



روزی نشست بر پاره سنگی
با انگشتانی گره کرده در زیر چانه اش
و خیره نگاهی تا بی انتها

آرام آرام شرارِ وسوسه ای در وگه هایش دوید
و هُرم قدرتی سترگ، ساق های بی قرارش را در هم نوردید

ناگاه به پا خاست
و گام در راهی نهاد
بی انتها

- انسان را می گویم -

او ناچار رفتن بود و یافتن

شاید به این امید که روزی، بر فراز قلّه ی دریافتن، پاتابه وا کند و یله بر چارطاق نیلی چرخ دهد.

تقدیم به شما و همه ی آن هایی که

برای «یافتن»

راهی جز «دریافتن» نمی شناسند.

سرشناسه: شریف خطیبی، رضا. ۱۳۶۱
عنوان و نام پدیدآور: هندسه تحلیلی: آموزش گام به گام مفاهیم و نکته‌ها ... / رضا شریف خطیبی، علیرضا شریف خطیبی.
مشخصات نشر: تهران: دریافت، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری: ۱۳۳ ص.: مصور، جدول، نمودار؛ ۲۹×۲۲ س.م.
شابک: ۱۱۰۰۰۰ ریال: ۰۹-۰۶۱۹۳-۰۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی: فیا
موضوع: هندسه تحلیلی - راهنمای آموزشی (متوسطه)
موضوع: هندسه تحلیلی - آزمون‌ها و تمرین‌ها (متوسطه)
موضوع: هندسه تحلیلی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (متوسطه)
شناسه افزوده: شریف خطیبی، علیرضا، ۱۳۵۶
رده بندی کنگره: ۱۳۹۰ ۹۴۵/ش ۵۵۵ QA
رده بندی دیویی: ۵۱۶/۳۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی: ۲۵۸۸۴۴۳

عنوان کتاب:	هندسه ی تحلیلی
نویسنده:	مهندس رضا شریف خطیبی
طراح جلد:	مهندس علیرضا شریف خطیبی
صفحه آرای، رسم تصاویر و ناظرت فنی بر چاپ:	مجید اکبری کلی
ناشر:	مهندس مجید اسمعیلی زارع
لایترگرافی:	نشر دریافت
چاپ و صحافی:	پارسیان
نوبت چاپ:	عصرانتظار
شمارگان:	اول - ۱۳۹۰
بها:	۲۰۰۰ جلد
تلفن های دفتر نشر:	۱۱۰۰۰۰ ریال
نشانی اینترنتی:	۰۲۱ - ۶۶۴۹۲۱۸۹
نشانی پست الکترونیک:	۰۲۱ - ۶۶۴۱۲۷۸۵
	۰۹۱۹ - ۲۵۷۷۹۰۷
	www.Daryaft-Pub.com
	Info@Daryaft-Pub.com

مقدمه‌ی مؤلف

قبل از هر سخنی شکرگزار پروردگار حکیمیم که به ما نعمت سلامتی ارزانی داشت تا بتوانیم بیندیشیم و بگوییم آنچه در قلمبان است و بنویسیم آنچه در فکرمان است.

سپاسگزار همکاران عالم و دانش‌آموزان با محبتی هستیم که با استقبال چشمگیر از کتاب «هندسه‌ی پایه‌ی نشر دریافت» مشوق و دلیل اصلی تألیف این مجموعه شدند.

هدف کلی، از تألیف چنین مجموعه‌ای ساده‌سازی مفاهیم هندسه‌ی تحلیلی و جبر خطی و افزایش انگیزه و شهامت در دانش‌آموزان برای «فکرکردن و ساختن» است.^۱

کتاب درسی هندسه‌ی تحلیلی و جبر خطی در ۱۵۰ صفحه و ۵ فصل تنظیم شده‌است و ۸ تست یا ۱۴ درصد کل نمره‌ی ریاضی^۲ کنکور را تشکیل می‌دهد. کتابی که هم‌اکنون پیش روی شما است در راستای مطالب کتاب درسی تألیف شده‌است و اهداف کلی و جزئی زیر را پوشش می‌دهد:

