایی ۵۷۶

فرامین کلیدی ۵۹۲

برگزیده مسائل آزمون‌های ریاضیات مهندسی رشته‌های

مختلف مهندسی ۵۹۵

مقدمه ۵۹۶ ۱.۱۰

پاسخنامه برگزیده سؤالات آزمون‌های ریاضیات مهندسی ۶۱۷

توابع ماتریسی ۶۶۱

مقدمه ۶۶۲ ۱.۱۱

۱.۱۱ استفاده از بحث ماتریس‌ها در حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی ۶۷۲

۳.۱۱ استفاده از ماتریس نمایی ۶۷۳

پیوسته‌ها ۶۷۹

منابع و مراجع ۶۸۷