

نظریه میدان‌های

پیمانه‌ای

تألیف

علیرضا حق پیمانه



کتابخانه مجلس شورای اسلامی

مشهد مقدس

۱۳۹۵

سرشناسه : حق پیمای، علیرضا، ۱۳۴۵ -
 عنوان و نام پدیدآور : نظریه میدان‌های پیمانه‌ای/ تالیف علیرضا حق پیمای.
 مشخصات نشر : مشهد: خورشید خاور، ۱۳۹۵.
 مشخصات ظاهری : ۳۴۸ ص.
 شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۲۶۸-۲۷-۸
 وضعیت فهرست نویسی : فیبا
 موضوع : تقارن (فیزیک)
 موضوع : Symmetry (Physics)
 موضوع : ناوردایی پیمانه‌ای
 موضوع : Gauge invariance
 رده بندی کنگره : ۱۳۹۵ ۷۲۶۸/۲ / QC۷۹۳
 رده بندی دیویی : ۵۴۱/۲۳۲۳
 شماره کتابشناسی ملی : ۲۵۶۰۰۱۵



نام کتاب: نظریه میدان‌های پیمانه‌ای

مؤلف: علیرضا حق پیمای

ناشر: انتشارات خورشید خاور ۰۹۱۵۵۲۳۹۵۵۳

دفتر پخش: دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی مشهد. ۰۹۱۵۲۴۰۰۶۳

چاپ اول: ۱۳۹۵

سایز و تعداد صفحه: وزیری ۳۴۸ صفحه

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ۳۸۰۰۰ تومان

چاپ و صحافی: دیجیتال خاور

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۷۲۶۸-۲۷-۸

ISBN: 978-600-7268-27-8

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۹	سخن ناشر
۱۰	پیشگفتار
۱۱	مقدمه ای بر ذرات و میدان ها
۵۲	فصل اول
۵۲	ناوردایی گلوبال
۵۴	مقدمه
۵۵	۱- گروه لوکال لورنتز:
۵۸	۲- جبرلی گروه لورنتز
۶۰	۳- نمایش های گروه لورنتز
۶۷	۴- گروه های گلوبال از تقارن داخلی:
۶۸	۵- گروه یکانی SU_n
۶۹	۶- گروه $U1$
۷۰	۷- گروه $SU2$
۷۳	۸- گروه $SU3$
۷۸	۹- ناوردایی چگالی لاگرانژین تحت تبدیلات گروهی گلوبال و دارای تقارن داخلی (G):
۸۰	۱۰- طبقه بندی گروه ها:

۸۲	فصل دوم
۸۲	ناوردایی پیمانه ای لوکال
۸۴	مقدمه
۸۵	۱- لاگرانژین های ناوردای پیمانه ای لوکال
۸۸	۲- لاگرانژین ناوردای پیمانه ای لوکال
۹۳	۳- تبدیلات ماز، های پیمانه ای
۹۶	۴- لاگرانژین میدان های پیمانه ای آزاد
۱۰۱	۵- جریان های پایسته
۱۰۴	۶- گروه آبلی $U(1)$ میدان مینامیس
۱۰۹	۷- گروه غیر آبلی $SU(2)$ - میدان یانگ و لیز
۱۱۴	فصل سوم:
۱۱۴	شکست خود به خود تقارن
۱۱۶	مقدمه
۱۱۶	۱- تبهگنی حالت های خلا و شکست تقارن
۱۱۸	۲- شکست خود به خودی تقارن گلوبال $U(1)$
۱۲۴	۳- شکست خود به خودی تقارن لوکال $U(1)$ و $SU(2)$
۱۳۳	۴- تقارن گلوبال و لوکال $SU(2) \times U(1)$
۱۴۴	فصل چهارم:
۱۴۴	انتگرال های مسیر و

۱۴۴	دامنه‌های گذار
۱۴۶	مقدمه
۱۴۶	۱- میدان های غیر مقید
۱۵۹	۲- میدان های بوزونی
۱۶۵	۳- میدان های فرمیونی
۱۶۷	۴- میدان های مقید
۱۷۷	۵- دینامیک فضای Γ^*
۱۸۱	۶- دامنه گذار
۱۸۶	۷- میدان الکترومغناطیس
۱۹۶	۸- میدان های یانگ - میلز
۲۰۹	فصل پنجم:
۲۰۹	نظریه کواریان اختلال
۲۱۱	مقدمه
۲۱۲	توابع گرین و شبه توابع مولد ان ها
۲۵۹	فصل ششم:
۲۵۹	لاگرانژین برهمکنش های الکتروضعیف
۲۶۱	مقدمه
۲۶۳	۱- مدل استاندارد برای برهمکنش های الکتروضعیف لیپتون ها
۲۹۰	۲- مدل استاندارد برای برهمکنش های الکتروضعیف کوارک ها

