

مقدمه‌ای بر هندسه فرکتالی

احمد روزی طالب



تقدیم بہ ہمسر عزیزم

سرشناسه	:	روزی طلب، احمد، ۱۳۶۰ -
عنوان و نام پدیدآور	:	مقدمه‌ای بر هندسه فرکتالی / مؤلف احمد روزی طلب.
مشخصات نشر	:	شیراز: تخت جمشید، ۱۳۸۹.
مشخصات ظاہری	:	۲۰۰ ص: مصور
شابک	:	978-600-5457-50-6
وضعیت فهرست نویسی	:	فیا
موضوع	:	برخال‌ها
رده بندی کنگره	:	QA ۶۱۳/۸۶/۹م۷ ۱۳۸۹
رده بندی دیویی	:	۵۱۴/۷۴۲
شماره کاتالانسی ملی	:	۲۲۵۲۵۱۴

انتشارات تخت جمشید
شیراز، میدان شهدا، خ پیروزی (نمازی)، جنب بانک تجارت شعبه پیروزی،
طبقه اول.



کدپستی: ۷۱۳۷۶-۷۳۹۹۶
تلفکس: ۰۷۱۱-۲۲۴۵۴۰۱
E-mail: t_jamshid@yahoo.com
Shiraznashr.blogfa.com

مقدمه‌ای بر هندسه فرکتالی

مؤلف: احمد روزی طلب
ناشر: تخت جمشید
ناشر همکار: قشقای
نوبت چاپ: اول، ۱۳۸۹
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۵۴۵۷-۵۰-۶
شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه
صفحه‌آرا: اطلس دهقانی
لیتو گرافی: پردیس
چاپ و صحافی: فخر ایران
قیمت: ۵۰۰۰ تومان

آماده‌سازی پیش از چاپ: مؤسسه کتاب آرایان پارس
تلفکس ۰۹۱۷۸۷۰۷۱۱-۲۲۳۱۲۸۰
Ketab.arayun@gmail.com

Printed in the Islamic Republic of Iran- Shiraz

© حق چاپ محفوظ است

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
مقدمه.....	۱۳
دییاجه.....	۱۵
فصل اول: مثال‌ها و تعاریف ابتدایی	
۱-۱ مجموعه سه تایی غبار کانتور.....	۲۱
۱-۱-۱ رسم به روش حذفی.....	۲۱
۲-۱-۱ رسم با استفاده از روش تکرار توابع (سیستم تابع تکرار شوندده یا IFS).....	۲۳
۲-۱ بادبان بند سرپینسکی.....	۲۵
۱-۲-۱ رسم به روش حذفی.....	۲۵
۲-۲-۱ رسم با استفاده از روش تکرار توابع.....	۲۶
۳-۲-۱ شبیه سازی بادبان بند سرپینسکی با استفاده از مثلث خیام - پاسکال.....	۲۷
۳-۱ منحنی کخ.....	۲۸
۱-۳-۱ ترسیم به روش حذفی.....	۲۸
۲-۳-۱ ترسیم منحنی کخ به روش ازدها.....	۲۹
۴-۱ ازدهای هی وی.....	۳۰
۵-۱ فرش سرپینسکی.....	۳۱
۱-۵-۱ ترسیم به روش حذفی.....	۳۱
۶-۱ خواص اشکال فرکتالی.....	۳۳

فصل دوم: بُعد فرکتال‌ها

- ۱-۲ اندازه هاوسدورف ۳۸
- ۲-۲ بُعد هاوسدورف ۴۱
- ۳-۲ بُعد توپولوژیک ۴۶
- ۴-۲ بُعد جعبه شمار ۴۸

فصل سوم: آشنایی با سیستم‌های دینامیکی و آشوب‌ها

- ۱-۳ مقدمه ۵۳
- ۲-۳ آشوب ۵۴
- ۳-۳ بال زدن یک پروانه در شیراز می‌تواند موجب ایجاد طوفان در تهران شود! - حساسیت سیستم‌های آشوبی به مقادیر اولیه ۵۷
- ۴-۳ محاسبه میزان تفاوت خروجی‌های یک سیستم آشوبی در مرحله 2^k ام به ازای دو مقدار اولیه متفاوت - نمای لیاپانوف ۶۳

