



مجموعه کتابهای آمادگی برای المپیاد ریاضی

۱۰۱ مسأله

جبر

تألیف تیتو آندریسکو/زومینگ فینگ
ترجمه ارشک حمیدی



101 Problems in Algebra
From the Training of the USA IMO Team
Titu Andreescu/Zuming Feng
Australian Mathematics Trust, 2001

۱۰۱ مسأله جبر

مؤلفان: تیتو آندریسکو، زومینگ فنگ

مترجم: ارشک حمیدی

ویراستار: بردیا حسام

ناشر: مؤسسه فرهنگی فاطمی

چاپ اول، ۱۳۸۵

شابک ۹۶۴-۳۱۸-۳۸۷-۴

ISBN 964-318-387-4

تیراز: ۳۰۰۰ نسخه

آماده‌سازی پیش از چاپ: واحد تولید مؤسسه فرهنگی فاطمی

- مدیر تولید: فرید مصلحی

- طراح جلد: زهرا قورچی‌ان

- حروفچینی و صفحه‌بندی (L^AT_EX): سیده آذروند

- نظارت بر چاپ: علی محمدپور

لینوگرافی: صاحب

چاپ و صحافی: چاپخانه خاشع

کلیه حقوق برای مؤسسه فرهنگی فاطمی محفوظ است.

مؤسسه فرهنگی فاطمی تهران، کدپستی ۱۴۱۴۶ - خیابان دکتر فاطمی، شماره ۱۵۹

تلفن: ۸۸۹۶۱۴۲۲ - ۸۸۹۶۴۷۷۰ - ۸۸۹۵۶۲۵۸ نمابر: ۸۸۹۵۶۲۵۸

info@fatemi.ir

Andreescu, Titu

آندریسکو، تیتو، ۱۹۵۶-م

۱۰۱ (صد و یک) مسأله جبر / تألیف تیتو آندریسکو، زومینگ فنگ؛ ترجمه ارشک حمیدی، ویرایش بردیا حسام، تهران: فاطمی، ۱۳۸۵.

دوازده، ۱۳۹ ص. - (مجموعه کتابهای آمادگی برای المپیاد ریاضی)

ISBN 964-318-387-4

فهرستبندی بر اساس اطلاعات نیا.

101 problems in algebra.

عنوان به انگلیسی:

۱. (المپیادها (ریاضیات). ۲. جبر، مسائل، تمرینها و غیره. الف. فنگ، زومینگ، ۱۹۷۰ - Feng, Zuming, ب. حمیدی، ارشک، ۱۳۵۲ - مترجم، ج. عنوان.

۳۳/۱۲۸

۱۳۸۵/۱۲/۲۶ LB۲۰۶۰

۸۴-۳۴۵-۵

کتابخانه ملی ایران

فهرست مطالب

هفت

نه

یازده

۱

۱۱

۲۳

۶۷

۱۳۹

آمادگی برای المپیاد ریاضی

پیشگفتار

مقدمه

۱ مسأله‌های مقدماتی

۲ مسأله‌های پیشرفته

۳ راه‌حل مسأله‌های مقدماتی

۴ راه‌حل مسأله‌های پیشرفته

فهرست برخی نمادها

به نام خدا

آمادگی برای المپیاد ریاضی

تلاشهای گسترده‌ای که در سالهای اخیر برای بهبود وضعیت آموزش ریاضیات در سطوح مختلف صورت گرفته است دو هدف عمده پیش روی خود دارد: عمومی کردن ریاضیات و تربیت نخبگان. هدف اول از این رو اهمیت دارد که در آستانه قرن بیست و یکم میلادی «سواد ریاضی» ضرورتی عام پیدا کرده است، و هدف دوم نیز از هدفهای ارزشمند جوامع مدنی است. لذا کاملاً ضروری است که در پی دست یافتن به پیشرفتهای بیشتری در این باره باشیم و ابزارهای جدیدی برای شناسایی و پرورش استعدادها بالقوه جامعه خود جستجو کنیم.

آموزشهای رسمی با توجه به گستردگی پهنه عملکرد، معمولاً میانگین دانش‌آموزان را از نظر علاقه و استعدادها و ویژه مخاطب خود قرار داده است. از این رو برای پرورش استعدادها و شکوفایی خلاقیتهای آموزشهای جانبی و غیررسمی و برنامه‌هایی نظیر المپیاد ریاضی اهمیت ویژه‌ای دارد.

