

کاربرد روش‌های عددی در مهندسی شیمی

مؤلف: شهره فاطمی

استاد دانشکده‌ی مهندسی شیمی - دانشگاه تهران

با همکاری: مهندس محمد تقی اف

کارشناس ارشد مهندسی شیمی - دانشگاه تهران



نشر دانشگامی کیان
Kian Publication

سرشناسه : فاطمی، شهره، ۱۳۳۵.
عنوان و نام پدیدآور : کاربرد روش‌های عددی در مهندسی شیمی / مؤلف شهره فاطمی،
با همکاری محمد تقاف.
مشخصات نشر : تهران: انتشارات دانشگاهی کیان، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری : ۵۶ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۳۰۷-۰۲۶-۴
وضعیت فهرست‌نویسی : فیا
یادداشت : چاپ قبلی: خدمات نشر کیان رایانه‌سبز، ۱۳۶۰ (۳۹۶ص:).
موضوع : مهندسی شیمی - ریاضیات.
موضوع : مهندسی شیمی - داده‌پردازی.
شناسه افزوده : تقاف، محمد.
رده‌بندی کنگره : TP۱۵۵/۲/۹۱۶ ۱۳۹۲.
رده بندی دیویی : ۶۶۰/۰۵۱
شماره کتابشناسی ملی : ۳۳۴۰۶۵۰



نشر دانشگاهی کیان
Kian Publication

انتشارات دانشگاهی کیان

نام کتاب : کاربرد روش‌های عددی در مهندسی شیمی
ناشر : انتشارات دانشگاهی کیان
مؤلف : شهره فاطمی
چاپ اول : ۱۳۹۳
تیراژ : ۵۰۰ جلد
چاپ و صحافی : گنج شایگان
قیمت : ۱۶۰۰۰ تومان (به همراه DVD)
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۳۰۷-۰۲۶-۴
ISBN : 978-600-307-026-4

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است.
تکثیر تمامی یا قسمی از این اثر به
صورت درون‌مجموعه یا چاپ مجدد، چاپ
افست، فتوکپی و انواع دیگر، چاپ ممنوع
است و پیگرد قانونی دارد.

مرکز پخش:

تهران- خ انقلاب - خ ۱۲ فروردین - کوچه نوروز - پلاک ۲۷ طبقه اول

تلفن : ۶۶۴۱۱۷۱۵-۶۶۴۰۶۸۳۲-۶۶۴۱۶۲۳۶

خرید Online از طریق سایت www.kianpub.com

SMS : ۳۰۰۰۲۲۱۴۴۱

سخنی با خوانندگان

«سپس، به کاتبان و نویسندگان بنگر و بهترین آن‌ها را بر کارهای خود بگمار...»

کاتبان و نویسندگانی برگزین که قدر خود را بشناسند، چون کسی که به قدر خود شناخت ندارد، دیگران را هم نمی‌شناسد.»
برگرفته از نامه‌ی ۵۳ نهج البلاغه به مالک‌اشتر

اگرچه نوشتن و پرداختن زکات علم از توصیه‌های اکید بزرگان و گواه بر کرامت اهل دانش است، اما امروزه پرداختن به انگیزه‌ها و اهداف نوشتن بیشتر جلوه می‌کند. بی‌شک این‌که چه کسی می‌نویسد مهم نیست، اما این‌که چرا و به چه پشتوانه‌ای می‌نویسد، درخور تأمل است. ما معتقدیم که چاپ روزافزون کتاب‌های به اصطلاح «زرد» که خالی از هرگونه نوآوری و بی‌توجه به استانداردهای چاپ کتاب و نیازهای مخاطبان است، حاصل تفکر بازاری مستولی بر جامعه‌ی نشر است. بی‌پرده آن‌که عنوان پر زرق و برق، دستاویز قرار دادن مضمون‌های نو با هدف فروش بالا و طویل کردن سیاهه‌ی سابقه‌ی علمی، نمی‌تواند دلیل محکمی برای چاپ و نشر کتابی باشد که خواننده‌ی مشتاق با صرف هزینه‌های نه چندان کم آن را تهیه می‌کند؛ به امید آن که چیزی از آن بیاموزد.

