

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردها

(بازارهای نفت خام، گاز طبیعی و انرژی)

مؤلف:

سید مصطفایی

سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی

۱۳۹۵

سرناسه	: مصطفایی، حمیدرضا
عنوان و نام پدیدآور	: معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردها (بازارهای نفت خام، گاز طبیعی و انرژی) / مولف حمیدرضا مصطفایی.
مشخصات نشر	: تهران: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری	: ۱۵۲ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۱۰۲-۹۰۱-۱
وضعیت فهرست نویسی	: نیا
یادداشت	: کتابخانه: ص. [۱۴۷] - ۱۴۹.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: معادله‌های دیفرانسیل تصادفی Stochastic differential equations
شناسه افزوده	: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی
رده‌بندی کنگره	: ۹۵: ۲۷۴ / ۲۳۰۶
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۹
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۲۱۰۰۱

معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردها (بازارهای نفت خام، گاز طبیعی و انرژی)

مؤلف: حمیدرضا مصطفایی

ناشر: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی

چاپ: اول - ۱۳۹۵

شمارگان: ۲۰۰ نسخه

قیمت: ۱۵۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۱۰۲-۹۰۱-۱

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر کسی که به هر نحوی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر یا بخش یا عرضه نماید مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.



سازمان انتشارات

نشانی سازمان انتشارات: تهران- خیابان انقلاب اسلامی- خیابان فخررازی- خیابان شهدای ژاندارمری- پلاک ۷۲، تلفن: ۶۶۹۵۲۹۲۸ مرکز پخش:

خیابان انقلاب - بین فلسطين و چهارراه ولیعصر - جنب مؤسسه نمایشگاه‌های فرهنگی ایران - تلفن: ۶-۶۶۲۸۷۶۲۵

پایگاه اطلاع‌رسانی: www.isba.ir پست الکترونیکی: info@isba.ir فروشگاه اینترنتی: www.Jdbook.ir

فهرست

عنوان

صفحه

فصل اول: معادلات دیفرانسیل تصادفی.....	۱۳
۱-۱- کلیات.....	۱۳
۱-۱-۱- سیستم معادله دیفرانسیل معمولی.....	۱۳
۱-۱-۲- قضیه وجود و یکتایی جواب در معادله دیفرانسیل معمولی.....	۱۶
۱-۱-۳- فرآیند وینر-رأیند انتشار.....	۱۷
۲-۱- انتگرال تصادفی و دسور ایتو.....	۲۷
۱-۲-۱- تعریف انتگرال تصادفی ایتو.....	۲۹
۲-۲-۱- ویژگی‌های انتگرال ایتو.....	۳۱
۳-۲-۱- دستوراتو (فرمول ایتو).....	۳۷
۳-۱- معادله دیفرانسیل تصادفی ایتو.....	۴۹
۱-۳-۱- تعریف معادله دیفرانسیل تصادفی ایتو.....	۴۹
۲-۳-۱- قضیه وجود و یکتایی جواب معادله دیفرانسیل تصادفی.....	۵۴
۳-۳-۱- معادله دیفرانسیل تصادفی خطی.....	۶۲
فصل دوم: حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی.....	۶۵
۱-۲- مقدمه.....	۶۵
۲-۲- بسط تیلور تصادفی و تعمیم آن.....	۶۶
۱-۲-۲- بسط ایتو-تیلور تصادفی.....	۶۶
۲-۲-۲- تعمیم بسط ایتو-تیلور تصادفی.....	۶۸
۳-۲-۲- بسط ایتو تیلور ضعیف جدید.....	۷۵
۳-۲- تقریب‌های زمان گسسته تصادفی.....	۷۹
۱-۳-۲- تقریب اویلر.....	۷۹
۲-۳-۲- درون‌یابی از تقریب‌های زمان گسسته.....	۸۰
۳-۳-۲- همگرایی قوی و ضعیف از تقریب اویلر.....	۸۰