فصل چهارم: آموزش و بکارگیری نرم‌افزارهای ویژه

- ۱-۴ نرم‌افزار FRACINT ۶۹
- ۲-۴ نرم‌افزار Ultra Fractal ۷۱
- ۳-۴ نرم‌افزار WinXaoS ۷۲

فصل پنجم: خلاصه‌ای از انواع فرکتال‌ها

- ۱-۵ مندلبروت (Mandelbrot) ۷۷
- ۲-۵ ژولیا (Julia) ۷۹
- ۳-۵ ژولیای معکوس (Inverse Julia) ۸۱
- ۴-۵ مندلبروت / ژولیای برنسلی Barnsley Mandelbrot/Julia ۸۳
- ۵-۵ انواع مارک مندلبروت و مارک ژولیا ۸۵
- ۶-۵ حوزه‌های نیوتن (newtbasin) ۸۵
- ۷-۵ نیوتن (newton) ۸۶
- ۸-۵ نیوتن مختلط (Complex Newton) ۸۷
- ۹-۵ یکه (Unity) ۸۸

۸۹	۱۰-۵ ماشین خودکار مورچه‌ای (Ant Automaton)
۹۰	۱۱-۵ سیستم توابع تکرار شونده (IFS)
۹۲	۱۲-۵ انشعابی (Bifurcation)
۹۵	۱۳-۵ سلولی (Cellular)
۹۷	۱۴-۵ دایره (Circle)
۹۷	۱۵-۵ پراکنش (انتشار) (Diffusion)
۹۸	۱۶-۵ سیستم دینامیکی (Dynamic System)
۹۹	۱۷-۵ اِشِر-ژولیا (Escher Julia)
۱۰۰	۱۸-۵ تابع $\ \cdot \ _n$ تابع (in n)
۱۰۱	۱۹-۵ فرمول (Formula)
۱۰۶	۲۰-۵ عنکبوت (Spider)
۱۰۷	۲۱-۵ حوزدهای کفدار (Frothy Basin)
۱۰۸	۲۲-۵ نان زنجبیلی (Gingerbread)
۱۰۹	۲۳-۵ هالی (Halley)
۱۱۰	۲۴-۵ هنون (Henon)
۱۱۰	۲۵-۵ آیکون و آیکون ۳ بعدی (Icon and Icon 3 d)
۱۱۱	۲۶-۵ ژولی-بروت (Julibrot)
۱۱۲	۲۷-۵ چنبره کم (Kam Torus)
۱۱۳	۲۸-۵ لاندا (Lambda)
۱۱۴	۲۹-۵ لاندا تابع (LambdaFn)
۱۱۴	۳۰-۵ لاندا مندلبروت (Mandel lambda)
۱۱۵	۳۱-۵ لاتوکارفین (Latoocarfian)
۱۱۵	۳۲-۵ لورنز (lorenz)
۱۱۷	۳۳-۵ مارتین (Hopalong/Martin)
۱۱۸	۳۴-۵ روسلر (Rossler)
۱۱۹	۳۵-۵ ولترا-لوتکا (Volterra-Lotka)
۱۲۰	۳۶-۵ پیکاور (Pickover)
۱۲۱	۳۷-۵ مندلبروت / ژولیای پیکاور Pickover Mandelbrot Julia