باید پذیرفت که انگیزه‌ی نوشتن کم از محتوای نوشته نیست و بین این دو رابطه‌ای مستقیم برقرار است. اگر انگیزه از نوشتن، تولید دانش باشد، بی‌شک نویسنده از قلم بی‌محتوا و کم‌عمق پرهیز می‌کند و اگر دغدغه‌ی دانش و فرهنگ زخم‌خورده در میان باشد، ناشر تنها به عنوان پرمطمراق بسنده نمی‌کند. و چقدر امروزه، فرهنگ و دانش این مرز بوم که گرفتار آفت بی‌انگیزگی و زخم هوس است، نیازمند ناشران و نویسندگانی است که نیت‌شان کمک به رشد دانش و ارتقای فرهنگ جامعه است و به راستی که التیامی بر این درد نیست مگر نویسندگانی که قدر خود و دیگران را می‌دانند و خوب می‌فهمند که کتاب، ابزار سودجویی‌های مغرضانه نیست و می‌کوشند تا خود را از هرگونه شهوت نام و رسم و ثروت تهی کنند.

انتشارات دانشگاهی کیان خود را بری از عیب و خطا نمی‌داند، اما همواره بیش از پیش می‌کوشیم تا در راستای تولید علم و نشر کتاب‌های پرمحتوا، دست نویسندگانی که انگیزه‌ی پاک دارند را فشرده و در کنارشان باشیم و از خداوند متعال می‌خواهیم که در این مسیر صعب و پرخطر در سایه‌ی لطف و عنایت خود از آن‌چه به عهده‌ی ما نهاده شده، سربلند و پیروز برآییم.

انتشارات دانشگاهی کیان

پیشگفتار

در مهندسی شیمی داشتن درک ریاضی از فرایندها و یافتن نحوه‌ی رفتار متغیرهای فرایند بسیار ضروری است. فرایندهای تولید و جداسازی، کنترل فرایند و کیفیت فراورده، طراحی و بهینه‌سازی، توسعه و احداث فرایندهای جدید، کاهش مصرف انرژی و هزینه‌ها و نیز کاهش آلودگی‌های زیست‌محیطی از مواردی است که در مهندسی شیمی مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرند.

از موارد مهم جهت نیل به این توانایی‌ها امکان مدل‌سازی فرایندها و تحولاتی است که یک مهندس با آن مواجه است. مدل‌سازی، پایه‌ای برای طراحی، شبیه‌سازی و بهینه‌سازی فرایندهای مختلف است. مدل‌سازی‌ها می‌توانند مبنای تجربی یا تئوری (ریاضی) داشته باشند. چنانچه مکانیسم یک تحول و رفتار متغیرهای فرایند به کمک قوانین فیزیکی مشخص باشد، از مدل‌سازی ریاضی استفاده می‌شود که با کمک قوانین عمومی فیزیک و قانون‌های ویژه، معادله‌های ریاضی مناسب تولید می‌شوند و با حل آن‌ها پاسخ‌های مناسب جهت بیان رفتار متغیرهای فرایند نسبت به یک‌دیگر و نسبت به متغیرهای ورودی، مشخص می‌شود. در برخی از مدل‌ها، رفتار متغیرها از الگوی قابل پیش‌بینی تبعیت نمی‌کند و یا مکانیسم تحول انجام شده مشخص نیست. در این صورت مدل‌سازی‌های آماری و مدل‌سازی‌های مبتنی بر روش‌های تصادفی و احتمالات مطرح می‌شوند که کاملاً به اطلاعات تجربی وابستگی داشته و با توجه به رفتار تجربی توابع فرایند، مدل‌سازی انجام می‌شود.

از آنجا که مدل‌سازی در کتاب حاضر برای پدیده‌های مختلف از جمله انتقال جرم، انرژی، مومنتوم و تبدیل مواد به یک‌دیگر براساس، قوانین عمومی و ویژه حاکم بر تحولات مذکور، یعنی مدل‌سازی ریاضی استوار شده است، انواع دیگر مدل‌سازی شامل مدل‌های آماری، مدل‌های استوکاستیک و مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی، موضوع این کتاب نیست. برای رسیدن به نتایج پایدار، یافتن تکنیک‌های مناسب با کم‌ترین خطا و همگرایی بالا جهت حل معادله‌های حاصل از فرمول‌بندی به صورت هم‌زمان و مرتبط با فازهای مختلف در پدیده‌های تبدیل و انتقال بسیار ضروری است. روش‌های تحلیلی که در حل معادله‌های دیفرانسیل پیشرفت زیادی داشته است، امروزه برای حل معادله‌ها و سیستم‌های پیچیده کاربرد نداشته و نیاز به روش‌ها و تکنیک‌های عددی کاملاً محسوس است.

