



تأسیس ۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

الاستیسیته،

تئوری و کاربرد

تألیف و ترجمه:

رحمت الله قاجار (استاد دانشکده مهندسی مکانیک)

حسام قورچی بیگی (کارشناس ارشد مهندسی مکانیک)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سرشناسه	: قاجار، رحمت‌الله، ۱۳۳۳ -
عنوان و نام پدیدآور	: الاستیسیته، تئوری و کاربرد/ تالیف و ترجمه رحمت‌الله قاجار، حسام قورچی بیگی.
مشخصات نشر	: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: ۴۵۴ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۱۸۰۰۰۰ ریال 978-600-6383-46-0
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: واژه‌نامه.
یادداشت	: کتابنامه.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: ارتجاع (فیزیک) -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: ارتجاع (فیزیک) -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	: قورچی بیگی، حسام، ۱۳۶۵ -
شناسه افزوده	: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۲ الف۷ق۳/ QA۹۳۱
رده بندی دیویی	: ۵۳۱/۳۸۱
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۲۵۹۱۵۹

نام کتاب: الاستیسیته، تئوری و کاربرد

نویسنده: دکتر رحمت‌الله قاجار، استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین

طوسی، حسام قورچی بیگی

ناشر: انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نوبت چاپ: اول

تاریخ چاپ: شهریورماه ۱۳۹۲

تیراژ: ۵۰۰ نسخه

قیمت: ۱۸۰۰۰ تومان

کد کتاب: ۳۳۲

ISBN: 978-600-6383-46-0

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۳۸۳-۴۶-۰

لیتوگرافی: هوررنگ

صحافی: گرنامی

آدرس و تلفن مرکز پخش و فروش: خیابان ولیعصر (عج)، بالاتر از میدان ونک، تقاطع میرداماد،

روبروی ساختمان اسکان (۰۲۱-۸۸۷۷۲۲۷۷)

(حق چاپ برای ناشر محفوظ است)

فصل ۱.....	۱
مقدمات ریاضی.....	۱
۱-۱ تعریف اسکالر، بردار، ماتریس، و تانسور.....	۱
۲-۱ شاخص گذاری اندیسی.....	۳
۳-۱ دلتای کرونگر و علامت تناوب.....	۶
۴-۱ تبدیل محورهای مختصات.....	۷
۵-۱ تانسورهای کارتزین.....	۱۰
۶-۱ مقادیر و جهات اصلی برای تانسورهای متقارن درجه دو.....	۱۳
۷-۱ جبر بردار، ماتریس و تانسور.....	۱۸
۸-۱ محاسبات تانسورهای کارتزین.....	۱۹
۱-۸-۱ قضیه دیورژانس یا گاس.....	۲۲
۲-۸-۱ قضیه استوکس.....	۲۲
۳-۸-۱ قضیه گرین در صفحه.....	۲۳
۴-۸-۱ قضیه مقدار صفر.....	۲۳
۹-۱ مختصات منحنی الخط متعامد.....	۲۳
۱۰-۱ مختصات منحنی الخط.....	۳۰
۱-۱۰-۱ رابطه دیفرانسیلی طول در دستگاه منحنی الخط متعامد.....	۳۱
۲-۱۰-۱ اپراتور گرادیان و لاپلاس در دستگاه مختصات منحنی الخط متعامد.....	۳۴
۱۱-۱ تبدیل محورهای مختصات کروی و دکارتی.....	۳۸
منابع.....	۴۳
مسائل.....	۴۳
فصل ۲.....	۴۷
جابجایی و کرنش ها.....	۴۷
۱-۲ تغییر شکل عمومی.....	۴۷
۲-۲ ساختار هندسی تئوری تغییر شکل کوچک.....	۵۲
۳-۲ تبدیل کرنش.....	۵۷
۴-۲ کرنش های اصلی.....	۵۸