۸۳	۴-۳-۲- تقریب تیلور قوی (تقریب قوی).....
۸۳	۴-۳-۱- تقریب اویلر.....
۸۵	۴-۳-۲- تقریب میلشتاین.....
۸۶	۴-۳-۳- تقریب تیلور قوی مرتبه ۱.۵.....
۸۸	۵-۳-۲- تقریب قوی صریح.....
۸۸	۵-۳-۱- تقریب قوی صریح مرتبه ۱.....
۹۲	۵-۳-۲- تقریب قوی صریح مرتبه ۱.۵.....
۹۲	۶-۳-۲- تقریب‌های ضمنی.....
۹۳	۶-۳-۱- تقریب اویلر ضمنی.....
۹۳	۶-۳-۲- تقریب میلشتاین ضمنی.....
۹۵	۶-۳-۳- تقریب تیلور قوی مرتبه ۱ و ۱/۵ ضمنی.....
۹۵	۶-۳-۲- تقریب رونک-کوتای قوی ضمنی.....
۹۷	۶-۳-۵- تقریب قوی گامی (دوگامی).....
۹۸	۴-۲- شبیه‌سازی فرایند ویر و تقریب‌های تصادفی زمان گسسته.....
۹۸	۴-۱- تولید یک فرایند وینر گسسته با استفاده از matlab.....
	۴-۳- حل معادله دیفرانسیل تصادفی خطی بروش اویلر- مارویاما با استفاده از matlab.....
۱۰۳	۴-۴-۲- آزمون همگرایی قوی از روش تقریب اویلر- مارویاما.....
۱۱۵	۴-۵- قاعده زنجیره‌ای تصادفی.....
۱۱۹	فصل سوم: برآورد پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی.....
۱۱۹	۳-۱- مقدمه.....
۱۲۰	۳-۲- برآورد درستی‌مایی ماکزیمم پارامتر معادله دیفرانسیل تصادفی.....
۱۲۵	۳-۳- برآورد پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی.....
۱۲۵	۳-۱-۲- برآورد پارامترهای، معادلات خطی دو پارامتری.....
۱۲۶	۳-۲-۲- برآورد پارامترها در معادلات خطی دو بعدی.....
۱۲۷	۴-۴- نتایج.....
۱۲۹	فصل چهارم: کاربردهای معادلات دیفرانسیل تصادفی.....
۱۲۹	۴-۱- مقدمه.....
۱۲۹	۴-۲- معادلات دیفرانسیل تصادفی و بازار نفت خام، گاز طبیعی و انرژی.....

۳-۴	فرآیند وینر با انباشتگی	۱۳۰
۴-۴	فرآیند وینر هندسی (حرکت براونی هندسی GBM)	۱۳۱
۵-۴	معادلات دیفرانسیل تصادفی لگ نرمال	۱۳۳
۶-۴	مدل جهش مرتون (MJM)	۱۳۹
۷-۴	مدل انتشار جهشی پارتو - بتای رمضانی و زنگ	۱۴۱
۸-۴	مدل انتشار جهشی نمایی دوگانه Kou	۱۴۱
۹-۴	مدل سازی بازگشت به میانگین	۱۴۲
۱۰-۴	بازگشت به میانگین با احتساب جهش‌ها	۱۴۳
۱۱-۴	مدل‌پذیری تصادفی برای قیمت‌های انرژی	۱۴۴
۱-۴	مدل‌های مربوط به تغییرپذیری	۱۴۵
	منابع	۱۴۷
	نمایه	۱۵۱

پیشگفتار

"هر آن کس که می‌خواهد پرواز کردن بیاموزد ابتدا بایستی ایستادن و راه رفتن و دویدن و صعود کردن و رقصیدن را یاد بگیرد. هیچ کس پرواز کردن را با پرواز کردن نمی‌آموزد!..."