۳۰۱	۳- مدل های غیر استاندارد
۳۰۹	فصل هفتم
۳۰۹	کوانتوم کرومودینامیک
۳۰۹	(نظریه اختلال)
۳۱۱	مقدمه
۳۱۲	۱- لاگرانژین برای کوانتوم کرومودینامیک
۳۱۷	۲- نظریه اختلال کواریان
۳۲۷	فصل هشتم:
۳۲۷	کوانتوم کرومودینامیک (نظریه انگرال مسیر)
۳۲۹	مقدمه
۳۲۹	۱- نظریه اختلال کواریان برای الکتروودینامیک کوانتومی
۳۴۰	۲- سطح مقطع های دیفرانسیلی

سخن ناخبر

تبلیغ و انتشار، دومین تلف از جمله رسالت‌های پیام آوران و ناشران متعهد است. انتشارات خورشید خاور را بدوایست تا در پرتو توجهات حق تعالی و امدادهای الهی و همکاری و همدلی اهل قلم و استادان و محققان دلسر و مؤمن بتواند به سوی اهداف مشترک خود و مؤلفان محترم گام بردارد. در این راستا از همه استادان محققان ارجمند رشته‌های گوناگون علمی دعوت به همکاری می‌کند، تا با شناسایی نیاز جامعه علمی و عمومی با انجام تحقیقات خود در این زمینه، ما را یاری کنند.

انتشارات خورشید خاور، آثار و کتب مؤلفان را در چنان محترم را با کمال دقت و امانت، در کوتاهترین زمان ممکن و با کیفیتی مناسب به چاپ می‌رساند تا دانشجویان و مخاطبان دیگر بتوانند به موقع و در اسرع وقت به آن دسترسی پیدا کنند. طبیعی است مسئولیت محتوایی آثار و کتب چاپ شده بر عهده نگارندگان است و انتشارات خورشید خاور پیوسته می‌کوشد با بافت و بصیرت آنان در محتوا و به مصداق آیه شریفه «فلینظر الانسان الی طعامه» خوراک فکری و علمی را برای دانش پژوهان فراهم کند.

از صاحب نظران و اصحاب قلم تقاضا دارد هر گونه نقص و یا کمی و کاستی در کتاب را به ناشر یا مؤلف متذکر شوند تا در چاپ‌های بعدی اصلاح شود.

انتشارات خورشید خاور

پیشگفتار

در دنیای فیزیک نظری یک نظریه میدان پیمانه ای نوعی از نظریه های میدان به شمار می رود که در آن لاگرانژین تحت تبدیلات در یک گروه لوکال یا جایگزیده ناوردا باشد که کلمه پیمانه اشاره به درجات آزادی لاگرانژین دارد تبدیلات بین پیمانه های ممکن که از آن ها به عنوان تبدیلات پیمانه ای نیز یاد می شود یک گروه لی را تشکیل می دهند. از این گروه گاهی به عنوان گروه تقارنی و یا گروه پیمانه ای نظریه میدان پیمانه ای نیز یاد می شود. برای هر گروه لی در دنیای ریاضیات جبر لی بر مولد های گروه خاص است. در دنیای فیزیک نظری می توان به هر مولد گروه یک میدان فیزیکی نسبت داد که معمولاً میدان برداری است و از آن به عنوان میدان پیمانه ای یاد می شود. میدان های پیمانه ای برای نرودا شدن لاگرانژین نظریه تحت تبدیلات در گروه پیمانه ای مربوطه به لاگرانژین وارد می شوند گاهی به این ناوردایی ناوردایی پیمانه ای نیز می گویند. حال هنگامی که نظریه میدان پیمانه ای کوانتیزه گردد کمانای میدان پیمانه ای را به نام بوزون پیمانه ای می نامند اگر گروه تقارنی نظریه غیر جابجا پذیر باشد به نظریه میدان پیمانه ای اصطلاح غیر آبلی را نیز اضافه می کنند که به عنوان نمونه می توان نظریه میدان پیمانه ای غیر آبلی یانگ - میلز را نام برد. این کتاب حاصل تحقیق گرد آوری و تالیف در قالب مطالبی در مورد نظریه های میدان پیمانه ای است که امیدوارم برای همه علاقمندان به خصوص دانشجویان رشته فیزیک در مقاطع کارشناسی ارشد و دکترا مفید و سودمند باشد. از همه خوانندگان و صاحب نظران درخواست می کنم که پیشنهادات و نظرات خود را با این جانب در میان بگذارند.