اگر به تاریخ نگاهی بیفکنیم سال ۱۸۹۴ شاید نقطه آغاز مسابقات علمی در عصر جدید باشد. در این سال مسابقه اتووش به نام بارون لوراند اتووش^۱ به صورت مسابقه ریاضی دانش‌آموزی در مجارستان شروع شد. مسائل این مسابقه به دلیل سادگی مفاهیم به کار گرفته شده هنوز هم جذاب است. پس از آن، طی سالها، مسابقات ریاضی در کشورهای مختلف جهان شکل گرفت و جایگاه ویژه‌ای پیدا کرد تا اینکه در سال ۱۹۵۹ رومانی پیشگام راه‌اندازی المپیاد بین‌المللی ریاضی شد و از ۷ کشور اروپای شرقی برای شرکت در این المپیاد دعوت کرد و اولین المپیاد از ۲۰ تا ۳۰ ژوئیه ۱۹۵۹ در بخارست برگزار شد. کم‌کم کشورهای دیگری نیز به المپیاد بین‌المللی بویستند و در حال حاضر این مسابقه، که هر سال در یک کشور برگزار می‌شود، معتبرترین مسابقه بین‌المللی دانش‌آموزی است.

1. Baron Loránd Eötvös

مسابقات دانش‌آموزی در کشور ما نیز رفته‌رفته جایگاه ویژه‌ای یافته است؛ اولین مسابقه ریاضی دانش‌آموزی در فروردین ۱۳۶۲ بین دانش‌آموزان برگزیده سرتاسر کشور برگزار شد و برای اولین بار در سال ۱۳۶۶ تیمی از کشورمان به المپیاد بین‌المللی اعزام گردید. پس از آن دانش‌آموزان زیادی در سرتاسر کشور مشتاقانه به این رقابت روی آوردند.

در المپیاد ریاضی آنچه که اهمیت دارد توانایی مسأله حل کردن است، ولی باید توجه داشت که راه حل مسأله‌ای با ارزش به‌ندرت آسان و بدون زحمت به‌دست می‌آید؛ بلکه حاصل ساعتها تلاش فکری است. تلاشی که ذهنهای شاداب و جوان برای انجام آن تمایل بسیاری دارند.

بدیهی است که اگر این تلاشها با برنامه‌ای دقیق و منظم شکل گیرد، سریعتر و بهتر به شکوفایی استعدادها و خلاق می‌انجامد. از این رو مؤسسه انتشارات فاطمی به انتشار مجموعه آمادگی برای المپیاد ریاضی اهتمام ورزیده است. این مجموعه شامل سه دسته کتاب است:

دسته اول (کتابهای زرد) شامل کتابهایی مقدماتی با پیشنیاز ریاضیات ۲ در زمینه‌های ترکیبیات، هندسه، نظریه اعداد، آنالیز و جبر است.

دسته دوم (کتابهای نارنجی) شامل کتابهای پیشرفته‌تر و مجموعه مسائل و کتابهای کلاسیک المپیاد ریاضی در سطح بین‌المللی است، و بالاخره

دسته سوم (کتابهای قرمز) شامل کتابهای پیشرفته درباره المپیاد ریاضی است.

مجموعه آمادگی برای المپیاد ریاضی مجموعه‌ای است منظم و برنامه‌ریزی شده برای همه چالشگرانی که در ریاضیات زیباشناختی خاصی می‌بینند و در جهت نوآوریهای ذهنی تلاش می‌کنند.

این کتاب از دسته دوم و شامل ۱۰۱ مسأله جبر است که با دقت فراوان از میان مسأله‌هایی که برای آموزش اعضای تیمهای اعزامی از آمریکا به المپیاد بین‌المللی ریاضی استفاده شده دست‌چین شده‌اند.

مسأله‌های این کتاب طوری انتخاب و مرتب شده‌اند که مهارتها و تواناییهای دانش‌آموزان در جبر رفته‌رفته گسترش یابند.

پیشگفتار

این کتاب شامل ۱۰۱ مسأله جبر است که با دقت فراوان از میان مسأله‌هایی که برای آموزش و سنجش اعضای تیمهای اعزامی از آمریکا به المپیاد بین‌المللی ریاضی استفاده شده دست‌چین شده‌اند. این کتاب مجموعه‌ای از سؤالهای بسیار دشوار و غیرقابل فهم نیست. مسأله‌های این کتاب طوری انتخاب و مرتب شده‌اند که مهارتها و تواناییهای دانش‌آموزان در جبر رفته‌رفته گسترش یابند. هدف این کتاب، وسعت بخشیدن به دیدگاه ریاضی دانش‌آموزی است که می‌خواهد در مسابقه‌های ریاضی شرکت کند. آشنایی با فنون و رموز مسأله حل کردن باعث ایجاد علاقه به جبر و سایر شاخه‌های ریاضی می‌شود.

