

جبر خطی عددی

پدیدآورندگان:

رضا مختاری

دانشیار دانشکده علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان

مسعود رشیدی

کارشناس ارشد ریاضی کاربردی



دانشگاه علمی کاربردی اهواز

مرکز نشر

شماره کتاب ۱۴۱

گروه علوم ۳۸

جبر خطی عددی

پدیدآورندگان:	رضا مختاری، مسعود رشیدی
ویراستار علمی:	نبی‌اله گودرزوند چگینی
تایپ صفحه آرای:	مسعود رشیدی
طراح جلد:	مسعود رشیدی
لیتوگرافی، چاپ و بستن:	چاپخانه دانشگاه صنعتی اصفهان
ناشر:	مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان
چاپ اول:	پاییز ۱۳۹۴
شمارگان:	۵۰۰ جلد
شابک:	۹۷۸-۹۶۴-۸۴۷۶-۶۱-۳
قیمت:	۱۰۰۰۰۰ ریال

سرشناسه	مختاری، رضا: ۱۳۹۴
عنوان و نام پدیدآور	جبر خطی عددی / رضا مختاری، مسعود رشیدی.
مشخصات نشر	اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	نه، ۱۷۰ ص.: مصور، جلد.
فروست	دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر، شماره کتاب ۱۴۱، گروه علوم: ۴۳
شابک	978-964-8476-61-3
وضعیت فهرست نویسی	فیا
یادداشت	ص.ع. به انگلیسی: R. Mokhtari, M. Rashtidi. Numerical linear algebra
یادداشت	واژه‌نامه.
موضوع	جبر خطی -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	جبر خطی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	رشیدی، مسعود، ۱۳۶۵ -
شناسه افزوده	دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر
رده بندی کنگره	۱۳۹۴QA۱۸۴ ج ۲/م ۳
رده بندی دیویی	۵۱۲/۵
شماره کتابشناسی ملی	۴۰۴۷۷۸۹

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان محفوظ است.

اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان - مرکز نشر- کدپستی ۸۴۱۵۶-۸۳۱۱۱ تلفن: ۱۰-۳۳۹۱۲۵۰۹-۳۳۹۱۲۵۵۲ (۰۳۱) دورنگار: ۳۳۹۱۲۵۵۲ (۰۳۱)
برای خرید اینترنتی کلیه کتاب‌های منتشره مرکز نشر می‌توانید به وبگاه <http://publication.iut.ac.ir> مراجعه و یا مستقیماً از کتابفروشی مرکز نشر واقع در کتابخانه مرکزی دانشگاه صنعتی اصفهان (تلفن ۳۳۹۱۳۹۵۲) خریداری فرمائید.

پیش گفتار

سپاس پرورگاری که نام او راحت روح و یاد او آرامش بخش دل‌ها است و به یاری او توانستیم باری را به مرمزل مقصود برسانیم و البته امید داریم که این کار را به درستی انجام داده باشیم. کتاب پیش رو، نسخه نهایی دست‌نوشته‌هایی است که چندین سال به عنوان بخش عمده‌ای از درس قدیمی آنالیز عددی دو برای دانشجویان کارشناسی رشته «ریاضی کاربردی» و مرجع اصلی درس جدید جبر عددی برای دانشجویان کارشناسی رشته «ریاضیات و کاربردها» تدریس شده است. بهانه تلاش خود را به کار برده‌ایم تا سرفصل‌های مصوب شورای عالی برنامه‌ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری را برای درس جبرخطی عددی دوره کارشناسی رشته‌های «ریاضیات و کاربردها» و «علوم کامپیوتر» به طور مناسبی پوشش داده باشیم. این کتاب با حذف برخی از اثبات‌ها برای دانشجویان رشته‌های مهندسی نیز سودمند است و به علاوه از آن می‌توان به عنوان یک کتاب نیمه درسی برای دانشجویان کارشناسی ارشد رشته آنالیز عددی هم بهره برد.