۵-۲ کرنش‌های کروی و انحرافی.....	۵۹
۶-۲ سازگاری کرنش.....	۵۹
۷-۲ مختصات منحنی الخط استوانه‌ای و کروی:.....	۶۴
۸-۲ تغییر شکل غیرخطی.....	۶۶
۱-۸-۲ تعبیر فیزیکی ϵ_{11} ، ϵ_{22} و ϵ_{33}	۷۰
۲-۸-۲ رابطه بین e_i و ϵ_{ij}	۷۰
۹-۲ تعریف کرنش از دیدگاه مهندسی در تغییر شکل غیرخطی.....	۷۲
۱-۹-۲ کرنش لگاریتمی.....	۷۲
۱۰-۲ تعیین جهات المان تغییر شکل یافته N'_i در یک تغییر شکل غیرخطی.....	۷۳
۱۱-۲ کرنش برشی در تغییر شکل غیرخطی.....	۷۵
۱-۱۱-۲ تعبیر فیزیکی $\epsilon_{ij} (i \neq j)$	۷۷
۱۲-۲ محدودیت تغییر شکل یک محیط پیوسته.....	۷۸
منابع.....	۸۵
مسائل.....	۸۵
فصل ۳.....	۹۱
تنش و تعادل.....	۹۱
۱-۳ نیروهای حجمی و سطحی.....	۹۲
۲-۳ بردار ترکشن و تانسور تنش.....	۹۳
۳-۳ تبدیل تنش.....	۹۷
۴-۳ تنش‌های اصلی.....	۹۸
۵-۳ تنش‌های کروی و انحرافی.....	۱۰۲
۶-۳ معادلات تعادل.....	۱۰۳
۷-۳ روابط در مختصات منحنی الخط استوانه‌ای و کروی.....	۱۰۶
منابع.....	۱۱۱
مسائل.....	۱۱۱

فصل ۴.....	۱۱۷
رفتار ماده- جامدات الاستیک خطی.....	۱۱۷
۱-۴ مشخصات مادی.....	۱۱۸
۲-۴ مواد الاستیک خطی- قانون هوک.....	۱۱۹
۳-۴ معنی فیزیکی مدول الاستیک.....	۱۲۴
۱-۳-۴ کشش ساده.....	۱۲۴
۲-۳-۴ برش خالص.....	۱۲۵
۳-۳-۴ فشار (یا کشش) هیدرو استاتیکی.....	۱۲۶
۴-۴ روابط بنیانی ترموالاستیسیت.....	۱۲۹
منابع.....	۱۳۲
مسائل.....	۱۳۲
فصل ۵.....	۱۳۶
فرمول بندی و استراتژی های حل.....	۱۳۶
۱-۵ مروری بر معادلات میدانی.....	۱۳۷
۲-۵ شرایط مرزی و طبقه بندی بنیانی مساله.....	۱۳۸
۳-۵ فرمول بندی تنش.....	۱۴۳
۴-۵ فرمول بندی جابجایی.....	۱۴۵
۵-۵ اصل رویهم گذاری.....	۱۴۷
۶-۵ اصل سن- ونان.....	۱۴۸
۷-۵ استراتژی های حل عمومی.....	۱۵۰
۱-۷-۵ روش مستقیم.....	۱۵۰
۲-۷-۵ روش معکوس.....	۱۵۲
۳-۷-۵ روش نیمه معکوس.....	۱۵۳
۴-۷-۵ روش های حل تحلیلی.....	۱۵۴
۵-۷-۵ روش های حل تقریبی.....	۱۵۶
۶-۷-۵ روش های حل عددی.....	۱۵۶
منابع.....	۱۵۹