- ۲۸-۵ پاپکورن (Popcorn) ۱۲۱
- ۳۹-۵ L - سیستم (L-Systems) ۱۲۲
- ۴۰-۵ لیاپونف (Lyapunov) ۱۲۵
- ۴۱-۵ فرکتال‌های مغناطیسی (Magnetic Fractals) ۱۲۶
- ۴۲-۵ ابر مندلبروت (Mandel cloud) ۱۲۷
- ۴۳-۵ مندلبروت تابعی (Mandelbrot) ۱۲۸
- ۴۴-۵ فخنوس (Phoenix) ۱۲۸
- ۴۵-۵ ابرهای پلاسمایی (Plasma Clouds) ۱۲۹
- ۴۶-۵ مندلبروت/زولیای درجه چهار Quartic Mandelbrot/Julia ۱۳۰
- ۴۷-۵ چهارتایی (Quaternion) ۱۳۰
- ۴۸-۵ نوع: ابرمختلط (HyperComplex) ۱۳۱
- ۴۹-۵ نوع: سیرینسکی (Sierpinski) ۱۳۲

فصل ششم: کاربردها

- ۱-۶ درونیایی فرکتالی ۱۳۶
- ۲-۶ مدل‌های فرکتالی در تحقیق در عملیات ۱۵۳
- ۳-۶ فشرده سازی فرکتالی تصاویر ۱۶۱
- ۱-۳-۶ منظور از فشرده سازی تصاویر فرکتالی چیست؟ ۱۶۲
- ۲-۳-۶ کدگذاری تصاویر ۱۶۴
- ۳-۳-۶ وافشارش (از فشرده‌گی در آوردن) ۱۶۹
- ۴-۳-۶ مطالب تکمیلی در کدگذاری تصویر ۱۷۱
- ۵-۳-۶ جنبه‌های کیفیت تصویر ۱۷۴
- ۶-۳-۶ تدابیری برای جستجو ۱۷۶

فصل هفتم: برخی مشاهیر علم فرکتال

- ۱-۷ جورج کانتور (George Cantor) ۱۸۱
- ۲-۷ جولز هنری پوانکاره (Jules Henry Poincare) ۱۸۳
- ۳-۷ وُن کُخ (Von Koch) ۱۸۵

- ۴-۷ دیوید هیلبرت (David Hilbert) ۱۸۶
- ۵-۷ پیانو (Giuseppe Peano) ۱۸۷
- ۶-۷ ارنستو سزارو (Ernesto Cesàro) ۱۸۹
- ۷-۷ وکلاو سیرپینسکی (Vaclaw sierpinski) ۱۸۹
- ۸-۷ گاستون ماریس ژولیا (Gaston Maurice Julia) ۱۹۱
- ۹-۷ پیر جوزف لوئیس فاتو (Pierre Joseph Louis Fatou) ۱۹۲
- ۱۰-۷ بنوا مندلبروت (Benoit Mandelbrot) ۱۹۳
- ۱۹۵..... منابع و مآخذ
- ۱۹۷..... واژه نامه فارسی - انگلیسی
- ۱۹۹..... واژه نامه انگلیسی - فارسی

مقدمه

حمد و سپاس خدای متعال را می‌خواست که مرا یاری کرد تا بتوانم خلاصه‌ای از معلوماتی که در دهه اخیر طی تحقیق و پژوهش‌هایی در زمینه هندسه فرکتالی کسب کرده‌ام به رشته تحریر درآورم و در اختیار دوستان علم قرار دهم. از آنجا که هندسه فرکتالی علمی نسبتاً جدید و پرکاربرد بوده و فضای خالی منابعی که بتواند راهنمای علاقمندان باشد احساس می‌شود این کتاب می‌تواند قسمت کوچکی از آن فضای خالی را پر کرده و راهنمایی برای دوستان باشد. سعی بر آن بوده است که نوشتار به گونه‌ای باشد که طیف وسیعی از علاقمندان در رده‌های مختلف علمی بتوانند از آن بهره گیرند. به منظور طراوت بخشیدن به کتاب در قسمت‌هایی از آن از تصاویر رنگی هم استفاده شده است.