در درس جبرخطی مقدماتی که در آن دیدگاه «تئری دنباله» می‌شود، دانشجویان با مفاهیمی مانند دترمینان یک ماتریس مربعی و یک روش سنتی برای محاسبه آن آشنا می‌شود، روندی که حجم عملیاتی از مرتبه فاکتوریل دارد. حال آنکه در درس جبرخطی عددی می‌آموزد چگونه دترمینان یک ماتریس را به کمک روشی با حجم عملیات خیلی کمتر محاسبه کند. به عنوان مثال برای محاسبه دترمینان یک ماتریس 24×24 با روش سنتی به کمک یک رایانه که 10^{15} عمل ممیز شناور را در یک ثانیه انجام می‌دهد، زمانی حدود 20 سال نیاز است در صورتی که با روش‌های معرفی‌شده در این درس به کمک همان رایانه این کار در یک چشم برهم زدن انجام می‌شود. مورد بیان‌شده وجه تمایز درس جبرخطی عددی را از همتای نظری آن به خوبی نشان می‌دهد. اگرچه برخی از پژوهشگران با توجه به گستردگی و استقلال نسبی، جبرخطی عددی را شاخه‌ای جداگانه و نه گرفته شده از آنالیز عددی می‌دانند، اما در واقع جبرخطی عددی یک شاخه پژوهشی جالب و فعال از آنالیز عددی است که بخش وسیعی از آن به مسئله دستگاه معادلات خطی و مسئله ویژه مقدار و دیگر مسئله‌های مرتبط با آن‌ها اختصاص دارد. در این کتاب تلاش شده است پس از بررسی مقدماتی مسئله‌های

بیان شده، تجزیه و تحلیل عددی روش‌های حل آن‌ها نیز ارائه شود. نکته قابل توجه آن است که برای دنبال کردن این کتاب باید با مبانی جبرخطی نظری، مبانی آنالیز عددی و یک زبان برنامه‌نویسی علمی مانند MatLab آشنایی کافی داشت (واژه MatLab برگرفته از ابتدای کلمه‌های عبارت Matrix Laboratory به معنای آزمایشگاه ماتریس است). البته با توجه به اینکه این واژه در بیشتر محیط‌ها از جمله در خود نرم‌افزار به صورت «MATLAB» ظاهر می‌شود، آن را به همین صورت به کار می‌بریم.

در فصل اول مفاهیم مقدماتی جبرخطی نظری مانند بردارها، ماتریس‌ها، اعمال ماتریسی، دترمینان، اثر رتبه و پوچی یک ماتریس و انواع ماتریس‌های خاص مرور می‌شوند و در فصل دوم به بیان مفاهیم پایه‌ای جبرخطی عددی مانند نرم برداری، حاصل ضرب داخلی دو بردار، نرم ماتریسی، شعاع طیفی می‌پردازیم. در فصل سوم پس از بررسی وضعیت مسئله دستگاه معادلات خطی، برخی از روش‌های مستقیم و تکراری در حل این مسئله بررسی می‌شوند. فصل چهارم مانند مسئله ویژه مقدار و روش‌های حل آن اختصاص داده شده است. برخی از مسئله‌های پرکاربر مانند مسئله ویژه مقدار تعمیم‌یافته، مسئله مقدار تکین و مسئله کمترین مربعات در فصل پنجم بررسی می‌شوند. تعدادی از تابع‌های نرم‌افزار MATLAB و کد الگوریتم‌های انتخاب شده و نتایج اجرای آن‌ها در پیوست «آ» آورده شده است. فایل کدها نیز در تارنمای کتاب به آدرس <http://mokhtari.iut.ac.ir/fa/content/nla-ug-p> در دسترس است. راهنمای حل تمرین‌های انتخاب شده نیز در پیوست «ب» آمده است. برای سهولت در استفاده از کتاب می‌توان از واژه‌یاب قوی فراهم شده در پایان کتاب استفاده کرد که شامل کلمه‌ها و اصطلاحاتی است که در متن به صورت رنگ ظاهر شده‌اند. همچنین می‌توان از واژه‌نامه جامع آن به عنوان مرجعی هماهنگ بهره برد.