چنین گفت زرتشت / فردریش ویلهلم نیچه

به یقین تالین، این کتاب، عمدتاً از پایان‌نامه کارشناسی ارشد آمار با عنوان "معادلات دیفرانسیل تصادفی" در سال ۱۳۷۹ و رساله دکتری تخصصی آمار کاربردی با عنوان "تقریب در معادلات دیفرانسیل تصادفی" به سال ۱۳۸۴ برگرفته شده است، که هر دو تحت نظر و راهنمایی‌های استاد بزرگوار و ارجمند، جناب آقای دکتر عین‌اله پاشا انجام پذیرفته شده است، قبل از هر چیز بر خود واجب دانست بابت تمامی زحمات و راهنمایی‌های استادم جناب آقای دکتر عین‌اله پاشا، از ایشان قدردانی و سپاس‌رزاری نمایم. هم چنین لازم می‌دانم از زحمات بی‌دریغ و بی‌شائبه سرکارخانم شقایق کردنوری، بخاطر و راستای علمی و ادبی، همچنین نظرها و راهنمایی‌های ارزشمندشان در به سرانجام رسیدن این کتاب بسیار تشکر و قدردانی نمایم.

حمیدرضا مصطفایی

چاپ اول بهار ۱۳۹۵

موضوع معادلات دیفرانسیل تصادفی براساس طبقه بندی AMS جزء شاخه‌ای از نظریه احتمال و فرایندهای تصادفی طبقه‌بندی شده است. مکتوب پیش رو دربرگیرنده مفاهیم و موضوعات مقدماتی و اولیه در خصوص معادلات دیفرانسیل تصادفی و آشنایی با کاربردهای آن در حل و مدل‌سازی مسائل واقعی پیچیده با تمرکز و کاربردهای آن در بازارهای نفت خام و گاز طبیعی است. معادلات دیفرانسیل تصادفی مدل‌های احتمالی هستند که به ما اجازه می‌دهند تا تغییر قیمت را در طول زمان مدل‌سازی کنیم و احتمال‌ها را به قیمت‌های ممکن به صورت تابعی از قیمت‌های نقدی جاری و اثر حاکم دهیم. بطور کلی سیستم‌های تصادفی امروزه در مدل‌سازی بسیاری از زمینه‌های علوم، مهندسی، اقتصاد، محیط‌زیست، پزشکی و غیره مورد استفاده قرار گرفته شده است. آنچه که در تمامی کاربردها مطرح شده فوق مشترک می باشد پذیرفتن نوعی رفتار تصادفی است که در سیستم مورد بررسی مانا داشته می‌شود. رفتار تصادفی باعث می‌شود که سیستم از حالت معمولی خارج شده و علی‌رغم برقرار ماندن کلیات حاکم بر سیستم معادلات از جمله قضیه وجود و یکتایی جواب، فرایند جواب معادله یک فرایند تصادفی شود.

همانند معادله دیفرانسیل معمولی، معادله دیفرانسیل تصادفی از سه جنبه ۱- نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی ۲- بررسی معادلات دیفرانسیل تصادفی و به دست آوردن جواب عمومی از آن ۳- روش‌های تقریبی حل معادلات دیفرانسیل تصادفی با تبدیل معادله دیفرانسیل تصادفی به یک معادله انتگرال تصادفی و محاسبه مقدار تقریبی انتگرال تصادفی ایتو با استفاده از روش‌های عددی قابل بررسی است.

بسیاری از مسائل واقعی و عملی که بصورت معادله دیفرانسیل مدل‌بندی می‌شوند بوسیله روش‌های کلاسیک قابل حل نیستند. با استفاده از روش‌های تقریبی می‌توان دنباله‌ای از جواب‌ها را که در حالت حدی دارای رفتاری شبیه جواب واقعی است، به دست آورد. از جمله روش‌های تقریبی که برای حل این نوع معادلات دیفرانسیل تصادفی مطرح شده روش کوشنر (1977) است. کوشنر پیشنهاد گسسته‌سازی همزمان دو متغیر زمان و مکان را ارائه نمود، در این روش فرایندهای جواب تقریبی، زنجیرهای مارکف با فضای وضعیت متناهی را بوجود می‌آورند. اما روش کوشنر برای مسائل با بعد بالا بدلیل آنکه ماتریس‌های تغییر وضعیت شامل اطلاعات اضافی می‌باشند که در

طول مدت محاسبه تکرار می‌شوند، از کارایی چندانی برخوردار نیست. شبیه‌سازی و تقریب‌های زمان گسسته از مسیرهای نمونه‌ای توسط کلمنت و اندرسون (۱۹۷۳)، رایت (۱۹۷۴)، کلارک و کومر (۱۹۸۰) و دیگران مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شده است که تقریباً همه تقریب‌های زمان گسسته از یک معادله دیفرانسیل تصادفی به فرایند تصادفی جواب در صورتیکه اندازه ماکزیمم قدم به صفر میل کند به فرایند جواب همگرا خواهد شد.