لازم می‌دانم از اساتید محترم بخش ریاضی دانشگاه شیراز به خصوص آقایان دکتر محمد باقر احمدی، دکتر عبدالعزیز عبدالهی و دکتر محمدحسن شیردرد حقیقی که در فصل کاربرد فرکتال‌ها راهنمای بنده بودند کمال تشکر را داشته باشم. همچنین از آقای محمد علی اسدی عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی که در بخش‌های برنامه‌نویسی کامپیوتری من را یاری دادند قدردانی می‌کنم. همچنین از پدر و مادرم که از نخستین روزهای مدرسه مرا با کتاب و علم و دانش همراهی کردند تشکر می‌کنم.

در نهایت از همسرم که با صبر و حوصله محیطی مناسب برای فعالیت‌های علمی فراهم کرده و همواره مشوق اینجانب در کسب علم بوده است کمال قدردانی را دارم.

دیاجه

می‌دانید که افعای ما (ریاضیدانان!) پیشبرد علوم دیگر است، به عبارت دیگر علمای هر علم دیگر جهت پیشرفت، آخر عاقبت سر و کارشان به ریاضی می‌افتد و دست نیاز به سوی ما (علمای ریاضی) دراز می‌کنند. اما اگر نگاهی به اطراف خود انداخته و مسائلی را که علوم دیگر با آنها سر و کار دارند با دقت بررسی کنیم، می‌بینیم که به عنوان مثال در زمینه هواشناسی پدیده‌های موجود مانند حرکت توده‌های هوا و ابرها اغلب خواص آشوبی و درهم دارند و رویدادهای ممکن روزهای آینده مانند بارش و غیره را نهایتاً می‌توان برای یک هفته آینده پیش‌بینی کرد. پس یکی از مشکلات علوم دیگر این است که در بسیاری از موارد با حالاتی مواجه می‌شوند که از نظم خاصی برخوردار نبوده و قانون خاصی بر آنها حاکم نمی‌باشد و نمی‌توان از روابط و معادلات ریاضی در آنها استفاده کرد. اگر دقت کنید در اینجا واژه "نداشتن نظم" به کار برده شد. خدا من را ببخشند! مگر در این عالم هستی بی‌نظمی هم وجود دارد؟ مگر نه این است که خداوند همه چیز را از روی نظم آفریده؟ اصلاً اگر اینطور بود برهان نظم که برای اثبات وجود خدا به کار برده می‌شود به هم می‌خورد و... انیشتین که خود را کاشف حقایق هستی می‌دانند، می‌گویند: "خدا در کار جهان تخته نرد بازی نمی‌کند، اگر این طور بود من را خلق نمی‌کرد". یعنی خدا هیچ چیز را از روی بی‌نظمی خلق نکرده است. پس علت اینکه ما بسیاری از رویدادها و اجسام موجود در جهان را بی‌نظم می‌دانیم چیست؟ پاسخ این است که این موارد بی‌نظم نیستند بلکه ما از نظم و قاعده‌ای که بر آنها حاکم است اطلاعی نداریم. به عنوان مثالی بسیار ساده، هیچ می‌دانید کسی که ماشین حساب‌های علمی که دارای کلید randomize هستند را برای اولین بار ساخت، از پاسخ (ظاهراً تصادفی) که این دکمه ماشین حساب در هر مرحله به ما می‌دهد اطلاع دارد و این عدد اعشاری طبق یک رابطه خاص محاسبه شده و هیچ هم تصادفی نیست؟ پس آیا می‌توان برای وضعیت آب و هوا هم رابطه‌ای کشف کرد و مثلاً عدد ۱۰۰ را جایگزین متغیر مستقل کرد و وضعیت آب و هوا را در ۱۰۰ روز دیگر به دست آورد؟ آیا می‌توان شکل جزئیات بسیار ریز معده و یا روده را که دست‌یافتنی نیستند در مقیاس‌های بزرگتر شبیه‌سازی کرد و در از بین بردن بافت‌های سرطانی به پزشکان کمک رساند، یا باز هم بر این فکر باید استوار بمانیم که بافت‌های مورد نظر دارای شکل‌های بسیار نامنظم هستند؟ چه بسا که اگر بتوانیم نظم

خاصی برای آنها بیابیم بتوانیم بافت‌های سرطانی را بسیار زودتر از آنکه کار به جای خطرناک بکشد از بافت‌های سالم تمیز داده و آنها را شناسایی کنیم.