تأیستان ۱۳۹۵

علیرضا حق پیم

استادیار گروه فیزیک

دانشکده علوم

دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

alirezahaghpeima@gmail.com

پیشگفتار

مقدمه ای بر ذرات و میدان ها

در این پیشگفتار نسبتاً طولانی به طور مقدماتی با ذرات و میدان های کوانتومی و مبانی مبتنی بر نظریه های پیمانه ای در ریاضات های موجود در ارتباط با آن ها آشنا خواهیم شد. در فصل های بعدی این کتاب در قالب یک نثر به میدان پیمانه ای بسیاری از این رهیافتها همراه با جزییات ریاضی موجود در آن تشریح خواهند شد.

در سال ۱۹۰۰ میلادی ماکس پلانک مفهومی فوتون به عنوان کوانتوم یا پیمانه تابش الکترومغناطیسی را به هنگام تفسیر فرایندهای جذب و انتشار تابش الکترومغناطیسی توسط اتم ها به کار برد به دنبال کاروی در سال ۱۹۰۵ میلادی آلبرت اینشتین با استفاده از یک تجزیه و تحلیل آماری از قانون تابش پلانک نشان داد که علاوه بر مکانیزم جذب و انتشار اتم ترکیب امواج و تشعشعات الکترومغناطیسی نیز گسسته و از فوتون ها تشکیل شده است. در سال ۱۹۲۷ میلادی دیراک مقاله ای معروف تحت عنوان نظریه کوانتومی جذب و گسیل تشعشع را ارائه داد. در این مقاله خواص برهم کنشی یک میدان الکترومغناطیسی بر اثر کوانتیزه شدن به کوانتای این میدان یعنی ذره فوتون نسبت داده می شود. این مقاله اساس کوانتومی میدان ها را

عنوان می‌کند و براساس آن با انتخاب کوانتای میدان به عنوان ذراتی خوش رفتار می‌توان هر میدان کلاسیکی از ذرات را کوانتیزه کرد. در برهمکنش بین میدان‌ها کوانتاهای میدان می‌توانند خلق و یا نابود گردند. یافتن جواب معادلات میدان‌های برهم‌کنش کننده کوانتیزه بسیار مشکل است لذا اگر برهمکنش به اندازه کافی ضعیف باشد از تقریبهای اختلال استفاده می‌کنند. این تقریب بر اساس نظریه‌های موجود در الکترو دینامیک کوانتومی را تشکیل می‌دهند. براساس مراتب مختلف تقریب در نظریه اختلال می‌توان فرایندهای مختلفی را از برهمکنش میان میدان‌های کوانتیزه در نظر گرفت. براساس این فرایندها محاسباتی از قبیل سطح مقطع و... قابل انجام است.

به طور کلی می‌توان میدان الکترومغناطیسی کلاسیک را با استفاده از آنالیز فوریه به مدهای نرمال آن نشان داد سپس با استفاده از تحمیل روابط جا به جایی روی مختصات نرمال و تعبیرها میلتنینی که برای میدان الکترومغناطیسی کلاسیک با استفاده از آنالیز فوریه به مدهای نرمال به دست می‌آید به عنوان انرژی سیستمی از نوسانگرهای هارمونیک مستقل که در یک مد نوسانی خود را دارد و در این سیستم هر نوسانگر دارای ارتعاشات کوانتیزه ای می‌باشد شاید به تعبیری میدان الکترومغناطیسی کلاسیک را کوانتیزه کرد. اما در نظریه میدان‌های لاگرانژیین نحوه بررسی مساله کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی با رهیافت دیگری انجام می‌پذیرد. در این