مسائل.....	۱۶۰
------------	-----

فصل ۶.....	۱۶۴
------------	-----

انرژی کرنشی.....	۱۶۴
------------------	-----

۱-۶ انرژی کرنشی.....	۱۶۵
----------------------	-----

۲-۶ یگانگی مساله مقدار مرزی الاستیسیته.....	۱۷۰
---	-----

۳-۶ محل دیت ثوابت الاستیک.....	۱۷۱
--------------------------------	-----

۳-۶-۱ کشش تک محوره.....	۱۷۲
-------------------------	-----

۳-۶-۲ برش ساده.....	۱۷۲
---------------------	-----

۳-۶-۳ فشار هیدرواستاتیک.....	۱۷۳
------------------------------	-----

۴-۶ تئوری های انگرانس وابسته.....	۱۷۳
-----------------------------------	-----

۴-۶-۱ قضیه کلاپرون.....	۱۷۴
-------------------------	-----

۴-۶-۲ قضیه معکوس بی /ایلی.....	۱۷۴
--------------------------------	-----

۴-۶-۳ فرمول بندی انگرانس الاستیسیته- تساوی سامیگیلیانا.....	۱۷۵
---	-----

۵-۶ اصل کار مجازی.....	۱۷۶
------------------------	-----

۶-۶ اصل انرژی پتانسیل کمینه و انرژی مکمل.....	۱۷۸
---	-----

۷-۶ روش ریلی - ریتز.....	۱۸۳
--------------------------	-----

منابع.....	۲۰۱
------------	-----

مسائل.....	۲۰۱
------------	-----

فصل ۷.....	۲۰۴
------------	-----

فرمول بندی دوبعدی.....	۲۰۴
------------------------	-----

۱-۷ کرنش صفحه ای.....	۲۰۵
-----------------------	-----

۲-۷ تنش صفحه ای.....	۲۰۸
----------------------	-----

۳-۷ تنش صفحه ای عمومی.....	۲۱۲
----------------------------	-----

۴-۷ تغییر شکل پاد صفحه ای.....	۲۱۵
--------------------------------	-----

۵-۷ تابع تنش ایری.....	۲۱۶
------------------------	-----

۶-۷ فرمول بندی در مختصات قطبی.....	۲۱۸
------------------------------------	-----

منابع.....	۲۳۱
مسائل.....	۲۳۱

فصل ۸..... ۲۳۷

حل مسائل دوبعدی..... ۲۳۷

۱-۸ حل در مختصات کارترین با استفاده از چند جمله‌ای‌ها.....	۲۳۸
۲-۸ حل‌های مختصات کارترین با استفاده از روش‌های فوریه.....	۲۵۱
۱-۲-۸ کاربردهای شامل سری‌های فوریه.....	۲۵۵
۳-۸ حل عمومی در مختصات قطبی.....	۲۶۰
۱-۳-۸ حل عمومی امپل.....	۲۶۱
۲-۳-۸ حل تقارن محوری.....	۲۶۲
۴-۸ حل‌های مختصات قطبی.....	۲۶۳
۱-۴-۸ سوراخ تحت فشار در محیط نامحدود.....	۲۶۶
۲-۴-۸ سوراخ عاری از تنش در یک محیط نامحدود تحت بار دوماحوره مساوی در بی‌نهایت.....	۲۶۷
۳-۴-۸ حالت‌های بارگذاری دوماحوره و برشی.....	۲۷۲
۴-۸ مثال یک چهارم صفحه.....	۲۷۴
۵-۴-۸ مثال‌های نیم فضا، یا گوه نیم صفحه.....	۲۷۶
۶-۴-۸ نیم فضا تحت بارگذاری تنش عمودی یکنواخت روی $x \leq 0$	۲۷۶
۷-۴-۸ گوه نیم فضا تحت نیروی سطحی متمرکز (مساله فلامانت).....	۲۷۸
۸-۴-۸ نیم فضا تحت گشتاور متمرکز سطحی.....	۲۸۴
۹-۴-۸ نیم فضا تحت بار عمودی یکنواخت در ناحیه $-a \leq x \leq a$	۲۸۸
۱۰-۴-۸ مسائل ناچ و ترک.....	۲۹۲
۱۱-۴-۸ مثال خمش خالص.....	۲۹۶
۱۲-۴-۸ تیر یک‌سرگیردار خمیده تحت بارگذاری انتهایی.....	۲۹۸
منابع.....	۳۱۲
مسائل.....	۳۱۲

فصل ۹.....	۳۲۲
روش‌های متغیر مختلط.....	۳۲۲
۱-۹ مروری بر تئوری متغیر مختلط.....	۳۲۳
۲-۹ فرمول‌بندی مختلط مساله الاستیسیته صفحه‌ای.....	۳۳۲
۳-۹ برآیند شرایط مرزی.....	۳۳۶
۴-۹ ساختار عمومی پتانسیل‌های مختلط.....	۳۳۷
۱-۴-۹ حوزه‌های اتصال ساده (همبند) محدود.....	۳۳۸
۲-۴-۹ حوزه‌های همبند چندگانه محدود.....	۳۳۹
۳-۴-۹ حوزه نامحدود.....	۳۴۰
۵-۹ مثال‌هایی از حوزه دایروی.....	۳۴۱
۶-۹ مسائل صفحه و نیم صفحه.....	۳۴۷
۷-۹ کاربردهایی شامل استفاده از روش نگاشت همدیس.....	۳۵۲
۸-۹ کاربردها در مکانیک شکست.....	۳۵۸
۹-۹ روش وسترگارد برای تحلیل ترک.....	۳۶۳
منابع.....	۳۶۵
مسائل.....	۳۶۶
فصل ۱۰.....	۳۷۲
ترموالاستیسیته.....	۳۷۲
۱-۱۰ انتقال حرارت و معادله انرژی.....	۳۷۳
۲-۱۰ فرمول‌بندی غیرکوپله عمومی.....	۳۷۵
۳-۱۰ فرمول‌بندی دوبعدی.....	۳۷۶
۱-۳-۱۰ کرنش صفحه‌ای.....	۳۷۶
۲-۳-۱۰ تنش صفحه‌ای.....	۳۷۸
۴-۱۰ حل پتانسیل جابجایی.....	۳۸۰
۵-۱۰ فرمول‌بندی تابع تنش.....	۳۸۱
۶-۱۰ فرمول‌بندی مختصات قطبی.....	۳۸۵
۷-۱۰ مسائل با تقارن شعاعی.....	۳۸۶