یکی از اهداف اصلی آنهایی که روی علم فرکتال‌ها و آشوب‌ها کار می‌کنند همین است که نظم موجود در اشیاء، رویدادها و... و روابط حاکم بر آنها را یافته و از آن استفاده کنند.

یکی از ویژگی‌هایی که در بسیاری از پدیده‌های به ظاهر نامنظم دیده شده است خاصیت خود تشابهی می‌باشد، بدین معنی که جزئیات بسیاری از مخلوقات طبیعی کاملاً مشابه کل پدیده اما در مقیاس کوچک‌تر می‌باشند. یک نمونه از این موارد گل کلم بوده که وجود خاصیت خود تشابهی در آن واضح است، اما آیا باور می‌کنید که وجود این خاصیت برای یک قطعه ابر در آسمان، یک درخت یا برای یک رشته کوه هم به طور تجربی اثبات شده است؟ به تصاویر زیر توجه کنید.



خاصیت خود - تشابهی در سرخس، گل کلم شاخه درخت کاج و...



نمونه‌ای دیگر از خاصیت خود تشابهی در گیاه بروکلی - اگر قسمتی از گیاه را جدا کرده و آن را بزرگ کنیم به تصویری مشابه گیاه اولیه می‌رسیم.



ساده‌سازی تصویر درخت‌ها توسط برنامه‌های کامپیوتری با استفاده از ویژگی خود - شباهتی درخت‌ها



خاصیت خود - شباهتی در یک کوه، اگر دقت کنید می‌توان قسمت‌هایی را یافت که پس از بزرگ‌نمایی شبیه تصویر اولیه شوند



خاصیت خود - شباهتی در آذرخش

یکی از ویژگی‌هایی که به نقوش سنتی ایران از جمله مقرنس‌ها و... زیبایی خاصی داده است همین خاصیت خود - شباهتی می‌باشد. آیا تا به حال به وجود این ویژگی دقت کرده بودید؟ یکی از جملات زیبایی که در این رابطه بیان شده این است که

"FRACTALS ARE LIKE IRANIAN ARTS".



خاصیت خود-تشابهی در معماری



خاصیت خود-تشابهی در هنر طراحی

در هر حال، مثال‌ها محدود نیستند و فصل اول را به مثال‌هایی ابتدایی اختصاص داده و در فصل پنجم به طور گسترده‌تری در این مورد بحث خواهیم کرد. در فصل دوم در مورد روش‌های مختلف تعیین اندازه و بُعد توضیحاتی داده می‌شود و از آنجا که ممکن است این مبحث کمی خسته کننده باشد، بیشتر از آنکه به جزئیات پردازیم مطالب مقدماتی را بیان می‌کنیم. در فصل سوم مختصری شما را با آشوب‌ها و سیستم‌های دینامیکی آشنا می‌کنیم. در فصل چهارم مختصری در مورد کار با نرم‌افزارهای مرتبط با فرکتال‌ها و در فصل پنجم خلاصه‌ای از انواع فرکتال‌ها بیان می‌شود که در عین خلاصه بودن اما انواع متعددی از فرکتال‌ها را شامل می‌شود. فصل شش نگاهی است بر چند کاربرد مهم فرکتال‌ها و در فصل هفتم با نگاهی به فعالیت‌های بعضی از دانشمندان ریاضی که در زمینه فرکتال‌ها به نتایجی رسیده‌اند کتاب را به پایان خواهیم رساند.

در پایان تقاضا دارم حقیر را از راهنمایی‌های خود محروم نکنید و هرگونه پیشنهاد یا انتقاد را به پست الکترونیکی ruzitalab@yahoo.com ارسال فرمایید.

احمد روزی‌طلب

پاییز ۸۹