- آشنایی با روش حل مسأله، روش استدلال و تحلیل مسائل هندسه‌ی تحلیلی و جبر خطی
- آموزش منظورشناسی سؤال و افزایش قدرت تشخیص با ارائه‌ی مطالب به‌صورت طبقه‌بندی، چیدمان سؤالات از ساده به دشوار، جمع‌آوری بیان‌ها و انشاهای مختلف یک سؤال و سؤالات مترادف در قالب «الگوی مشابه»، ارائه‌ی راهنمایی و مرور مجدد فرمول‌ها و نکات در بدنه‌ی حل هر سؤال و فرصتی برای تفکر و نواندیشی با پرسیدن سؤالات دانش‌آموزی که در انتهای حل برخی تست‌ها آورده‌شده‌اند و بعضاً بدون جواب هستند و در نهایت ارائه‌ی چند خودآزمایی در انتهای هر فصل.
- آشنایی با تست‌های الگو و پرتکرار کنکورهای سراسری و آزاد
- بررسی تمرینات و قضیه‌های کتاب درسی که امکان تبدیل به تست و مطرح شدن در کنکور دارند.
- مشخص کردن تمرینات و قضیه‌های (و بعضی تست‌ها البته بدون گزینه) مهم برای آزمون نهایی پایان سال با علامت



توجه: از نظر محتوایی فصل‌های ۱، ۲ و ۳ زیرمجموعه‌هایی از هندسه‌ی تحلیلی و فصل‌های ۴ و ۵ زیرمجموعه‌هایی از جبرخطی هستند. بدیهی است با توجه به تفاوت بافت محتوایی فصل‌ها، روش مطالعه، تمرین و تست‌زنی در این دو قسمت متفاوت باشد. در نیمه‌ی اول کتاب، دانش‌آموزان عزیز باید سعی کنند صورت مسأله و تست را درست و دقیق بفهمند وگرنه قطعاً به پاسخ غلط می‌رسند (تست‌ها حد وسط ندارند؛ یا دانش‌آموز سؤال را می‌فهمد و حل می‌کند یا آن را رها می‌کند!) در یک تست هندسه‌ی تحلیلی، تجزیه و تحلیل سؤال بیش‌تر از پیاده‌سازی حل اهمیت دارد. درحالی‌که در یک تست جبر خطی، مثلاً تست ماتریس، اجرای حل بیش‌تر از تفکر حل. زمان می‌برد؛ زیرا در فصل‌های ۴ و ۵ مفهوم و عمق مطالب خیلی کم‌تر از فصل‌های ۱، ۲ و ۳ است. پس در فصل‌های ۴ و ۵ دغدغه‌ی اصلی باید تسلط روی فرمول‌ها، روابط و خلاصه‌برداری‌ها باشد.

۱- البته غل و زنجیر کنکور بر دست و پای ما نیز بسته بوده ولی آنچه می‌توانستیم، کردیم.

۲- دانش‌آموزان رشته‌ی تجربی می‌توانند از فصل‌های ۱ و ۳ این کتاب استفاده کنند.

تذکر مهم: در درس هندسه‌ی تحلیلی و جبر خطی نباید جواب تست‌ها را فقط روخوانی کنید؛ باید قلم روی کاغذ بگذارید و بنویسید؛ بارها و بارها برای خودتان تحلیل کنید، زمزمه کنید و بنویسید تا در کنار «مهارت ذهنی، مهارت دستی» نیز پیدا کنید. اگر نتوانید در منزل یا کلاس درس، یک تست را در ۱/۵ دقیقه به درستی حل کنید، یقیناً در جلسه‌ی آزمون هم قادر به انجام مجدد این کار نخواهید بود.

تشکر و قدردانی از:

- مدیریت محترم نشر دریافت جناب آقای دکتر هامون سبطی، صفحه‌آرا و ناظر فنی چاپ جناب آقای مهندس مجید اسمعیلی زارع و تمام عواملی که برای ارائه‌ی کتابی بی‌نقص زحمت کشیدند.
- همکاران محترمی که در ویراستاری کتاب با ما همکاری کردند: جناب آقای امیرحسین هاشمی و سرکار خانم هاشمی، مهندس مجید عبادی و مهندس محمدطاهر شعاعی قاضیانی.
- دانشجویان و دانش‌آموزان گرامی که در ویراستاری کتاب با ما همکاری کردند: آقایان: کوروش سیف اشرفی، حیدر مروج، سلیمان ثقفیان لاریجانی، سپهر فرحت، امیرحسین ابراهیمی و آرمین عیاری و خانم‌ها: آناهید خوبیار، مرضیه لطفی، مانا جلالی
- در پایان از تمامی خوانندگان گرانقدر خواهیم‌دیم بر ما منت نهاده، نظرات، پیشنهادهای و اشکالات احتمالی کتاب را از طریق تارنمای نشر دریافت یا با پست الکترونیکی و وبسایت زیر با ما در میان بگذارند:

Email: r.s.khatibi@gmail.com

www.sharif-khatibi.com

فهرست

فصل اول: بردارها

- معرفی فضای سه بعدی R^3 ۱
- پیکان و بردار، محاسبه‌ی طول بردار، تساوی، جمع و تفریق بردارها و ضرب عدد حقیقی در بردار ۵
- بردار جهت یا بردار یکه‌ی $\vec{a}$: $\vec{e}_a$ ۱۰
- نیم‌ساز زاویه‌ی بین دو بردار ۱۱
- ضرب داخلی (برونی، نقطه‌ای، اسکالر) ۱۲
- تصویر قائم یک بردار روی امتداد برداری دیگر ۲۱
- گزینه‌ی یک بردار نسبت به برداری دیگر ۲۲
- زاویه‌های یک بردار با محورهای مختصات ۲۶
- نامساوی کوشی-شوارتز ۲۹
- قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث ۳۰
- ضرب خارجی (برونی، هندسی) ۳۰
- محاسبه‌ی مساحت متوازی‌الاضلاع با استفاده از ضرب خارجی ۳۷
- محاسبه‌ی مساحت مثلث با استفاده از ضرب خارجی ۳۸
- ضرب مختلط سه بردار در فضا ۴۰
- محاسبه‌ی حجم متوازی‌السطوح با استفاده از ضرب مختلط ۴۰
- ضرب سه‌گانه‌ی برداری ۴۴
- آزمون ۱ ۴۷
- پاسخ آزمون ۱ ۴۸
- آزمون ۲ ۵۰
- پاسخ آزمون ۲ ۵۱
- آزمون ۳ ۵۳
- پاسخ آزمون ۳ ۵۴

فصل دوم: معادلات خط و صفحه

- خط در فضا ۵۶
- معادلات خط‌های خاص ۶۱
- زاویه‌های یک خط با محورهای مختصات ۶۴
- فاصله‌ی یک نقطه از یک خط در فضای R^3 ۶۵
- طول و معادله‌ی عمود مشترک دو خط متناظر در فضای R^3 ۶۶
- تصویر و گزینه‌ی یک نقطه نسبت به یک خط ۷۰
- اوضاع نسبی دو خط در فضای R^3 ۷۲
- معادله‌ی صفحه ۷۶

۸۵	• معادلات صفحات خاص
۸۶	• اوضاع نسبی خط و صفحه در فضای R^3
۸۸	• اوضاع نسبی دو صفحه در فضای R^3
۸۹	• طرز به دست آوردن معادله‌ی «خط فصل مشترک» دو صفحه‌ی متقاطع
۹۳	• فاصله‌ی یک نقطه از یک صفحه
۹۶	• زاویه‌ی خط با صفحه و زاویه‌ی صفحه با صفحه در فضای R^3
۹۷	• تصویر و قرینه‌ی نقطه نسبت به صفحه
۱۰۰	• قرینه‌ی یک صفحه یا خط نسبت به صفحات مختصات
۱۰۲	• آزمون ۴
۱۰۳	• پاسخ آزمون ۴
۱۰۵	• آزمون ۵
۱۰۶	• پاسخ آزمون ۵
۱۰۸	• آزمون ۶
۱۰۹	• پاسخ آزمون ۶

فصل سوم: مقاطع مخروطی

۱۱۳	• دایره
۱۲۱	• کوتاه‌ترین وتر گذرنده از یک نقطه داخل دایره
۱۲۳	• خط قائم بر دایره
۱۲۴	• دایره‌ی مماس بر محورهای مختصات
۱۲۶	• اوضاع نسبی دو دایره و مماس مشترک دایره‌ها
۱۲۸	• تست‌های مربوط به دایره به عنوان یک مکان هندسی
۱۳۰	• تست‌های مربوط به رسم دو مماس بر دایره از نقطه‌ای خارج آن
۱۳۲	• بیش‌ترین و کم‌ترین فاصله‌ی یک نقطه تا دایره
۱۳۳	• معادله و طول وتر مشترک دو دایره
۱۳۴	• بیضی
۱۳۶	• مشخصات بیضی افقی، مرکز غیرواقع بر مبدأ مختصات
۱۴۲	• خروج از مرکز بیضی
۱۴۷	• مشخصات بیضی قائم، مرکز غیرواقع بر مبدأ مختصات
۱۵۰	• سهمی
۱۵۲	• مشخصات سهمی افقی، رأس غیرواقع بر مبدأ مختصات
۱۶۰	• مشخصات سهمی قائم، رأس غیرواقع بر مبدأ مختصات
۱۶۲	• هذلولی
۱۶۴	• مشخصات هذلولی افقی، مرکز غیرواقع بر مبدأ مختصات
۱۶۴	• خروج از مرکز هذلولی
۱۷۳	• مشخصات هذلولی قائم، مرکز غیرواقع بر مبدأ مختصات
۱۷۸	• انتقال محورهای مختصات
۱۷۸	• دوران محورهای مختصات
۱۷۹	• صورت کلی معادله‌ی مقاطع مخروطی
۱۸۶	• آزمون ۷ (دایره)