جا نحوه کار تعمیم مکانیک کلاسیک یک سیستم از ذرات به میدان الکترومغناطیسی است لذا یک چگالی لاگرانژین معرفی کرده و سپس با استفاده از معادلات هامیلتون به معادلات موج می‌رسیم. آن گاه مساله کوانتیزه شدن در مکانیک کلاسیک یک سیستم از ذرات را به این محیط پیوسته یعنی میدان الکترومغناطیسی تعمیم می‌دهیم و نهایتاً به میدان الکترومغناطیسی کوانتیزه می‌رسیم. در پند این رهیافت تا حدی معادل رهیافت قبلی است که بدان اشاره کردیم و توسط آن می‌توانیم فقط بزونها را بررسی کنیم که از شکلا لیزم به کار رفته در این روش که به کوانتیزه کردن کانونی معروف است به شکلی کواریان و لذا نسیتی ظاهر می‌گردد و مستقیماً به اپراتورهای میدان کوانتیزه منتهی می‌گردد که با تجزیه و تحلیل و آنالیز فوریه این میدان‌های اپراتوری مشاهده می‌کنیم که ضرایب فوریه که هم اکنون آن‌ها نیز اپراتور می‌باشند همان روابط جا به جایی که اپراتورهای جذب و خلق در نمایش دلدی برآورده می‌کردند را برآورده می‌سازند و با این روش تعبیر کوانتای میدان کوانتیزه در حین بره‌نکشی امکان پذیر است. همچنین با استفاده از خواص تقارنی لاگرانژین و متعاقب آن قوانین بقا به کمیت‌های پایسته‌ای همچون بار الکتریکی و... دست می‌یابیم.

برای ذرات اسکالر نسیتی با اسپین صفر از چگالی لاگرانژی که منجر به معادله میدان کلین گوردون می‌گردد کار را شروع می‌کنیم اما اگر با سیستم‌ها یا از ذراتی که اصل پائولی را

برآورده می‌کنند به عنوان مثال ذراتی که از آمار شکلی دیراک پیروی می‌کنند و به آن‌ها شکلیونها می‌گوییم که ذراتی اسکالر نسیتی با اسپین نیمه صحیح می‌باشند سر و کار داشته باشیم می‌توانیم از چگالی‌های لاگرانژین متناظر با اسپین ذرات استفاده کنیم مثلاً برای اسپین $\frac{1}{2}$ از چگالی لاگرانژی که منجر به معادله دیراک می‌گردد. در این حالت می‌توانیم شکلالیزم کوانتیزه کردن کلاسیکی برای بوزون‌ها را با اصلاحاتی به شکلیون‌ها ختم کنیم. این اصلاحات برای اولین بار در سال ۱۹۲۸ میلادی به وسیله جوردن و ویگنر ارائه گردید و براساس جایگزین کردن روابط جابه‌جایی بین اپراتورهای خلق و جذب با روابط پاد جابه‌جایی است که این ارتباط بین اسپین و آمار مورد خاصی از نظریه میدان‌های کوانتومی نسیتی می‌باشد.

و اما در مورد ذرات برداری نسیتی با اسپین یک به عنوان مثال فوتون‌ها همان طور که قبلاً نیز اشاره کردیم دور هیافت متفاوت وجود دارد. در جمله‌های مورد بحث الکترومغناطیسی در روش اول با توجه با این که میدان تابشی عرضی منطبق بر درجات آزادی میکمی مستقل می‌باشد می‌توان آن را کوانتیزه کرد و آن‌گاه برهمکنش کولنی لحظه‌ای بین بازها که توسط توزیع بازها قابل اندازه گیری است را به عنوان پتانسیل کلاسیکی در رهیافت مطرح کرد. این نحوه ساختار در ارتباط نزدیکی با نظریه کلاسیک می‌باشد که هرچند که تعبیر موجود در

روابط به آسانی صورت می‌گیرد ولی تجزیه میدان‌ها به مولفه‌های عرضه و طولی به علت وابسته به مرجع کردن نظریه ناوردایی لورنتز آن را از بین می‌برد.

و اما در رهیافت دوم یک ساختار کواریان نسبت به تبدیلات لورنتز داریم. در این ساختار هر چهار مولفه پتانسیل برداری $A^\mu(x) = (\phi, \vec{A})$ مطرح می‌باشند و بنابراین مجبوریم که درجات آزادی زیادی را برای سیستم مطرح کنیم که این درجات بعداً به وسیله تحمیل قیود مناسب محدود می‌گردند. معادله بودن دو رهیافت اخیر در طی بحث در مورد پروپگیاتور فوتون آشکار خواهد گردید.

آنچه تا کنون عنوان کردیم بحثی بود در ارتباط با میدان‌های آزاد اما همانطور که میدانیم میدان‌های متناظر با ذرات مختلف می‌توانند با یکدیگر برهمکنش نیز داشته باشند که در این برهمکنش‌ها ذرات شرکت کننده برهمکنش خلق و نابود یا پراکنده می‌شوند. یک روش اساسی برای حل این مسایل بدست آوردن جواب‌های معادلات میدان غیر خطی که حل شده به همراه شرایط خاص داده شده در مساله است مثلاً در الکترودینامیک کوانتومی باید معادله غیر همگن موج زیر را حل کنیم.

$$\blacksquare A^\mu(x) = \frac{1}{c} S^\mu(x)$$