صفحه	فهرست: عنوان
۳۹۲.....	۸-۱۰ روش های متغیر مختلط برای مسائل صفحه ای
۴۰۸.....	منابع
۴۰۹.....	مسائل
۴۱۵.....	فهرست واژگان

www.ketab.ir

www.ketab.ir

پیشگفتار

تئوری الاستیسیته علمی است که رفتار محیط‌های جامدی که پس از حذف نیروهای اعمالی فوراً به شکل اولیه خود برمی‌گردند را مورد مطالعه قرار می‌دهد. این علم مفاهیم حاکم بر محیط الاستیک را در قالب فراگیرتر از مطالب مقاوت مصالح و یا مکانیک جامدات مورد بررسی قرار می‌دهد. به عبارت دیگر تئوری الاستیسیته بیان ریاضی مقاومت مصالح و حل دقیق مسائل را ارائه می‌کند.

برای چندین سال متوالی کتاب "Elasticity in Engineering Mechanics" تألیف Boresi, AP. و Chong, KP. از انتشارات John Wiley یکی از مهمترین مراجع اصلی تدریس درس تئوری الاستیسیته در دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی قرار می‌گرفت. بعدها کتاب "Elasticity, Theory, Application and Numerics" که جنبه کاربردی آن بیشتر بود نیز در کنار کتاب قبلی به عنوان مرجع قرار گرفت. پس از چندین بار تدریس، دانشجویان اقبال بیشتری را نسبت به کتاب دوم نشان دادند. لذا به پیشنهاد دانشجویان و همکاری بعضی از آنان اقدام به تهیه کتاب حاضر گردید.

تئوری الاستیسیته جزء برنامه درسی دانشجویان کارشناسی ارشد و دکتری رشته‌های مهندسی مکانیک، مهندسی عمران، مهندسی هوافضا، و مهندسی مواد می‌باشد و تقریباً در تمام دانشگاهها در مقطع تحصیلات تکمیلی تدریس می‌شود.

اگر چه کتاب "Elasticity, Theory, Application, and Numerics" تألیف Martin H. Saad به عنوان مبنا و مرجع اصلی نوشتار پیش رو قرار گرفته و بیشتر مطالب از این کتاب می‌باشد، ولی موضوعاتی مثل تغییر شکل غیر خطی و دیسک‌های دوآر شتاب دار و ... که در این کتاب وجود نداشت از کتاب اول یعنی بررسی استفاده شده است. در موارد و مباحث مهم و کاربردی که به نظر مولفین توضیحات کامل و کافی نبوده است، مطالب تکمیلی به آن افزوده شده است. همچنین جهت درک بهتر مفاهیم سعی شده که مثال‌های حل شده بیشتری ارائه گردد.

از آنجا که در الاستیسیته تحلیل مسائل بر اساس ریاضیات می‌باشد، فصل اول کتاب به بیان مبانی ریاضی از قبیل کمیت‌های اسکالر، برداری، تانسور، تبدیل محورهاى مختصات، و محورهاى مختصات منحنى الخط می‌پردازد.

در فصل دوم تئوری تغییر شکل کوچک، جابجایی و کرنش‌ها، کرنش‌های کروی و انحرافی و ... مورد بحث قرار می‌گیرند. از آنجا که در بسیاری از مسائل عمومی و بخصوص تغییر شکل‌های بزرگ، اثرات غیر خطی مهم می‌باشند، لذا در این فصل تئوری تغییر شکل غیر خطی را نیز ارائه می‌گردد. بدیهی است که معادلات خاص تغییر شکل خطی را نیز می‌توان از معادلات تغییر شکل غیر خطی بدست آورد. تعریف کرنش از دیدگاه مهندسی، کرنش لگاریتمی، تعیین جهات المان تغییر شکل یافته، کرنش برشی، محدودیت تغییر شکل یک محیط پیوسته، و ضریب بزرگسای، همگی برای یک تغییر شکل غیر خطی در این فصل ارائه می‌شود. اگر چه خوانندگان با مفاهیم تنش و معادلات تنش آشنایی کامل دارند ولی جهت یاد آوری، مروری کوتاه بر مفاهیم بردار ترکشن و تانسور تنش، تبدیل تنش، تنش‌های اصلی، تنش-های کروی و انحرافی، و معادلات تعادل در فصل سوم ارائه می‌شود.