برای انتخاب یک روش موثر و کارآمد در بررسی یک معادله دیفرانسیل تصادفی باید روش‌های مختلفی را مورد ارزیابی قرار داد. کارایی روش‌ها در جواب‌های تقریبی به جواب اصلی در همگرا بودن آنها بر اساس سرعت همگرایی و انتشار خطای روش‌های تقریبی مورد ارزیابی واقع می‌شود از جمله ساده‌ترین روش تقریبی، تقریب اویلر است که اغلب تقریب اویلر - مارویاما نامیده می‌شود. مهم‌ترین تفاوتی که تقریب اویلر در معادله دیفرانسیل تصادفی با تقریب اویلر در معادله دیفرانسیل معمولی دارد در مرتبه همگرایی است. نشان داده شده است که مرتبه همگرایی در حالت تصادفی همواره از حالت معمولی کمتر است. در حقیقت مرتبه همگرایی روش اویلر برای یک معادله دیفرانسیل تصادفی از مرتبه ۱/۵ است، در صورتی که در معادله دیفرانسیل معمولی دارای مرتبه همگرایی ۱ است. در این زمینه مقاله‌ها و کتاب‌های مهمی توسط میلشتاین (۱۹۴۴) راتو و بوروانکار و مکشان (۱۹۷۴)، راماکریشنا (۱۹۷۴) و کلوان و پیرسن (۱۹۷۴)، واگنر و پلاتن (۱۹۷۸)، کلارک (۱۹۷۸)، پلاتن (۱۹۸۱) ران (۱۹۸۲)، تله (۱۹۸۳)، نیوتن (۱۹۸۶) و چانگ (۱۹۸۷) ارائه شده که منجر به ارائه تقریب‌های قوی از مرتبه بالاتر شده است. در مبحث فرایندهای تصادفی، فرایند تصادفی $X = \{X_t, t \geq 0\}$ که در معادله انتگرالی

$$X_t = X_0 + \int_0^t a(s, X_s) ds + \int_0^t b(s, X_s) dW_s$$

صدق نماید، فرایند ایتو نامیده می‌شود. انتگرال دوم، انتگرال تصادفی ایتو (Ito) نسبت به فرایند وینر $W = \{W_t, t \geq 0\}$ است. فرم دیفرانسیلی معادله بصورت ذیل نشان داده می‌شود،

$$dX_t = a(t, X_t)dt + b(t, X_t)dW_t$$

این کتاب ضمن معرفی معادلات دیفرانسیل تصادفی و بیان تعاریف و قضایای مرتبط با آن، روش‌های حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی و بسط ایتو تیلور تصادفی را معرفی و به بررسی روش‌های تقریبی برای حل معادلات دیفرانسیل تصادفی می‌پردازد. همچنین به بررسی مساله

تقریب و برآورد پارامترها در معادلات دیفرانسیل تصادفی (SDEs) که شکل کلی آنها بصورت
$$dX_t = a(t, X_t)dt + b(t, X_t)dW_t$$
 است، براساس روش‌های عددی مورد بررسی قرار گرفته شده است. همچنین پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی، بر اساس داده‌هایی که در زمان‌های گسسته از فرایندهای تصادفی زمان پیوسته مشاهده شده‌اند، برآورد شده است. در ادامه به معرفی و کاربردهای معادلات دیفرانسیل تصادفی در مدل‌سازی قیمت نفت خام و گاز طبیعی و انرژی را مطرح و با استفاده از روش‌های عددی مورد بررسی قرار گرفته شده است.

www.ketab.ir