- پاسخ آزمون ۷ (دایره) ۱۸۷
- آزمون ۸ (بیضی) ۱۸۹
- پاسخ آزمون ۸ (بیضی) ۱۹۰
- آزمون ۹ (سهمی) ۱۹۲
- پاسخ آزمون ۹ (سهمی) ۱۹۳
- آزمون ۱۰ (هذلولی و دوران) ۱۹۵
- پاسخ آزمون ۱۰ (هذلولی و دوران) ۱۹۷
- آزمون ۱۱ (جامع) ۲۰۱
- پاسخ آزمون ۱۱ (جامع) ۲۰۲
- آزمون ۱۲ (جامع) ۲۰۴
- پاسخ آزمون ۱۲ (جامع) ۲۰۶
- آزمون ۱۳ (جامع) ۲۰۹
- پاسخ آزمون ۱۳ (جامع) ۲۱۰

فصل نهم: ماتریس و دترمینان

- انواع ماتریس ۲۱۳
- عمل‌های مقدماتی روی ماتریس‌ها و تساوی ماتریس‌ها ۲۱۴
- تعویض پذیری (جابه‌جایی در ضرب) ماتریس‌ها ۲۱۶
- ماتریس خودتوان ۲۱۸
- ماتریس پوچ توان ۲۱۸
- روش حل تست‌های مربوط به توان‌های بزرگ یک ماتریس ۲۱۹
- معرفی ماتریس دوران ۲۲۵
- ترانزاده‌ی یک ماتریس، ماتریس‌های متقارن و پادمتقارن ۲۲۸
- ماتریس‌ها و تبدیلات هندسی در صفحه ۲۳۳
- دترمینان ۲۳۸
- ویژگی‌های دترمینان ۲۴۴
- نکات باقی‌مانده از دترمینان ۲۵۹
- آزمون ۱۴ (ماتریس) ۲۶۲
- پاسخ آزمون ۱۴ (ماتریس) ۲۶۳
- آزمون ۱۵ (دترمینان) ۲۶۵
- پاسخ آزمون ۱۵ (دترمینان) ۲۶۷
- آزمون ۱۶ (جامع) ۲۶۹
- پاسخ آزمون ۱۶ (جامع) ۲۷۱

فصل نهم: ماتریس وارون و دستگاه معادلات خطی

- ماتریس وارون ۲۷۴
- ویژگی‌های ماتریس الحاقی ۲۷۷
- وارون ماتریس 3×3 ۲۸۲
- وارون ماتریس 2×2 ۲۸۴
- ویژگی‌های ماتریس وارون (A^{-1}) ۲۸۵

- دستگاه معادلات خطی ۲۹۱
- بحث روی تعداد جواب‌های دستگاه سه‌معادله سه‌مجهول ۲۹۲
- روش‌های حل دستگاه دو معادله دو مجهول ۳۰۰
- روش‌های حل دستگاه سه‌معادله سه‌مجهول ۳۰۰
- آزمون ۱۷ (ماتریس معکوس) ۳۱۰
- پاسخ آزمون ۱۷ (ماتریس معکوس) ۳۱۱
- آزمون ۱۸ (دستگاه معادلات خطی) ۳۱۳
- پاسخ آزمون ۱۸ (دستگاه معادلات خطی) ۳۱۳
- آزمون ۱۹ (جامع) ۳۱۶
- پاسخ آزمون ۱۹ (جامع) ۳۱۸

تعریف نمادهای به‌کار رفته در این کتاب

۱-  درس: بیان تعریف‌ها یا مطالب پایه‌ای

۲-  نکته: زیر موضوع‌های مربوط به یک موضوع اصلی یا راه‌های میان‌بر

۳-  توجه: توضیح نکته‌هایی که با بدفهمی همراهند یا باعث اشتباه می‌شوند

۴-  به یاد بسپاریم: بیان موارد پرکاربرد

۵-  یادآوری: آ- بیان نکته‌های گفته‌شده یا مطالب سال‌های گذشته
ب- بیان ارتباط میان مفهوم‌های جدید و مفهوم‌های قبلی

۶-  راهنمایی: بیان نکته‌ای که در رسیدن به پاسخ سؤال راه‌گشاست، قبل از بیان مستقیم راه‌حل و پاسخ