فصل چهارم شامل مروری بر رفتار ماده- جامدات الاستیک خطی، قانون هوک، روابط بنیانی ترموالاستیسیته می‌باشد.

در فصل پنجم فرمول بندی و استراتژی‌های حل، شرایط مرزی و طبقه بندی بنیانی، فرمول بندی تنش، فرمول بندی جابجایی، اصل رویهم گذاری، اصل سن و نان، و استراتژی‌های حل مسائل مورد بررسی قرار می‌گیرند.

عنوان فصل ششم انرژی کرنشی و اصول مرتبط است و به مباحثی چون یگانگی مساله مقدار مرزی الاستیسیته، تئوری‌های انتگرال وابسته، اصل کار مجازی، اصل انرژی پتانسیل کمینه و مکمل، روش ریلی - ریتز می‌پردازد.

فصل هفتم فرمول بندی دوبعدی را ارائه می‌دهد و به بحث در مورد کرنش صفحه‌ای، تنش صفحه‌ای، تابع تنش ابری، و فرمول بندی در مختصات قطبی می‌پردازد.

در فصل هشتم حل مسائل دوبعدی در مختصات کارتزین با استفاده از چند جمله‌ای‌ها و روش‌های فوریه، در مختصات قطبی، حل چندین مثال کاربردی از قبیل نیم فضا تحت بارهای گوناگون، مسائل ناچ و ترک، دیسک تحت فشار قطری، و انواع دیسک دوار ارائه می‌گردد.

فصل نهم با عنوان روش‌های متغیر مختلط شامل فرمول بندی مسائل صفحه‌ای، برآیند شرایط مرزی، ساختار عمومی پتانسیل‌های مختلط می‌باشد. در این فصل مسائلی چون دیسک تحت

فشار یکنواخت، مسائل صفحه‌ای و نیم صفحه‌ای، ورق نامحدود با سوراخ دایروی، نگاشت همدیس، صفحه‌ی نامحدود با یک حفره بیضوی، تحلیل ترک، و کاربرد تئوری‌ها در مکانیک شکست مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بسیاری از سازه‌های مکانیکی در معرض توام بارهای مکانیکی و حرارتی قرار می‌گیرند. لذا بحث مهم و کاربردی ترموالاستیسیته در فصل دهم ارائه می‌گردد. هدایت حرارتی، معادله انرژی، فرمول‌بندی غیرکوپله، فرمول‌بندی دوبعدی، حل پتانسیل جابجایی، فرمول‌بندی تابع تنش، فرمول‌بندی در مختصات قطبی، مسائل با تقارن شعاعی، روش‌های متغیر مختلط برای حل مسائل صفحه‌ای، از عناوینی هستند که در این فصل به آن پرداخته می‌شود.

با عنایت به سخن حکیمانه:

"من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق"

از کلیه افرادی که در تدوین این کتاب زحمتی را متقبل شده‌اند، از جمله اعضای محترم شورای انتشارات و کارکنان محترم انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشجویان دوره دکتری و کارشناسی ارشد که در هنگام تدریس این درس پیشنهادهای ارائه داده‌اند، تقدیر و تشکر می‌گردد. از داوران محترمی که زحمت بررسی کتاب و داوری را متقبل شده و نکاتی را اعلام نموده‌اند، قدردانی می‌گردد. از رحمت و کمک‌های مهندس مهرشاد مهرپویا به صورت خاص تقدیر می‌شود. انشاء الله که خداوند به همگی آن‌ها اجر و پاداش فراوان عطا نماید.

هر گونه انتقاد و پیشنهاد از طرف اساتید محترم، محققین و دانشجویان گرامی را با کمال میل و رغبت می‌پذیریم و موجب امتنان خواهد بود.

از اینکه این توفیق حاصل شد تا به حول و قوه الهی بتوانیم این اثر را به جامعه علمی کشور تقدیم و بخش اندکی از دین عظیم خود را نسبت به ملت شریف ایران ادا کنیم، خداوند مَنان را سپاسگزاریم.

عاجزانه از باری تعالی استمداد می‌طلبیم تا باز هم توفیق اداء دین را به مؤلفین عطا فرماید.

رحمت الله قاجار

حسام فورچی بیگی

شهریور ۱۳۹۲