در کتاب حاضر کاربرد روش‌های عددی در مهندسی شیمی به‌ویژه در مواجهه با مسایل غیرخطی مورد توجه قرار می‌گیرد. اگرچه امروزه در زمینه‌ی آنالیز و روش‌های عددی در مهندسی، آثار متعددی به چاپ رسیده است، کتاب‌های معدودی به مسایل غیرخطی و جنبه‌های کاربردی روش‌های عددی در فرایندهای مهندسی شیمی اختصاص یافته است. در این کتاب سعی شده است بر روی آن دسته از روش‌های عددی تکیه شود که در مسائل مهندسی شیمی کاربرد بیشتری دارند و با توجه به نوع معادله‌های حاصل از فرمول‌بندی، اغلب از نوع معادله‌های دیفرانسیل غیرخطی (معمولی و پاره‌ای) و نیز

دستگاه معادله‌های جبری غیرخطی هستند. در این کتاب به روش‌های حل عددی این نوع معادله‌ها توجه بیشتری شده است.

از طرفی آماده‌سازی روش‌های عددی و کدنویسی کامپیوتری در روش‌های عددی بسیار مهم است. امروزه نرم‌افزارها و محیط‌های برنامه‌نویسی متعددی مانند MATLAB, FORTRAN, BASIC, C, PASCAL و غیره مورد توجه‌اند؛ به‌طوری که حداقل احاطه بر یک زبان برنامه‌نویسی برای یک مهندس شیمی الزامی است.

در سال‌های اخیر، برنامه‌نویسی در محیط MATLAB در رشته‌های فنی و مهندسی جای خود را باز نموده است؛ از سویی برخلاف نرم‌افزارهای دیگر، امکان استفاده از برنامه‌های آماده را در اختیار قرار می‌دهد و دیگر لازم نیست تمام مراحل کدنویسی کامپیوتری در آن انجام شود. اگرچه این قابلیت MATLAB باعث کاهش سرعت محاسبه و طولانی شدن اجرای برنامه‌های پیچیده می‌شود، اما باز هم دارای کاربرد و قابلیت‌هایی است که در این کتاب از آن به عنوان محیط برنامه‌نویسی و اجرای تمرین‌ها استفاده شده و در انتهای کتاب کدهای برنامه و نتایج حاصل ارائه شده است.

در اینجا لازم است از آقای مهندس محمد تقی اف فارغ‌التحصیل مقطع کارشناسی و کارشناسی ارشد دانشکده‌ی فنی در رشته‌ی مهندسی شیمی که در بخش برنامه‌نویسی مسائل با اینجانب همکاری مستمر داشته‌اند، تشکر و قدردانی نمایم.

از اساتید محترمی که با دאوری مؤثر خود و ارائه‌ی پیشنهادهای سازنده در جهت ارتقای کیفی کتاب نقش مؤثری داشته‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

کتاب حاضر یکی از مراجع مهم درسی دانشجویان مهندسی شیمی در مقطع کارشناسی و تحصیلات تکمیلی برای دروس کاربرد ریاضیات در مهندسی شیمی، ریاضیات مهندسی پیشرفته، پدیده‌های انتقال، مدل‌سازی و طراحی واکنش‌گاه‌های شیمیایی و محاسبات عددی پیشرفته است. همچنین این کتاب در رشته‌های مختلف مهندسی از جمله مواد و مکانیک نیز می‌تواند به عنوان یکی از مراجع درسی و تحقیقی، مورد استفاده قرار گیرد.

شهره فاطمی

فهرست مطالب

فصل اول

- ۱-۱ فرمول بندی توده‌ای ۱۶
- ۲-۱ فرمول بندی دیفرانسیلی ۱۷
- ۳-۱ حل عددی معادله‌ها ۱۹