مقدمه

در ایالات متحده آمریکا، مراحل انتخاب اعضای تیم برای شرکت در المپیاد بین‌المللی ریاضی از چند مسابقه ملی تشکیل شده است که عبارت‌اند از مسابقه ریاضی آمریکا-۱۰، مسابقه ریاضی آمریکا-۱۲، آزمون دعوتی ریاضیات آمریکا و المپیاد ریاضی ایالات متحده آمریکا. شرکت در آزمون دعوتی ریاضیات آمریکا و المپیاد ریاضی ایالات متحده آمریکا منحصراً از طریق دعوت از دانش‌آموزان، براساس نتایج آنها در امتحانهای مراحل قبلی ممکن است. دوره تابستانی المپیاد ریاضی دوره‌ای آموزشی و چهار هفته‌ای فشرده برای حدود یکصد تن از دانش‌آموزان فوق‌العاده مستعدی است که برترینهای مسابقه‌های ریاضی آمریکا شناخته شده‌اند. شش دانش‌آموزی که اعضای تیم ایالات متحده آمریکا در المپیاد بین‌المللی ریاضی هستند، براساس نمره‌هایشان در المپیاد ریاضی ایالات متحده آمریکا و امتحانات دیگری که در خلال دوره تابستانی المپیاد ریاضی برگزار می‌شوند انتخاب می‌شوند. دانش‌آموزان در دوره تابستانی المپیاد ریاضی، روزهایی بزمغله دارند، باید در کلاسها شرکت کنند و برای آمادگی پیدا کردن در چند شاخه مهم ریاضیات تعداد زیادی مسأله را حل کنند. موضوعاتی که مطرح می‌شوند شامل استدلالها و اتحادهای ترکیباتی، تابعهای مولد، نظریه گراف، رابطه‌های بازگشتی، مجموعها و حاصل‌ضربها، احتمالات، نظریه اعداد، چندجمله‌ایها، نظریه معادلات، اعداد مختلط در هندسه، اثباتهای الگوریتمی، هندسه ترکیباتی و پیشرفته، معادلات تابعی و نابرابریهای کلاسیک است. امتحانات نهایی از نوع المپیاد از چند مسأله پیکارجو اما ساده‌فهم تشکیل می‌شوند. معمولاً برای پیدا کردن راه‌حلهای درست باید تحلیلی عمیق و استدلالی دقیق کرد. ممکن است سؤالات المپیادی برای تازه‌کاران گیج‌کننده به نظر برسد، با این حال اکثر این سؤالات را می‌توان با فنون ریاضیات دبیرستانی، که البته هوشمندانه به‌کار برده می‌شوند، حل کرد.

به دانش‌آموزانی که می‌خواهند مسأله‌های این کتاب را حل کنند چند توصیه می‌کنیم.

- مواظب وقتتان باشید! تعداد بسیار کمی از شرکت‌کنندگان می‌توانند همه مسأله‌های داده شده را حل کنند.
- سعی کنید ارتباطی بین مسأله‌ها پیدا کنید. موضوع مهم این است که همه فنون و ایده‌های مهمی که در این کتاب آمده‌اند بیشتر از یک بار به کار می‌آیند!
- راه حل مسأله‌های المپیادی بلافاصله به ذهن نمی‌آید. حوصله کنید. شیوه‌های مختلفی را بیازمایید. حالت‌های ساده را بررسی کنید. گاهی استفاده از روش بازگشت از حکم خواسته شده مفید است.
- حتی اگر مسأله‌ای را حل کردید راه حل آن را بخوانید. ممکن است در این راه حل ایده‌هایی مطرح شده باشد که در راه حل شما نباشد و در راه حل‌ها از قوت و فتهایی بحث شده باشد که جای دیگر نیز به کار می‌آیند. همچنین، این راه حل‌ها نمونه‌هایی از راه حل‌های زیبایی هستند که می‌توانید از آنها الگوبرداری کنید، البته معمولاً در آنها فرایند پیچیده‌ای که منجر به کشف راه حل شده نامشخص است، همین‌طور گام‌های ابتدایی که اشتباه بوده‌اند، ایده‌های بکر و توجه به جزئیات. وقتی که راه حل‌ها را می‌خوانید، سعی کنید تفکرانی را که در پس آنهاست بازسازی کنید. از خودتان بپرسید: «ایده‌های کلیدی کدام‌اند؟ چگونه می‌توانم باز هم از این ایده‌ها استفاده کنم؟»
- بعد ببینید که آیا می‌توانید مسأله را از راه دیگری حل کنید؟ خیلی از مسأله‌ها چندین راه حل دارند، اما همه آنها را در این کتاب نیاورده‌ایم.
- مسأله حل کردن هدفمند احتیاج به تمرین دارد. اگر در ابتدا مشکل داشتید ناامید نشوید.