در این کتاب همواره در ادامه مطالب جزئی به منظور راهنمایی برای مطالعه بیشتر، خواننده علاقه‌مند به منبع مناسب ارجاع داده می‌شود. از حروف بزرگ لاتین برای نشان دادن ماتریس و از حروف کوچک برای نمایش بردارها استفاده شده است و در ادامه آن در افراز ستونی و سطری یک ماتریس از حروف کوچک با اندیس‌های بالایی برای نمایش ستون‌ها و از حروف کوچک با اندیس‌های پایینی برای سطرهای آن استفاده کرده‌ایم. همچنین بردار، ماتریس و بلوک صفر با 0 نشان داده می‌شود. با توجه به استفاده بسیار از اندیس i ، از i برای نمایش واحد موهومی استفاده می‌کنیم؛ در واقع $i = \sqrt{-1}$. برخی از قضیه‌هایی که انتظار می‌رود دانشجو به سادگی می‌تواند آن‌ها را اثبات کند و یا برهان آن‌ها در مراجع دیگر وجود دارد، به صورت گزاره بدون اثبات آورده شده‌اند. به علاوه به منظور پاسداری از زبان فارسی تلاش شده است از قواعد «دستور خط فارسی» مصوب فرهنگستان زبان و ادب فارسی پیروی شود.

طرح روی جلد به یک مسئله در حصاری شامل زنبورهای عسل اشاره دارد که منجر به تولید یک دستگاه معادلات خطی می‌شود که در مثال ۳-۶ به آن پرداخته‌ایم.

از جناب آقای دکتر نبی‌اله گودرزوند چگینی عضو هیئت علمی دانشگاه تفرش صمیمانه تشکر می‌کنیم چرا که زحمت ویراستاری علمی و ادبی این کتاب را بر عهده داشته و به نکات مهمی اشاره کردند که در ارتقاء کتاب نقش به‌سزایی داشت. از دانشجویانی که زمانی نویسنده اول تدریس درس آنالیز عددی دو یا جبرخطی عددی آن‌ها را بر عهده داشته و همچنین از سرکار خانم دکتر محمدی عضو هیئت علمی دانشگاه خوارزمی، آقای دکتر سعید ترابی (فارغ‌التحصیل دانشگاه ساسکاچوان کانادا)، آقای دکتر مازیار رئیسی (فارغ‌التحصیل دانشگاه جرج تاونسون آمریکا) و سرکار خانم فریناز مستاجران که زمانی به عنوان دستیار آموزشی درس نقش مؤثری در رفع ایرادها، کتاب داشته‌اند مراتب سپاس خود را به جای می‌آوریم. از جناب آقای دکتر بهرام شریف‌بی، باست محترم مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان و همچنین سرکار خانم فروغی و دیگر کارکنان محترم آن مرکز که با پیگیری امور مربوطه در همه مراحل با جدیت تمام، به نحوی مسری ما در به اتمام رساندن این کار محسوب می‌شوند سپاسگزاری می‌کنیم.

در پایان امیدواریم رضایت نسبی خوانندگان محترم را جلب کنیم و چون کار خود را خالی از اشکال نمی‌بینیم از این عزیزان درخواست داریم ایرادات احتمالی، انتقادات و پیشنهادات خود را به آدرس رایانامه‌های زیر ارسال نمایند.

رضا مختاری mokhtar@math.iut.ac.ir

مسعود رشیدی mrashidi@math.iut.ac.ir

فهرست مطالب

۱	۱: مفاهیم مقدماتی
۱	۱-۱ ب. رها و ماتریس ها
۴	۱-۲ ا. ب. ماتریسی
۵	۳-۱ دترمینان اثر
۶	۴ ۱ پوچی و رها
۷	۵-۱ ماتریس های خاص
۱۳	۶-۱ تمرین ها
۱۵	۲: مفاهیم پایه
۱۵	۱-۲ نرم برداری و حاصل ضرب داخلی
۲۱	۲-۲ نرم ماتریسی
۲۷	۳-۲ شعاع طیفی
۳۰	۴-۲ تمرین ها
۳۳	۳: مسئله دستگاه معادلات خطی
۳۳	۱-۳ دستگاه معادلات خطی
۳۴	۲-۳ بررسی وضعیت مسئله دستگاه خطی
۳۷	۳-۳ روش های مستقیم
۳۷	۱-۳-۳ قاعده کرامر
۳۸	۲-۳-۳ روش حذف گاوسی
۴۴	۳-۳-۳ روش حذفی گاوس-جردن
۴۷	۴-۳-۳ شمارش اعمال
۵۰	۳ ۳-۵ تجزیه مثلثی یک ماتریس
۵۰	۳ ۳-۵-۱ روش حذف گاوسی و تجزیه مثلثی