فصل دوم

- ۱-۲ عملگرهای اختلاف محدود ۲۵
- ۱-۱-۲ اختلاف محدود پیشرو ۲۵
- ۱-۱-۱-۲ اختلاف محدود پیشرو مرتبه‌ی دوم و بالاتر ۲۶
- ۲-۱-۲ اختلاف محدود پسرو ۲۶
- ۱-۲-۱-۲ اختلاف محدود پسرو مرتبه‌ی دوم و بالاتر ۲۶
- ۳-۱-۲ اختلاف محدود مرکزی ۲۷
- ۱-۳-۱-۲ اختلاف‌های مرکزی مرتبه‌ی دوم و بالاتر ۲۷
- ۲-۲ چندجمله‌ای‌های درونیابی ۲۹
- ۱-۲-۲ چندجمله‌ای نیوتن پیشرو ۲۹
- ۲-۲-۲ چندجمله‌ای نیوتن پسرو ۳۰
- ۲-۲-۲ آنالیز خطا ۳۲
- ۴-۲-۲ چندجمله‌ای لاگرانژ ۳۳
- ۳-۲ مشتق‌گیری عددی ۳۳
- ۱-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی اول ۳۴
- ۱-۱-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی اول پیشرو ۳۴
- ۲-۱-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی اول پسرو ۳۵
- ۲-۱-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی اول مرکزی ۳۶
- ۲-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی دوم ۳۷
- ۱-۲-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی دوم پیشرو ۳۷
- ۲-۲-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی دوم پسرو ۳۸
- ۳-۲-۳-۲ مشتق مرتبه‌ی دوم مرکزی ۳۹

فصل سوم

- ۴۴..... ۱-۲ معادله‌های دیفرانسیل معمولی رتبه‌ی اول
- ۴۴..... ۱-۱-۲ روش‌های تک‌مرحله‌ای
- ۴۴..... ۱-۱-۲ روش بسط سری تیلور
- ۴۵..... ۱-۱-۲-۱ الگوریتم حل عددی به روش بسط سری تیلور
- ۴۶..... ۱-۱-۲-۲ آنالیز خطا
- ۴۷..... ۱-۱-۲-۲ روش اولر
- ۴۸..... ۱-۱-۲-۲ آنالیز خطا
- ۴۸..... ۱-۱-۲-۲ روش اولر اصلاح‌شده
- ۴۹..... ۱-۱-۲-۲ آنالیز خطا
- ۴۹..... ۱-۱-۲-۲ الگوریتم روش اولر اصلاح‌شده
- ۵۰..... ۱-۱-۲-۴ روش رانج-کاتا
- ۵۱..... ۱-۱-۲-۴ رانج-کاتای رتبه‌ی دوم
- ۵۳..... ۱-۱-۴-۱-۲ روش هیون
- ۵۳..... ۱-۱-۴-۲ روش نقطه‌ی میانی
- ۵۴..... ۱-۱-۴-۲ رانج-کاتای رتبه‌ی سوم
- ۵۵..... ۱-۱-۴-۳ رانج-کاتای رتبه‌ی چهارم
- ۵۶..... ۱-۱-۴-۴ آنالیز خطا
- ۵۶..... ۱-۱-۴-۵ الگوریتم روش رانج-کاتا
- ۶۸..... ۱-۲ روش‌های چندمرحله‌ای
- ۶۸..... ۱-۲-۱ روش‌های چندمرحله‌ای صریح
- ۶۹..... ۱-۲-۱ فرمول‌های روش صریح
- ۷۰..... ۱-۲-۲ آنالیز خطا
- ۷۱..... ۱-۲-۲ روش ادام
- ۷۱..... ۱-۲-۴ روش‌های صریح برای $k \neq 0$
- ۷۲..... ۱-۲-۵ الگوریتم روش‌های صریح
- ۷۳..... ۱-۲-۲ روش‌های چندمرحله‌ای غیرصریح
- ۷۴..... ۱-۲-۲ روش مولتن
- ۷۵..... ۱-۲-۲ الگوریتم روش غیرصریح
- ۷۵..... ۱-۲-۲ روش‌های تخمین-تصحیح