۵۹	۲-۵-۳-۳ محاسبه مستقیم
۶۱	۳-۵-۳-۳ کاربردهای تجزیه مثلثی
۶۳	۴-۵-۳-۳ تجزیه چولسکی
۷۱	۶-۳-۳ بررسی پایداری روش حذف گاوسی
۷۸	۷-۳-۳ بررسی محاسبه وارون
۷۹	۴-۳ روش های تکراری
۷۹	۱-۴-۳ روش های مبتنی بر تفکیک ماتریسی
۸۲	۲-۴-۲ هم گرایی روش های تکراری
۸۵	۳-۱-۳ روش زیر-تخفیف متوالی (SOR)
۹۰	۵-۳ تمرین ها
۹۵	۴: مسئله ویژه مضامین
۹۶	۱-۴ مفاهیم پایه
۱۰۲	۲-۴ بررسی کیفی ویژه تارها
۱۰۵	۳-۴ روش های عددی
۱۰۶	۱-۳-۴ روش توانی
۱۰۸	۲-۳-۴ روش ژاکوبی
۱۱۰	۳-۳-۴ روش گبونز
۱۱۱	۴-۳-۴ ماتریس هاوس هولدر و کاهش ماتریس ها
۱۱۵	۵-۳-۴ ویژه مقدارها و ویژه بردارهای ماتریس متناظر
۱۱۷	۶-۳-۴ روش های LR و QR
۱۲۳	۴-۴ تمرین ها

۵: دیگر مسئله ها

۱۲۷	۱-۵ مسئله ویژه مقدار تعمیم یافته
۱۲۷	۲-۵ مسئله مقدار تکین و تجزیه مقدار تکین (SVD)
۱۳۵	۳-۵ مسئله کمترین مربعات
۱۳۵	۱-۳-۵ مسئله کمترین مربعات خطی
۱۳۶	۲-۳-۵ متعامدسازی در حل مسئله کمترین مربعات خطی
۱۳۷	۳-۳-۵ شبه وارون و مسئله کمترین مربعات
۱۳۹	۴-۵ تمرین ها

۱۴۱	آ: کدهای MATLAB به همراه مثال
۱۵۱	ب: راهنمایی برای حل برخی از تمرین‌ها
۱۵۳	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۱۵۷	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۱۶۱	واژه‌یاب
۱۶۹	منابع

فهرست الگوریتم‌ها و کدها

الگوریتم‌ها

۴۰	۱-۳ روش حذف گاوسی
۴۵	۲-۳ روش حذفی گاوس-جردن
۵۳	۳-۳ روش حذف گاوسی با اعمال ماتریسی
۶۰	۴-۳ روش تجزیه مثلثی دولیتل
۶۱	۵-۳ روش تدریجی مثلثی کروت
۶۹	۶-۳ روش تجزیه مثلثی چواسکی
۷۳	۷-۳ روش حذف گاوسی با محاسبه جزیی
۱۰۵	۱-۴ روش‌های عددی در مینیمیزاسیون ماتریسی معلوم
۱۰۷	۲-۴ روش توانی
۱۰۹	۳-۴ روش ژاکوبی
۱۱۰	۴-۴ روش گونز
۱۱۲	۵-۴ تصویرکردن بردار دلخواه به ضریبی از (۱) با استفاده از ماتریس هاوس هولدر
۱۱۸	۶-۴ روش LR
۱۱۹	۷-۴ روش QR
۱۲۰	۸-۴ تجزیه QR گرام-اشمیت
۱۲۲	۹-۴ تجزیه QR گرام-اشمیت بهبودیافته
۱۳۱	۱-۵ فرایند متعامدسازی گرام-اشمیت
۱۳۱	۲-۵ فرایند متعامدسازی گرام-اشمیت بهبودیافته

کدهای MATLAB

۱۴۲	۱-آ روش حذف گاوسی با جایگذاری پسرو
۱۴۳	۲-آ تجزیه مثلثی دولیتل
۱۴۴	۳-آ روش تکراری ژاکوبی برای حل دستگاه خطی
۱۴۵	۴-آ روش ژاکوبی برای محاسبه تقریبی ویژه مقدارها و ویژه بردارها
۱۵۰	۵-آ متعامدسازی گرام-اشمیت