۷۶.....	۱-۳-۲-۲-۱-۲	روش میلن
۷۶.....	۲-۳-۲-۲-۱-۲	روش ادام-مولتن
۷۶.....	۳-۳-۲-۲-۱-۲	الگوریتم روش تخمین - تصحیح
۷۹.....	۲-۳	معادله‌های دیفرانسیل معمولی رتبه‌ی دوم و بالاتر
۸۰.....	۱-۲-۳	مسائل شرط اولیه
۸۰.....	۱-۱-۲-۳	آماده‌سازی مسئله
۸۳.....	۲-۲-۳	مسائل شرط مرزی
۸۵.....	۱-۲-۲-۳	روش رونابی
۸۵.....	۱-۱-۲-۲-۳	الگوریتم روش
۸۶.....	۲-۱-۲-۲-۳	روش‌های اصلاح حدس
۸۷.....	۱-۲-۱-۲-۲-۳	اصلاح حدس براساس روش درونیابی خطی
۸۸.....	۲-۲-۱-۲-۲-۳	اصلاح حدس براساس روش نیوتن
۹۶.....	۲-۲-۲-۳	روش اختلاف‌های محدود
۹۶.....	۱-۲-۲-۲-۳	معادله‌های دیفرانسیل خطی
۱۱۵.....	۲-۲-۲-۲-۳	معادله‌های دیفرانسیل غیرخطی
۱۱۶.....	۱-۲-۲-۲-۲-۳	روش سعی و خطا
۱۲۴.....	۲-۲-۲-۲-۲-۳	روش نیوتن رافسون

فصل چهارم

۱۳۸.....	۱-۴	روش پرتابی
۱۳۸.....	۲-۴	روش اختلاف‌های محدود
۱۳۹.....	۳-۴	روش باقی‌مانده‌های وزنی
۱۴۰.....	۱-۳-۴	انواع روش‌های باقی‌مانده‌ی وزنی
۱۴۰.....	۱-۱-۳-۴	روش تلفیق
۱۴۱.....	۲-۱-۳-۴	روش زیربازه
۱۴۱.....	۳-۱-۳-۴	روش حداقل مربع خطاها
۱۴۲.....	۴-۱-۳-۴	روش لحظه
۱۴۲.....	۵-۱-۳-۴	روش گالرکین
۱۵۱.....	۲-۳-۴	روش تلفیق متعامد
۱۵۱.....	۱-۲-۳-۴	بررسی شرایط مرزی و متغیر مستقل

۱۵۳.....	۲-۲-۳-۴ روش تعیین نقاط پایه (x_k)
۱۵۳.....	۳-۲-۳-۴ تابع آزمون
۱۵۳.....	۴-۲-۳-۴ معادله‌ی ژاکوبی
۱۵۴.....	۱-۴-۲-۳-۴ شرط تعامد در تابع ژاکوبی
۱۵۵.....	۲-۴-۲-۳-۴ انتخاب پارامترهای α, β
۱۵۷.....	۵-۲-۳-۴ انتخاب درجه‌ی تابع آزمون
۱۵۸.....	۶-۲-۳-۴ چندجمله‌ای لگرانژ
۱۶۶.....	۴-۴ حل معادله‌ی دیفرانسیل پاره‌ای سهمی‌گون به روش تلفیق متعامد

فصل پنجم

۱۸۲.....	۱-۵ دستگاه معادله‌های خطی
۱۸۳.....	۱-۱-۵ دستور کرامر
۱۸۵.....	۲-۱-۵ ماتریس معکوس
۱۸۶.....	۳-۱-۵ روش‌های حذفی
۱۸۷.....	۱-۳-۱-۵ گوس حذفی
۱۸۹.....	۲-۳-۱-۵ گوس جردن
۱۹۴.....	۳-۳-۱-۵ تعیین ماتریس معکوس با روش گوس جردن
۱۹۷.....	۴-۱-۵ روش‌های حدسی
۱۹۷.....	۱-۴-۱-۵ روش گوس ژاکوبی
۱۹۹.....	۲-۴-۱-۵ روش گوس سیدل
۱۹۹.....	۳-۴-۱-۵ شرط همگرایی
۲۰۴.....	۲-۵ دستگاه معادله‌های غیرخطی
۲۰۴.....	۱-۲-۵ روش تکرار
۲۰۴.....	۲-۲-۵ روش نیوتن رافسون
۲۰۶.....	۳-۲-۵ خطی‌سازی ماتریس ضریب‌ها با کمک حدس عبارت غیرخطی

فصل ششم

۲۲۱.....	۱-۶ رگرسیون خطی
۲۲۲.....	۱-۱-۶ رگرسیون براساس چندجمله‌ای درجه‌ی n

۲۲۴.....	۲-۱-۶ رگرسیون براساس معادله‌ی خطی چندمتغیره
۲۲۷.....	۲-۶ رگرسیون غیرخطی
۲۲۷.....	۱-۲-۶ خطی‌سازی تابع مدل
۲۳۰.....	۲-۲-۶ روش‌های رگرسیون غیرخطی
۲۳۰.....	۱-۲-۲-۶ روش گوس نیوتن
۲۴۰.....	۲-۲-۲-۶ روش لونبرگ - مارکوارت
۲۴۲.....	۳-۲-۲-۶ روش‌های جست‌وجوی مستقیم
۲۴۳.....	۳-۶ بهینه‌سازی غیرخطی بر مبنای روش‌های جست‌وجوی مستقیم

فصل هفتم

۲۵۱.....	۱-۷ معادله‌های بیضی‌گون
۲۵۱.....	۱-۱-۷ روش اختلاف‌های محدود در معادله‌ی خطی
۲۵۳.....	۱-۱-۱-۷ حل دستگاه معادله‌ها به روش حذفی
۲۵۳.....	۲-۱-۱-۷ حل دستگاه معادله‌ها به روش حدسی
۲۵۴.....	۲-۱-۷ روش اختلاف‌های محدود در معادله‌ی غیرخطی
۲۵۴.....	۱-۲-۱-۷ روش اختلاف‌های محدود با آزمون و خطا
۲۵۵.....	۱-۱-۲-۱-۷ حل دستگاه معادله‌ها به روش حذفی
۲۵۸.....	۲-۱-۲-۱-۷ حل دستگاه معادله‌ها به روش حدسی
۲۶۰.....	۲-۲-۱-۷ اختلاف‌های محدود به همراه روش نیوتن رافسون
۲۸۰.....	۲-۷ معادله‌های دیفرانسیل سهمی‌گون
۲۸۱.....	۱-۲-۷ روش اختلاف‌های محدود
۲۸۱.....	۱-۱-۲-۷ روش‌های صریح
۲۸۱.....	۱-۱-۱-۲-۷ روش ریچاردسون
۲۸۲.....	۲-۱-۱-۲-۷ روش صریح خالص
۲۸۶.....	۲-۱-۲-۷ روش‌های غیرصریح
۲۸۶.....	۱-۲-۱-۲-۷ روش غیرصریح خالص
۲۹۲.....	۲-۲-۱-۲-۷ روش کرانک نیکلسون
۲۹۸.....	۲-۲-۷ روش خط
۲۹۸.....	۱-۲-۲-۷ روش صریح خط
۳۰۶.....	۲-۲-۲-۷ روش غیرصریح خط

۳۰۷.....	۲-۲-۷ روش تلفیق متعامد.....
۳۰۸.....	۲-۷ معادله‌های دیفرانسیل هندلولی‌گون.....
۳۰۸.....	۱-۲-۷ روش صریح خالص.....
۳۱۰.....	۲-۲-۷ روش غیرصریح خالص.....
۳۱۱.....	۳-۲-۷ فرمول کلی.....

فصل هشتم

۳۲۰.....	۱-۸ خطا.....
۳۲۰.....	۱-۱-۸ خطای برش.....
۳۲۰.....	۲-۱-۸ خطای گسسته کردن معادله.....
۳۲۰.....	۳-۱-۸ خطای گرد کردن.....
۳۲۰.....	۲-۸ پایداری.....
۳۲۱.....	۱-۲-۸ شرط پایداری.....
۳۲۱.....	۲-۲-۸ همگرایی.....
۳۲۲.....	۳-۲-۸ آنالیز پایداری در حل معادله‌های سهمی‌گون به روش اختلاف‌های محدود.....
۳۲۳.....	۱-۳-۲-۸ آنالیز پایداری در روش صریح.....
۳۲۹.....	۲-۳-۲-۸ آنالیز پایداری در روش غیرصریح.....
۳۳۱.....	۳-۳-۲-۸ آنالیز پایداری در روش کرانک نیکلسون.....

پیوست‌ها

۳۳۶.....	پیوست (۱) حل تمرین‌های فصل سوم.....
۳۶۹.....	پیوست (۲) حل تمرین‌های فصل چهارم.....
۳۸۹.....	پیوست (۳) حل تمرین‌های فصل پنجم و ششم.....
۴۰۸.....	پیوست (۴) حل تمرین‌های فصل هفتم.....
۴۴۹.....	پیوست (۵) ماژول‌های MATLAB.....
۴۵۵.....	پیوست (۶) فرمول‌های رانج-کاتا.....